



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**ESTUDIO DE LA CONCEPCIÓN DE DIVERSIDAD EN LA EDUCACIÓN Y CÓMO
AFECTA AL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE QUE TIENE COMO FIN
ASEGURAR LAS OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE PARA TODOS**

TESINA PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AUTOR:

FERNANDO ALEXIS ANCAPI LLANCAPÁN

PROFESOR GUÍA:

DR. KUO-SHOU CHIU

SANTIAGO DE CHILE, AGOSTO DE 2021



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**ESTUDIO DE LA CONCEPCIÓN DE DIVERSIDAD EN LA EDUCACIÓN Y CÓMO
AFECTA AL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE QUE TIENE COMO FIN
ASEGURAR LAS OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE PARA TODOS**

TESINA PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AUTOR:

FERNANDO ALEXIS ANCAPI LLANCAPÁN

PROFESOR GUÍA:

DR. KUO-SHOU CHIU

SANTIAGO DE CHILE, AGOSTO DE 2021

AUTORIZADO PARA
SIBUMCE DIGITAL

Hoja del Autor

2021, Ancapi Llancapán Fernando Alexis

Se autoriza la reproducción total o parcial de este material, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, siempre que se haga la referencia bibliográfica que acredite el presente trabajo y su autor.

Agradecimientos

A toda persona en esta vida que ha señalado en mí un potencial que no puedo reconocer, y por las que intento día a día estar a la altura.

Tabla de contenido

Resumen	6
Introducción.....	7
Problemática	10
Antecedentes	10
Problema.....	12
Justificación	14
Objetivos.....	17
Marco Teórico	18
La Educación Inclusiva.....	18
La Diversidad en la Educación	19
Orientaciones Internacionales que enfatizan la Educación Inclusiva	20
Lineamientos Nacionales que aseguran la responsabilidad hacia la Educación Inclusiva	22
Decreto 490 (1990).....	22
Ley General de Educación.....	23
Ley de Inclusión	24
Decreto 170.....	25
Decreto N°83 Exento.....	25
La diversidad en el momento educativo	25
Las Necesidades Educativas	27
Las Barreras para el Aprendizaje.....	28
El Diseño Universal de Aprendizaje DUA.....	30
¿Por qué el Diseño Universal de Aprendizaje puede ser la respuesta a la atención a la Diversidad?	32
Actores del proceso educativo según el DUA	32

Desarrollo del DUA como modelo de gestión curricular y metodológica en el aula	35
Comprensión del currículum en el momento educativo	35
Los Principios del DUA para diversificar el proceso de Aprendizaje	37
Principio I: Proveer múltiples medios de representación (qué se está aprendiendo)	37
Principio II: Proveer múltiples medios de ejecución y expresión (el cómo del aprendizaje).....	38
Principio III: Proveer múltiples formas de implicación (por qué aprender).....	39
La Aplicación del DUA en la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. Las pautas del DUA.....	42
Las pautas del DUA para abordar las necesidades educativas y disminuir las barreras para el aprendizaje.....	42
Estrategias para afrontar el aprendizaje de la Matemática.....	47
Concretización de la investigación de la atención a la Diversidad: implementación del DUA	64
Comentarios sobre la planificación realizada.....	123
Conclusiones.....	125
Referencias Bibliográficas.....	129

Resumen

La presente tesina tiene por objetivo la fundamentación de aplicación del Diseño Universal de Aprendizaje para abordar la diversidad en el aula. Se describen los factores externos, legales y científicos que posibilitaron la creación de una nueva realidad educativa en la que la Diversidad de necesidades y respuestas educativas debe ser un foco de atención y que da pie a desarrollar un modelo de gestión curricular y metodológico de aprendizaje con matices respecto de la preparación tradicional del proceso. Y todo esto, obviamente, pensado desde la concretización del modelo en la asignatura Matemática. Para ello, se profundiza en el Diseño Universal de Aprendizaje, su marco teórico y cómo el modelo afecta al desarrollo del diseño de la enseñanza (la gestión curricular y metodológica), y, por último, evidenciar su impacto en la preparación de la enseñanza, presentando actividades que permitan abordar un tema matemático problemático: las razones trigonométricas.

Palabras clave: Educación Inclusiva, Diseño Universal de Aprendizaje, Barreras de Aprendizaje.

Introducción

Comenzando a entender un Aula como Diversa

Ingresa al sistema de educación es comenzar la preparación de la vida en sociedad. Sea cual sea la experiencia, impacta en el posterior acierto o fracaso de la vida del individuo tanto a nivel personal, familiar, económico y social. Respecto a esto último, los estudiantes en ese momento tienen muchas características en común como el rango etario, movimientos sociales, formas de comunicación (códigos, redes sociales), el sentido de la vida misma, gustos, modas, el vocabulario y modismos, entre otros. Pero a pesar de esos aspectos que pudieran homogeneizarlos, esto es solo el contexto que los envuelve; la verdad es que siguen siendo muy distintos entre sí, incluso si los observamos desde una mirada biológica o socioemocional, y esto de alguna manera impacta en el momento de aprender algo nuevo. Cada estudiante en sí mismo es un individuo particular, distinto en lo cognitivo, físico, emocional, con virtudes, oportunidades, necesidades, con una historia que los define, y estas situaciones van modelando individuos que no necesariamente responden al mismo estímulo de la misma forma.

Y en cuanto a la sala de clases, pensando en las estrategias de enseñanza que hoy viven los estudiantes en ella, compararla hoy con salas de una o dos décadas atrás, se evidencia que las respuestas de los estudiantes han cambiado y es porque los estudiantes no son todos iguales y no responderán de la misma forma a las antiguas estrategias, y puede que el resultado esperado por el docente ni siquiera se asome (Martínez, 2015). Y es porque hoy urge el cambio definitivo en el cómo desarrollar la clase o el cambio en las estrategias y recursos empleados, ya que las necesidades de los estudiantes han cambiado y no solo por un factor evolutivo: diversas políticas y nuevas concepciones del ambiente educativo dan a entender que la sala de clases es un lugar en el que converge una gran diversidad y como tal debe ser atendida en coherencia. Una diversidad que no solo se aboca a las distintas formas en que un estudiante comprende o puede demostrar lo que aprende, sino también a las distintas necesidades que puedan tener y que van más allá de las necesidades físicas o cognitivas, sino también sociales y culturales, y esto tiene sentido con los nuevos desafíos de la Educación del siglo XXI, donde se ha comprendido que la Educación es uno de los pilares fundamentales para crear sociedades más justas, equitativas y abiertas a todo lo diferente. Y es porque la Educación es un acto social.

Deteniéndonos en las necesidades que puedan hoy tener los estudiantes, si bien la Educación implica un acto social, aún es entendida en base a lo que ocurre en las aulas a diario: la enseñanza de contenidos indicados por el currículo, proceso que es medido por el nivel de éxito de los estudiantes. Son las demandas del currículo lo que lleva a los docentes a buscar en una vorágine de posibilidades cuál es la receta perfecta para movilizar los niveles de logro de los estudiantes, a pesar de todas las amenazas o debilidades que el docente vea en ellos (los estudiantes, no en lo indicado en el currículum), y puede que la estrategia milenaria para enseñar a multiplicar siga resultando, pero qué hacemos con esos estudiantes que no lo logran, qué a pesar de que hay quienes sí, no alcanzan el objetivo. ¿Se releva la situación a otros especialistas (educador diferencial, neurólogo en el caso más extremo)? ¿Nos hacemos responsables de callarnos y caer en metodologías carentes de toda ética profesional (igual hizo algo bueno)? ¿Apostamos a evaluar con el mínimo, haciendo consciente al estudiante de que nunca logrará más (da para el 4, como regalo)?... ¿Y si en vez del estudiante, sea la estrategia ganadora (o que creemos ganadora) la que no da el ancho en el estudiante? (“¿cómo?, pero si siempre he visto las razones trigonométricas así y antes aprendían los estudiantes”)

Si antes las necesidades reconocidas como especiales, casos de Déficit Atencional, condiciones ligadas al Síndrome de Asperger, Déficit Intelectual, o capacidad reducida de algún sentido como la vista o la audición, hacían forzado el camino por escuelas especiales, hoy estos pueden y deben, por Ley, ser atendidos por instituciones educativas en el régimen tradicional. Las políticas públicas actuales han orientado al desarrollo de un modelo educativo que responda a la necesidad de brindar las oportunidades a todos de desarrollo en la sociedad (el sistema “provee” de los recursos en el caso de declarar la atención a estudiantes con tales dificultades).

Y fundamentando lo anterior desde el aspecto científico, han surgido nuevas formas de entender el funcionamiento del cerebro de las personas y de cómo cada ser aprende. Los estilos de aprendizaje que antaño suponían una adecuación pasajera para el profesor hoy son parte fundamental de la planificación (en algún momento el premio mayor en la estrategia educativa era para una actividad kinestésica, una visual y otra auditiva; problema “solucionado”); si antes era posible mediante alguna actividad que la gran mayoría aprendieran de la misma forma al mismo ritmo se consideraba una estrategia exitosa, lamentablemente esa estrategia se queda corta con toda la evolución y factores que afectan al estudiantado, y a la diversidad propia del

aula, y sobre todo porque hoy todos deben avanzar desde el estado inicial en el que ingresan al sistema educativo.

Esto demanda a los profesores detenerse un poco más (aún más de lo que éticamente se solicita) a la hora de enfrentar a los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje, para replantear en el momento de la planificación las actividades que se presentaran a los estudiantes, entendiendo que estos son diferentes entre sí y para decirlo rápido, diferentes en sus formas de aprender: el cómo los estudiantes captan la información, la decodifican, la comprenden, son capaces de aplicarlas, identificar las barreras o apoyos por el desarrollo de habilidades de nivel superior, etc. Hoy, con el nuevo escenario del sistema educativo, no se puede asegurar que todos entiendan lo mismo con una actividad determinada, o las vivan, sientan y razonen de la misma forma, por lo que no necesariamente estas actividades generarán en todos ellos el impacto que se espera.

Una buena planificación, construida desde la atención a la Diversidad (entendiendo esta como los ritmos y estilos de aprender distintos, incluyendo también necesidades físicas y socioemocionales), y teniendo como base y meta lo planteado en el currículum (los recursos a usar, las estrategias tipo), se debe traducir en transitar en un proceso educativo que permita lograr mejores respuestas frente a lo que se espera que ocurra en la mente de los estudiantes (el que efectivamente aprendan), versus una planificación que fue pensada solo en los objetivos propuestos como medio para lograr el éxito, y que deben ser alcanzados por la mayoría de los estudiantes o los que puedan. Esto es lo que propone la estrategia del Diseño Universal del Aprendizaje, modelo que aparece citado tanto en publicaciones como en tratados internacionales sobre educación y documentos legales del Estado de Chile.

Problemática

Antecedentes

Hace una década era normal como práctica docente la utilización, una y otra vez, de lo que califico como “buenas recetas” a la hora de hacer clases: uso de aquellas estrategias o actividades relativas a la presentación de los contenidos que “siempre habían funcionado bien” (guías extensas de ejercicios sacados de libros históricos, pruebas de unidad o nivel que se repetían año a año, adaptación del material a presentar vía oral o impreso en una diapositiva u otra TIC), dado que en su momento y contexto “permitían” cumplir los objetivos de la clase, según la concepción del estudiante de ese entonces, o mantenía ocupados a los estudiantes en su gran mayoría, salvo por las excepciones que la gran parte de las veces eran catalogados de flojos o con ritmos más lentos de trabajo, pero que de igual forma debían sortear la vara de la estrategia que los estaba midiendo.

Aunque hay que señalar que lo anterior no era la realidad de todos los colegios. También estaban los establecimientos donde la forma tradicional de enseñanza generaba buenos resultados en todos los estudiantes. Sin embargo, si sopesamos el factor selección por una prueba, posible en aquellos días, es esto lo que justificaba los buenos resultados, reconocido en su momento por profesores y estudiantes. Y es que así era muy fácil obtener buenos logros. Y es que antes de la promulgación de la Ley 20.845 en el año 2015, los establecimientos educacionales y sus directores eran libres de realizar cualquier sistema que pudiera seleccionar a los estudiantes, y este mismo punto fue uno de los principales debates a la hora de la puesta en marcha del Sistema de Admisión Escolar: la barrera para mantener una historia de formación de buenos estudiantes (Gelber & Escribano, 2019).

Por otra parte, en el ámbito técnico-pedagógico, junto con los aspectos curriculares a considerar para planificar la clase, se señalaba la importancia del conocimiento del contexto de los estudiantes y los intereses de los mismos, para orientar el diseño y predecir la efectividad de algunas actividades, y luego de la puesta en práctica, el análisis terminaba en si la actividad alcanzó a un gran número de estudiantes o no para hacer los cambios respectivos respecto del dominio de los contenidos de la asignatura. Aquí es importante recalcar la importancia de la vara que es el “dominio de contenidos”.

Pero ¿qué pasaba con aquellos estudiantes que no logran el objetivo, o no cumplen con lo propuesto en las actividades, o tienen dificultades en el desarrollo de estas? ¿Qué ocurría con aquellos contextos en los que la selección no privilegió el trabajo docente? Lamentablemente, el regocijo del profesor estaba en que un buen grupo atendió a lo solicitado y que podían desarrollar los problemas propuestos, y el resto debía intentar alcanzar la meta en otro momento, ya que, si unos pudieron, por qué ellos no. En esos años, el decreto 490 planteaba orientaciones para atender a estudiantes que presentaban una necesidad educativa especial a través de aulas de recursos o psicopedagogos, pero los establecimientos de ninguna forma estaban obligados a atender estas realidades, promoviéndose implícitamente que estudiantes con este tipo de dificultades y sus familias optaran por cambiarse a un número limitado de establecimientos o en el peor de los casos, sumirse en el fracaso escolar o los logros mínimos para ser promovidos de curso en el establecimiento tradicional.

Para aquellos estudiantes que presentaban necesidades educativas especiales necesarias de atender de forma personalizada o con ciertos reparos frente a un estudiante “normal”, y que presentaban problemas incluso en la selección a un colegio poco exigente, se ofrecía la posibilidad de asistir a una Escuela Especial o escuelas a la altura de sus requerimientos (colegios en los cuales el número de estudiantes no sobrepasa los 20 en sala). En estas instituciones, en rigor, se responde de mejor forma al estudiante que presenta problemas en instituciones regulares por condiciones físicas, motoras o necesidades educativas ligadas a los Trastornos del Aprendizaje (discapacidad intelectual, déficit atencional, sordera, paraplejia, entre otras). Hace años, se entendía que un estudiante con capacidades diferentes estaba limitado por las mismas, sin poder acceder a la educación “normal”, y esto era un problema (cuando debió ser un desafío), frente a un sistema en el que no puede encajar, con todas las implicancias que esto puede tener.

Todas estas realidades anteriores han quedado social, científica y legalmente en el pasado. El mérito de los Movimientos estudiantiles en el cambio de paradigma que validaba lo antes descrito, las nuevas corrientes socioeducativas y aportes de la ciencia y la psicología para la Educación, han terminado por sustentar que la sociedad se construye a partir del acto educativo, iniciado en la familia y fortalecido en la escuela. Esto implica que, si se quiere construir una sociedad en la que se maximicen las oportunidades de participación y desarrollo

personal, la famosa Sociedad Inclusiva, estas deben estar presentes en la escuela desde el inicio. Y por lo mismo, no podemos seguir dejando fuera de la sala de clases, a estudiantes que ayudan mucho más a enriquecer con la diferencia el momento de construcción social por excelencia. En otras palabras, no es coherente intentar crear una sociedad más justa y con equidad de oportunidades, si estamos condicionando la entrada al sistema educativo por las dificultades que pueda presentar un estudiante.

Problema

Todos aprendemos de formas distintas porque todos somos distintos, de alguna u otra forma. Todos tenemos fortalezas y debilidades que se acentúan al estar frente a alguna estrategia o actividad presentada. Lamentablemente en el sistema educativo cuando un estudiante no rinde como lo esperado comienza a ser catalogado negativamente. Lento, tonto o flojo, son solo algunos de los apelativos que puede recibir un estudiante que no ha dado el ancho en las actividades presentadas por el docente, y esto sin duda impacta en el autoconcepto del estudiante y lo que puede o no llegar a hacer incluso en la vida. Por lo tanto, el sistema en la práctica no considera dichas diferencias y se sigue aplicando estrategias y actividades que favorecen a un grupo selecto de estudiantes, “los normales”.

Más aún, a partir de las disposiciones internacionales y legales que han justificado la creación de un aula diversa (Objetivos de desarrollo sostenibles de la ONU, Ley 20.845 de Inclusión Social, Ley 20.422 de Igualdad de Oportunidades, Ley 20.370 General de Educación), es deber del sistema educativo brindar las oportunidades de acceso, participación, y consecución exitosa a todos, independiente de su condición, necesidades o discapacidades¹.

Con los aportes científicos, en particular la Neurociencia, la pedagogía se ha hecho consciente de que no son los estudiantes los del problema, sino las prácticas y el sistema educacional al que se han visto enfrentados y, por otra parte, las demandas de la sociedad del siglo XXI piden de manera urgente un cambio en el paradigma de lo que deben vivir los estudiantes en el aula y para qué lo deben vivir.

¹ Se debe destacar con el transcurso de los años cada vez está menos validado el concepto “discapacidad” para señalar una condición de la persona. Incluso las leyes cada vez van adecuando su lenguaje al respecto, entendiendo que lo que discapacita es el contexto en que se desenvuelve el individuo y no su físico, por ejemplo.

Hoy ya no necesitamos crear máquinas que dominen un tema; debemos crear aprendices expertos, antes que dominan el arte de aprender, y sobre todo, lo que cada uno debe hacer para lograr aprender. La información está al alcance de la mano en la era digital, por lo que los estudiantes ya no necesitan ser expertos en la materia y conocer toda la información, sino que deben generar las habilidades que permitan gestionarla, y a la vez ser motivarlos a desarrollarse en una sociedad que cada día busca entregar mejores oportunidades para todos.

Por lo tanto, es imperativo el cambio de paradigma, las estrategias y el entendimiento que tenemos de las situaciones en que no se logra el objetivo de la clase, sus factores e implicaciones posteriores. Es necesario revisar el proceso de planificación de la clase, para responder a las necesidades sociales y personales del proceso educativo.

De todo lo anterior notamos dos situaciones que han empañado el proceso de aprendizaje de los estudiantes:

- Primero, las prácticas de los docentes que más han afectado a los estudiantes, se han fundado bajo un paradigma orientado hacia el dominio del contenido, es decir, al logro o no por el rendimiento del estudiante frente a la memorización de conceptos y aplicaciones del contenido mismo, más no al desarrollo de las habilidades que permitan a los estudiantes a lograr tales proezas y su camino recorrido en el proceso, y esto ha condicionado que los estudiantes exitosos son solo aquellos que logran cumplir con las expectativas del docente frente al objetivo anterior. Y es por esto que tal vez urgen las oportunidades reales y eficientes para capacitar al profesorado en el ámbito de educación inclusiva y enseñanza hacia la diversidad². Las nuevas estrategias implican que al pensar y ejecutar una clase ya no se considera los contenidos y lo señalado en el currículum como el fin, o solo a los estudiantes aplicados, sino que se debe comprender las distintas necesidades que presentaran todos los estudiantes y que requieren ser atendidas para alcanzar el aprendizaje, por ejemplo, planear muy bien las estrategias que permiten el entendimiento de los conceptos o su memorización} y que no sea un factor que impida

² San Martín Ulloa, Constanza, Rogers, Pedro, Troncoso, Catherine, & Rojas, Rocío. (2020). Camino a la Educación Inclusiva: Barreras y Facilitadores para las Culturas, Políticas y Prácticas desde la Voz Docente. *Revista latinoamericana de educación inclusiva*, 14(2), 191-211. <https://dx.doi.org/10.4067/s0718-73782020000200191>

su logro la disposición, condiciones transitorias, necesidades permanentes, etc., y todo esto dado en el mismo contexto educativo.

- Segundo, se debe evitar a toda costa la segregación de los estudiantes en las instituciones educativas, o mermar la posibilidad de participar en una de las tantas instancias diseñadas en el proceso de enseñanza, lo que complementa el punto anterior.
- Lo que buscan las actuales políticas educativas es la ejecución de la Educación Inclusiva, y para ello debe haber un cambio de paradigma en cuanto a la responsabilidad que tiene cada acción y cada miembro del momento educativo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, y la comprensión de que todos pueden y deben desarrollar sus capacidades mediante el proceso educativo, y así mismo, en la sociedad.

Justificación

Lo que se quiere lograr hoy en la Educación es dar respuesta a todos los estudiantes presentes en el aula independiente de sus necesidades cognitivas, físicas y/o socioemocionales, talentos o contextos (Blanco, 2006).

Y es que un Sistema Educativo Inclusivo es el nuevo desafío de la educación actual, que ha evolucionado a partir de la Normalización que se planeaba del contexto escolar anterior (según la LOCE, la educación debía ser capaz de transmitir y cultivar conocimientos y valores para la inserción a la sociedad). La Educación Inclusiva no solo es una cuestión de índole momentánea de traspaso de información, sino que es un deber social y moral, ya que vivimos en una sociedad en la que somos más diferentes que parecidos, y esto es un pilar fundamental para la construcción del sistema educativo de un país.

Hoy, la Educación debe propender a superar las desigualdades para formar una sociedad más justa, equitativa y democrática (Agenda 2030 ONU, 2015), aceptando la diversidad propia que entregan los ciudadanos. Por esto, el nuevo paradigma plantea que todos juntos, independiente de nuestras capacidades o aptitudes, sin segregación o discriminación arbitraria, podamos aprender en el ambiente escuela, a partir de las propias posibilidades y brindando los apoyos o adecuaciones necesarias para alcanzar los objetivos del proceso educativo. Esto desafía a la escuela a valorar la diversidad presente en sus estudiantes, adaptarse a este nuevo contexto escolar, debiendo ser accesible e integradora, y eliminando la mayor cantidad de barreras para el aprendizaje dentro de sus posibilidades.

¿Pero de qué trata la Inclusión en el proceso Educativo? El concepto de Inclusión en la Educación es un derivado y mejorado de la antigua concepción de Integración. Éste último se entiende como la posibilidad de dar acceso para todos a las distintas entidades existentes en la sociedad, implicando que quien ingresa deba adaptarse a la institución y al sistema que lo recibe, lo que involucra un “pero” para el individuo (una suerte de abrir las puertas, pero siendo consciente que hay límites en los que se podrá mover, dado sus capacidades, asumiendo por parte del individuo el desafío de enfrentarlos). Respecto a la Educación, en el decreto 490 del año 1990, acompañado de la LOCE, se explican los mecanismos de Integración de estudiantes con necesidades educativas especiales, en los que los conceptos de aula de recursos se fueron corrigiendo al evidenciarse de igual forma en esto, una integración discriminatoria.

En el caso de la Inclusión, no solo se permite la integración del estudiante al sistema, sino que también asegura herramientas y protocolos necesarios para que pueda alcanzar los objetivos de aprendizaje dispuestos según sus capacidades y el término exitoso del proceso educativo (evitando la deserción), independiente de su realidad e historial académico. Esto hace que sea la escuela (junto con políticas gubernamentales y los organismos reguladores) la que deba adaptarse a priori a los estudiantes y dar respuesta a los requerimientos que éstos presenten, tanto en infraestructura, como currículo y profesionales (abrimos las puertas y además disponemos de todo lo necesario con anterioridad para alcanzar todos los objetivos propuestos como escuela, como nación, y también las que el individuo tenga entre sus expectativas). En definitiva, el estudiante ya no es quién se adapta, sino que la escuela lo hace a él. Lo mismo ocurre a nivel social, la Inclusión valora la diversidad de todos, respetando y valorando las necesidades que puedan tener, ofreciendo un trato digno en la sociedad.

El atender a estudiantes que presentan necesidades educativas especiales, o que solo aprendan distinto a la media, en el mismo espacio compartiendo con estudiantes que “en rigor no lo necesitan”, ha implicado un desafío para los docentes, los que deben evolucionar en sus prácticas y estrategias en todo momento del proceso educativo (en el Marco para la Buena Enseñanza se estructura como etapas del proceso educativo la planificación, clase propiamente tal, evaluación y reflexión). Actividades que eran aplicadas año a año, dado su efectividad para manipular el concepto enseñado, o prioridades que se le daban a algún momento educativo (análisis de solo el producto del aprendizaje y no tanto al proceso de éste), ahora deben adaptarse

a los nuevos estudiantes, sin la necesidad de conocerlos, por lo que una receta anterior no necesariamente asegura el logro de los aprendizajes por todos los estudiantes; no basta con que más de la mitad alcance lo propuesto, se debe buscar que todos se vean beneficiados por todo lo que ocurra en la sala de clases, y hacer todo lo posible para que esto ocurra, y que más allá de demostrar entender un nuevo concepto, que logren formar un estudiante que sea capaz de movilizarse respecto de los logros de aprendizaje.

Lo anterior ha desencadenado un trabajo de ensayo y error por parte de los docentes que se ven enfrentados a este nuevo desafío. La búsqueda de nuevas estrategias, adaptaciones a dinámicas de clase, medios y materiales para alcanzar los objetivos propuestos por el Ministerio, donde la experiencia cobra aún más relevancia para validar dichas prácticas, ha puesto en jaque el trabajo del docente a la hora de preparar el proceso de aprendizaje, sobre todo el que se lleva a cabo en un aula diversa e inclusiva, determinada por el sistema educativo. Y este ensayo y error es necesario sistematizarlo de una vez por todas.

Objetivos

Objetivo General:

Analizar la concepción de Diversidad Educativa para la gestión curricular y metodológica del proceso de enseñanza aprendizaje en la asignatura de Matemática.

Objetivos Específicos:

1. Reconocer la importancia de la atención a la diversidad en el proceso educativo, siendo un desafío de la Educación del siglo XXI, así como también en la construcción de la sociedad actual.
2. Presentar los fundamentos y consideraciones señalados por el Diseño Universal de Aprendizaje DUA, como modelo para la planificación del proceso de enseñanza.
3. Modelar lo planteado por el DUA, presentando actividades y estrategias de clase con las que se concrete lo sugerido para la atención a la diversidad y la maximización de oportunidades para lograr el aprendizaje.

Marco Teórico

La Educación Inclusiva

La Inclusión es un concepto que ha mejorado el entendimiento de cómo debiese desarrollarse toda persona que nace en sociedad. Es común encontrarse con la frase del “todos somos iguales ante algo”, pero resulta que cuando se trata de acceder a las mismas experiencias aparecen ciertas barreras y es que no somos iguales, y no solo físicamente, también de manera cognitiva, ética, religiosa, etc. Y las naciones han notado la importancia de esto para mejorar la calidad de vida de todas las personas.

Siguiendo la línea de lo que pretende esta tesina, explicaremos el concepto de inclusión con la siguiente situación: imaginémonos que tenemos una condición particular que nos impide subir escaleras, y que al llegar a un edificio que ofrece un servicio que necesitamos de manera urgente, no podemos acceder a el producto de que el edificio tiene solo una vía de entrada que es por escaleras. Si bien alguien puede ofrecernos una solución momentánea, el problema se seguirá planteando y puede que con mayores matices. Si agregamos que el edificio señala “atención a todo público”, nuestra dignidad se ve disminuida ya que, de entrada, estamos quedando fuera de ese “público”. En esta situación el Edificio no está incluyéndonos inicialmente como parte de quienes necesitamos de él (nos discrimina y/o segrega y finalmente no podríamos aprovechar el servicio que provee) y si bien puede haber un intento de Integración (personas nos asisten para subir las escaleras), el problema de fondo no se está solucionando ni tomando las acciones para que en una posterior experiencia se pueda ejecutar un normal acceso. De esto se trata la Inclusión, de generar los espacios donde, sin importar las necesidades o capacidades podamos desenvolvemos y participar a priori con los mínimos ajustes posibles en el proceso, más aún si estos espacios son promocionados para todos.

Esta idea de incluir a todos en el diseño es lo que fundamenta la Educación Inclusiva, que todos los que quieran acceder al sistema educativo, lo hagan sin importar sus necesidad o capacidades y lo más importante, que su tránsito sea exitoso (UNESCO, 2005), y esto al parecer es un proceso complejo de lograr.

En el año 2010, se promulga la Ley 20.422 de Igualdad de Oportunidades e Inclusión Social, en la que se entiende que todo individuo debe tener en la sociedad las mismas

oportunidades independientes de sus capacidades o necesidades, enfatizando la Inclusión como una responsabilidad social para la nación. Esta ley en su Artículo 7 señala que se deben tomar las acciones necesarias para la igualdad de oportunidades y evitar o compensar las discapacidades a fin de participar en la vida educativa cimentando el camino para la Inclusión Educativa en el sistema. Del mismo modo, el artículo 21 señala que quién lo necesite, debe contar con los apoyos y profesionales para lograr el mayor grado de participación, sobre todo en las instituciones con algún grado de dependencia del estado. En el artículo 24, se complementa que la institución educativa debe realizar los ajustes necesarios para dar mayor accesibilidad a personas que presenten algún tipo de discapacidad que merme el proceso enseñanza-aprendizaje³. En el párrafo 2, artículo 34 a 42, se detalla aún más los deberes del estado, así como de las instituciones educativas para dar cumplimiento a la Inclusión Escolar (notando que no se habla más de integración, sino del concepto más amplio que entrega la Inclusión). Cabe destacar que el documento habla mayormente de inclusión respecto a las discapacidades que deben ser atendidas en colegios especiales, comentando en el artículo 34 lo planeado para las escuelas y niveles regulares, con respecto a la atención de estudiantes con necesidades educativas especiales.

El proceso de Inclusión Educativa plantea a los docentes un trabajo arduo y un cambio en la forma en qué se diseña una clase para un aula diversa, ya que es una responsabilidad el brindar todas las posibilidades para alcanzar el aprendizaje.

La Diversidad en la Educación

Para efectos del presente trabajo, entenderemos la Diversidad como el contexto generado producto de las distintas realidades, necesidades, capacidades, intereses, entre otros conceptos, que puedan presentar los estudiantes en el momento educativo, y que deben ser atendidas para asegurar el acceso, la permanencia y la consecución de logros en el sistema.

La diversidad también plantea el enriquecimiento personal de cada estudiante, y también el enriquecimiento del grupo completo en la sala de clases al interactuar con otros cuyas

³ Es importante comentar que el concepto de discapacidad al pasar los años ha quedado obsoleto, ya que se debe comprender que los estudiantes deben y pueden participar en las diferentes etapas del proceso de enseñanza aprendizaje. Lo que surgen son “barreras” para el aprendizaje, entendidas como todos los obstáculos que puedan aparecer en el contexto en que se da el momento de enseñanza, y que tienen directa relación con el diseño del mismo, y no con el estudiante (Boot, 2000).

diferencias permiten el desarrollo de valores como el respeto, la aceptación, la empatía y la sana convivencia (entre otros) que propenden a configurar una sociedad inclusiva.

No debemos confundir la Diversidad como la idea de las distintas atenciones que debemos realizar a los estudiantes que presentan una necesidad educativa específica de tipo cognitiva (trastornos del espectro autista, déficit atencional, desarrollo intelectual limítrofe) o motor (hipoacusia, ceguera, entre otros), sino que también pueden ser necesidades de tipo afectivas, o comunicativas, o socioculturales del estudiantado, que pueden afectar al normal proceso de aprendizaje.

Comprender el trabajo en un ambiente diverso implica para el docente gestionar una gran cantidad de recursos en pro de que todos puedan participar del proceso de enseñanza y lograr aprender dadas sus potencialidades.

Orientaciones Internacionales que enfatizan la Educación Inclusiva

En el año 2015, la Organización de Naciones Unidas ONU presenta la “Agenda 2030 sobre el Desarrollo Sostenible”, acuerdo internacional que establece 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible ODS, que orientan a los países en cuanto a lo que sus políticas públicas debieran abordar para mejorar la calidad de vida de TODOS los ciudadanos. Cada objetivo desafía a las naciones a mejorar su situación en distintos ámbitos, a través del cumplimiento de ciertos indicadores, que los llevarían a alcanzar un nivel de desarrollo ejemplar, buscando mejorar en principio la calidad de vida, y avanzar en temas relativos a igualdad, dignidad, sustentabilidad económica, medioambiental y cultura, entre otros aspectos (en lo práctico, se traduce en eliminación de la pobreza, combatir cambio climático, lograr accesibilidad universal, respeto e igualdad de la mujer, y más desafíos del siglo XXI).

Uno de los objetivos se relaciona al contexto educativo de cada País, siendo titulado “Objetivo de Desarrollo Sostenible número 4 Educación de Calidad” (ODS 4), en el que se pide “garantizar una **educación inclusiva** equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos” (Agenda 2030, ONU 2015). Respecto a este punto, el concepto de Inclusión se entiende como un sistema en el cual todo miembro de la sociedad pueda transitar y lo más importante, pueda alcanzar las expectativas que tiene con dicho tránsito, que en el ámbito educativo corresponde a la demostración de aprendizajes.

Concretamente, el Objetivo 4 de los ODS plantea:

- Establecer la Escuela como un espacio de Inclusión social e igualdad de oportunidades educativas. Todos pueden acceder a ellas y todos tienen la posibilidad de aprender.
- Entregar las condiciones de infraestructura óptimas para la generación de un ambiente de aprendizaje de todo el que lo requiera. Es lógico, se deben adaptar los espacios para recibir a los estudiantes cuyas necesidades lo ameriten (de acceso, de higiene, etc.)
- Capacitaciones del personal educativo, buscando aumentar las posibilidades de dar respuesta a las necesidades de los estudiantes. Esto implica gestionar los recursos para el mejoramiento de las prácticas y capacidades de atención de docentes y asistentes de la educación.
- Generar nuevas posibilidades de aprendizaje alejados del ámbito educativo (escuela-entorno). No solo se educa en la escuela, se entiende que el proceso se extiende a la familia y la comunidad, y así mismo a la sociedad.
- Inserción laboral y educación valórica. Respecto de las perspectivas a futuro del proceso educativo, que entregue reales oportunidades para el desarrollo personal y profesional.
- Concientizar a los gobiernos al buen manejo de recursos y políticas que permitan alcanzar el ODS 4.

Con respecto a la atención a la diversidad, el ODS 4 presenta los siguientes indicadores de logro:

- *“4.5 De aquí a 2030, eliminar las disparidades de género en la educación y asegurar el acceso igualitario a todos los niveles de la enseñanza y la formación profesional para las personas vulnerables, incluidas las personas con discapacidad, los pueblos indígenas y los niños en situaciones de vulnerabilidad”.*
- *“4.a Construir y adecuar instalaciones educativas que tengan en cuenta las necesidades de los niños y las personas con discapacidad y las diferencias de género, y que ofrezcan entornos de aprendizaje seguros, no violentos, inclusivos y eficaces para todos”.*

Sin duda que sinónimo de un país desarrollado es un sistema educativo equitativo y de calidad, incluyendo también el acceso universal. Concebir una escuela en la que se reproduzca la sociedad como ha sido hasta ahora también señala que es en la escuela que se debe reproducir

un ambiente inclusivo, donde las diferencias sean sinónimo de riqueza, y se valore a cada individuo con el potencial que puede en el aula alcanzar. Esto pone en jaque al docente que es quien debe asegurar la vinculación de todos los estudiantes con el proceso de aprendizaje

Lineamientos Nacionales que aseguran la responsabilidad hacia la Educación Inclusiva

En cuanto a la realidad del país, las nuevas orientaciones que define la política nacional plantean una sociedad que en general debe caminar hacia la Inclusión, permitiendo a toda persona el acceso, goce y desarrollo en las mismas condiciones que podría tener cualquiera, independiente de su condición de discapacidad o vulnerabilidad. Desde el poder legislativo, han emanado Leyes y Decretos (ya se planteó anteriormente la Ley 20.442 del año 2010) que definen, aseguran y regulan mecanismos de inclusión social, donde la Educación se inscribe como punto de partida para construir un país de avanzada, justo y democrático.

A pesar de la Ley del año 2010, el proceso de ocupación de la necesidad de ofrecer Educación a estudiantes que presentan necesidades educativas, viene dando pasos desde la década de 1990, con el decreto 490, el que orientó al sistema educativo respecto de la integración y atención de dichos estudiantes en colegios tradicionales, hasta que en el 2009, con la Ley General de Educación, es donde se cimientan de mejor forma los objetivos para crear un sistema educativo con igualdad de oportunidades e inclusivo.

Decreto 490 (1990)

Es el primer documento emanado por el Estado en que se *establecen normas para integrar a alumnos discapacitados en establecimientos comunes* (diferentes a las escuelas especiales). Se constituye una Integración del estudiante que es posible si las condiciones del establecimiento lo permiten, tipificando los tipos de ayuda que podrán recibir de acuerdo a las Necesidades Educativas. Dichas ayudas se concretizan principalmente en apoyo externo al aula común por profesionales capacitados, realizando trabajos con el estudiante en un “Aula de Recursos” (se saca al estudiante del aula regular para realizar un trabajo más personalizado de acuerdo a sus necesidades y las capacidades del establecimiento, validado esto por la Ley), adecuaciones al currículum, porcentajes de logro, trabajo con psicopedagogos, entre otros apoyos.

Al pasar los años este decreto fue cuestionado y corregido, de acuerdo a los nuevos paradigmas educativos. Sus adecuaciones se originaron al comprender que la concepción de no discriminación y no segregación de los estudiantes se producían de igual forma con la decisión (y opción) de sacar a estos de la sala, alejándolos de la interacción con el resto de sus pares y del trabajo educativo realizado por el docente, por lo tanto, se valida una incorporación a medias que dejaba en evidencia la segregación, permitida legalmente y en la práctica.

Ley General de Educación

La Ley 20.370 (2009) General de Educación, conocida como LGE, redefine el concepto de Educación presentado en la LOCE, desde el impacto que debe tener en el desarrollo de la persona hasta el fin que debe cumplir en la contingencia nacional, planteando nuevos objetivos que ésta debe cumplir, como el contribuir al desarrollo integral de cada persona y junto con ello, el desarrollo de la sociedad. Esta Ley pretende asegurar una Educación de Calidad y Equitativa para los estudiantes, independiente del contexto socioeconómico de las familias, intentando acabar con el lucro en la Educación, asegurando acceso justo y gestionando la participación exitosa en el sistema.

En los artículos 3 y 10 es donde esta ley propone la generación de una nueva realidad educativa, concluyendo que se debe propiciar en el aula la existencia de diversas realidades como un factor enriquecedor de las mismas (contextos sociales, económicos, étnicos, etc.), e independiente de estas realidades, la importancia de asegurar la calidad del proceso enseñanza aprendizaje, coherente con las capacidades de cada individuo incluido en el proceso. Además, es imperativo el propender que todos los estudiantes puedan alcanzar los estándares y objetivos señalados en la Ley (que puedan participar del sistema educativo, en la institución que deseen, fomentar el compromiso académico en estudiantes y apoderados, entre otros) con la consecuente responsabilidad de los actores del proceso de enseñanza (instituciones y docentes).

De forma coherente, se propicia la creación y flexibilidad de diversos proyectos educativos para que las familias y estudiantes puedan elegir de acuerdo a sus intereses la que más se ajuste a ellos, asegurando que esta diversidad de enfoques no menoscabará sus oportunidades frente a estudiantes que estén en otros establecimientos.

Ley de Inclusión

Luego de promulgarse la Ley 20.422, relativa a la Inclusión social, producto de sus implicancias y la necesidad de profundizar aún más en cómo se debe responder en la Educación, 5 años después se promulga la Ley 20.845 (2015) sobre Inclusión Escolar Educativa, en la que se modifica y agrega conceptos presentados en la Ley 20.370 (LGE) que son necesarios entender por todos a la hora de concebir una escuela inclusiva.

Diversidad, integración e inclusión, gratuidad, promoción de la responsabilidad del estudiante en el proceso educativo, mecanismos que acaban con el lucro en la educación y el fin del financiamiento compartido, son algunos aspectos que se evidencian en esta Ley. Además, se formaliza el uso de la frase *Educación Inclusiva*⁴, añadiendo este concepto a puntos considerados en el escrito inicial de la LGE.

Entre otros aspectos, se regula la admisión de los estudiantes a los establecimientos educacionales que reciben aportes del estado; se establecen mecanismos que ponen fin a la selección arbitraria y la discriminación, señalando que ninguna institución reconocida por el estado debe considerar variables como rendimiento académico anterior o potencial, o antecedentes socioeconómicos de la familia. Se busca favorecer la igualdad de oportunidades entre los estudiantes en cuanto al ingreso a instituciones educativas que las familias decidan (aun sin considerar el aspecto de colegios con fines de lucro versus otros que no). Junto con esto, se presenta la responsabilidad que tiene la familia, de informar a la institución las capacidades diferentes o necesidades educativas especiales de sus pupilos (acorde a la Ley 20.422).

En la práctica, esta ley es la que termina de formular una nueva realidad en el aula, al otorgar el derecho de acceso de todo estudiante y su familia, a la institución educativa que cumpla con sus expectativas.

⁴ Uno de los cambios que implica la palabra Inclusión es su componente referida a que las necesidades educativas deben ser atendidas desde el momento del diseño inicial del proceso de enseñanza con la menor cantidad de ajustes, así como garantizar todos los apoyos para lograr avances. Antes de este concepto se establecía como meta lograr la Integración Educativa, pero este solo se remite a facilitar el acceso a un sistema tradicional a alguien que presenta dificultades, sin la responsabilidad de hacerse cargo la institución de las problemáticas que podría enfrentar el estudiante al no ser atendidas sus necesidades apropiadamente o con un programa diferenciado (Blanco, 2006).

Decreto 170

No menos importante, es mencionar el decreto 170 (2010), en el que se establecen mecanismos para detectar y apoyar a los estudiantes con Necesidades Educativas especiales, que ingresan a establecimientos de educación formal que cuentan con Programas de Integración Escolar. Tiene especial importancia en cuanto a la asignación de recursos en establecimientos que se han declarado Inclusivos, y que atienden a estudiantes con necesidades educativas de tipo transitorias y permanentes.

Decreto N°83 Exento

Promulgado en el año 2015, busca entregar las orientaciones para desarrollar un sistema educativo que responda a la diversidad de necesidades que tienen los estudiantes que ingresan producto del nuevo sistema de admisión escolar, y también aprobando criterios y orientaciones de adecuación curricular para estudiantes con Necesidades Educativas Especiales para Educación hasta 8° básico.

En este decreto se presenta como gran estrategia para abordar la diversidad en el aula, el Diseño Universal de Aprendizaje, junto con sus principios, detallando que esta herramienta se concibe como una estrategia para abordar toda la clase, no solo la atención personalizada para algunos casos, creando la necesidad de que el sistema oriente sus diseños de clases de forma diversificada para todos los estudiantes, independiente de cualquier barrera para el aprendizaje que exista o surja en el contexto.

Realizando un breve análisis, éste decreto está diseñado para la Educación de estudiantes en niveles de Educación de Párvulos y Básica, notando que no hay aún una normativa que regule u oriente en Enseñanza Media. Más aún, las disposiciones que sugiere el decreto se aplicarán con gradualidad desde el año 2017, quedando a criterio de los establecimientos y sostenedores comenzar a aplicarlos en sus respectivas instituciones.

La diversidad en el momento educativo

Con el transcurso de los años, cada vez aparecen nuevos estudios describiendo y analizando el cómo se aprende significativamente. Cada nuevo estudio complementa o reconstruye la idea que tenemos sobre lo que es e implica la Educación y los factores que interactúan sobre ésta (tanto a nivel científico, social, ético, existencial...), así como las piedras

de tope que harían pensar en que hay un límite para lograr un objetivo en el aprendizaje de un individuo.

Desde el contexto científico, las Neurociencias han dotado de validez científica sobre la descripción y funcionamiento del cerebro frente al proceso de aprendizaje, enriqueciendo las formas en que las Pedagogías pueden entender el proceso e intervenir en el mismo (Bueno, 2020). La Neurociencia ha presentado evidencia importante que incluso se aplica a teorías como el condicionamiento operante, o el andamiaje y zonas de desarrollo próximo. Sus avances nos indican que, a la hora de aprender, es posible identificar tres grandes redes de conexiones neuronales que impactan cuantitativa y cualitativamente en el aprendizaje.

Según Rose y Meyer (2006), las redes neuronales que se activan al momento de aprender son:

- **Las Redes Afectivas:** que explica el grado y calidad de aprendizaje respecto del interés y motivación que tuvo el individuo cuando se dio el aprendizaje. Permiten entenderse al responder la pregunta “*Por qué o Para qué estoy aprendiendo*” y explican lo que mueve a que se dé el aprendizaje.
- **Las Redes del Conocimiento:** entendidas respecto a los procesos que se ejecutan para captar la información para aprender (los canales por los que llega la información, por los que se explica, comprende, y conecta con información antigua). Se centran en el “*Qué se está aprendiendo*”.
- **Las Redes Estratégicas:** que se activan al momento de aplicar el conocimiento o realizar alguna acción con lo nuevo, experimentándolo y viendo la significatividad y oportunidad del mismo. Se relacionan con la pregunta “*Cómo estamos aprendiendo*”.

Además de estas descripciones, la Neurociencia indica que al momento de aprender estas redes difieren en el grado de activación entre los individuos, y por esto, ningún individuo aprende igual que otro (Alba, Sánchez y Zubillaga, 2014). Aquí surge la relevancia por comprender en el momento de enseñanza que una actividad puede motivar, ser entendida o comprendida entre los estudiantes de distinta manera, a pesar de ser por la misma forma para todos. Esto explica la diversidad de respuestas que podemos encontrar en la sala de clases al momento de enseñar, los niveles de logro del aprendizaje en los estudiantes, y esto mismo,

orienta el estudio y abordaje de las distintas necesidades educativas y barreras para el aprendizaje que pueden surgir del proceso de aprendizaje diseñado.

Por último, es importante notar que de acuerdo a las Redes Neuronales se puede entender por qué existen necesidades educativas y por qué aparecen barreras a la hora de aprender y el momento en qué hacen su aparición, y cómo responder frente a lo mismo.

Las Necesidades Educativas

Son entendidas como aquellas dificultades que pueden presentar algunos estudiantes con un mayor grado de profundidad que la media del resto del grupo, del mismo rango etario, y frente a las cuales el docente debe tomar medidas, recurrir a personal especialista, adaptar o ajustar las condiciones para que estas sean atendidas de forma oportuna, viéndose reflejado en lograr el acceso a la nueva información, la participación en las actividades y su evaluación, a través de las estrategias de enseñanza.

Las necesidades educativas pueden ser intrínsecas (relacionadas a diagnósticos) o extrínsecas al estudiante (contexto sociocultural, vulnerabilidad, rezago escolar, prejuicios, puesta en práctica del currículum por parte del docente), y de acuerdo al grado de profundidad, llega a ser necesaria la atención de especialistas para apoyar el proceso de los aprendizajes.

Las necesidades educativas tienen directa relación con los procesos cerebrales señalados por la Neurociencia: pueden ser necesidades de acceso producto de una escasa implicación en el proceso, o por discapacidad auditiva o visual, o por diagnósticos relacionados a las habilidades específicas como lectoescritura o razonamiento matemático que impiden una comprensión o aplicación de lo aprendido de manera estándar.

Frente al abordaje de las Necesidades Educativas más complejas que requieren la atención especializada producto de un diagnóstico, se definen las Necesidades Educativas Especiales NEE, normadas por el decreto 170, y que pueden ser de carácter transitorio (al reconocer barreras en momentos específicos del desarrollo del estudiante dado por el desarrollo de habilidades o el contexto) o permanentes (entendiéndose estas como barreras que el estudiante siempre experimentará en su vida académica por limitantes cognitivas o motoras).

En relación a las NEE, el decreto 170 asegura la subvención en establecimientos con Programa de Integración para abordar estas necesidades, asegurando la atención oportuna y

equiparando condiciones para que todos los estudiantes puedan ser incluidos en el sistema regular de educación.

Las Barreras para el Aprendizaje

Según Rose y Meyer (2002), las barreras para el aprendizaje surgen por el resultado de la interacción de los estudiantes con los métodos, materiales o recursos de aprendizaje inadecuados o poco pertinentes de acuerdo a las necesidades educativas que debiesen atender, lo que ocasiona en el peor de los casos, el fracaso del logro del objetivo de aprendizaje (en algunos o todos los momentos del proceso de enseñanza).

Estas barreras pudieron ser inconscientemente puestas por el docente a raíz de la preparación del proceso de enseñanza sin considerar las necesidades de los estudiantes, o incluso por el desconocimiento de la diversidad de realidades en el aula al pensar sus prácticas hacia el estudiante ideal (presentar un nuevo tema por la vía oral impacta en aquellos estudiantes que presentan problemas de concentración o que la misma acción requiere tener una actitud a la escucha activa, habilidad que puede estar descendida). Este tipo de acciones son las que segregan, discriminan y perjudican a algunos estudiantes (en el peor de los casos a todos) por sobre otros.

Ejemplos de barreras para el aprendizaje y que impactan en el rendimiento de los estudiantes son:

- Presentar la información por una sola vía de comunicación (oral, escaso apoyo visual, presentaciones solo con texto, por ejemplo).
- Presentar la información de distintas formas de manera monótona, sin un hilo conductor. Esto podría generar un sobre exceso de información en aquellos estudiantes más aplicados e incluso en los que se pretende apoyar, estancar el desarrollo de la habilidad que permita captar la información por otros medios, desmereciendo una actividad por otra.
- Actividades monótonas o poco coherentes al presentar niveles diferentes de aplicación a cómo se ha enseñado o comprendido el tema sin el andamiaje correspondiente.
- Nula conexión o escasa activación de conocimientos previos o aseguramiento de los mismos en el caso de que los objetivos nuevos así lo requieran.

- Evaluación que no es auténtica frente al proceso que llevaron los estudiantes (realizaron actividades grupales pero la evaluación es individual)
- Evaluación que no considera las capacidades y necesidades de los estudiantes a pesar de ser consideradas en el proceso. Este caso lo ejemplificaremos con la cita “si juzgamos a un pez por su habilidad para escalar un árbol, el pez a priori creerá que es un idiota, y el caracol que es un lento, y el mono que es brillante”. Estamos condicionando incluso antes de la evaluación cuál es el resultado que alcanzará cada estudiante.

Todos son genios, pero si juzgas a un pez por su habilidad para trepar árboles, vivirá toda su vida creyendo que es estúpido.



Fuente: <https://www.recursosacademicos.net/debate-98-examen-justo-ii/>
<https://www.recursosacademicos.net/debate-98-examen-justo-ii/>

Dado que todos los estudiantes difieren en la forma en que pueden comprender la información y demostrar su comprensión, de acuerdo a la diversidad e Inclusión educativa, es que se hace necesario minimizar las barreras ofreciendo de distintas y fluidamente posibilidades para acceder a la información, comprenderla, participar en las actividades que permitan su práctica, desarrollar las habilidades según sus capacidades y demostrar los logros de este proceso. Esto no implica que una misma actividad se presentará de distintas maneras, sino que se requiere la adaptación de las estrategias empleadas para responder a la diversidad del aula. Y aquí queda en evidencia la importancia de la planificación del proceso de enseñanza dada la diversidad innata en los estudiantes.

El Diseño Universal de Aprendizaje DUA

Es una de las propuestas más innovadoras y citadas para responder a la Inclusión en la Educación y abordar la diversidad de necesidades en el proceso de enseñanza aprendizaje, incluso siendo mencionado en el Decreto 83 Exento, el último encargado de entregar las orientaciones para dar vida a la Inclusión en nuestro país, así como en diversos estudios en organismos internacionales que entregan las bases e indicaciones para las políticas públicas que afecten el modelo educativo (Cortés, Ferreira y Arias, 2021)⁵.

Esta herramienta es creada y difundida por el Centro de Estudio Tecnología Aplicada (CAST por sus siglas en inglés), inspirados por la atención hacia la diversidad de necesidades que puedan tener las personas en cuanto a la movilidad en espacios públicos y edificios de servicios gubernamentales. Al respecto, en 1985 Ronald Mace acuña el término “Diseño Universal” enfocado a las características que se deben cumplir desde el diseño original, en una construcción que albergue servicios básicos o estatales para el libre desplazamiento de todos los ciudadanos, sobre todos para aquellos que presentan movilidad reducida o requieran alguna adaptación en el diseño para acceder. De esta manera, se incentiva que las construcciones civiles se gestionen desde su planificación para el tránsito y uso de todas las personas. Su concepto apunta a que es totalmente posible construir edificaciones en las que puedan transitar personas con o sin discapacidad, compartiendo las mismas instalaciones. Este mismo principio se pretende homologar en la Educación, donde la obra a construir es el proceso de enseñanza para el aprendizaje y los beneficiarios serán los estudiantes, entendiendo que las limitantes a abordar son sus necesidades educativas y minimizar las barreras para el aprendizaje.

Así, el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), se presenta como un marco que guía la intervención del currículo y la práctica docente para la preparación del proceso de aprendizaje en un sistema inclusivo, teniendo como foco la atención a la diversidad de estilos, necesidades, dificultades y/o barreras que se puedan presentar en la ejecución del diseño de clase. El DUA propone que estas problemáticas ya no sean entendidas como tales, sino que, con su comprensión, sean enriquecedoras en la planeación de actividades de aula y del proceso en general. En otras palabras, el DUA es una forma de gestionar el currículum con miras a la

⁵ Cortés Díaz, Mario, Ferreira Villa, Camino, & Arias Gago, Ana Rosa. (2021). Fundamentos del Diseño Universal para el Aprendizaje Desde la Perspectiva Internacional. Revista Brasileña de Educación Especial. Recuperado de <https://doi.org/10.1590/1980-54702021v27e0065>

diversificación; se comprende que todos los usuarios del sistema educativo aprenden de formas distintas, de acuerdo a lo presentado por el modelo neurocientífico de Redes Cerebrales, y por lo tanto se debe condicionar de igual manera la metodología de enseñanza y los procesos evaluativos a los que se verán enfrentados los estudiantes. Así, se presenta una mirada distinta a la hora de planificar el proceso de aprendizaje y todas sus dimensiones, y se proponen las acciones para estructurar la planificación de clase guiando al docente para enfrentar la diversidad e inclusión educativa.

Para dar cumplimiento a lo anterior, el DUA se esfuerza por promover aún más la conciencia de la flexibilización de **los objetivos** del proceso de enseñanza a partir del currículum, **los métodos** de acuerdo a la experiencia, **los materiales** según los objetivos y **las necesidades** de acceso de los estudiantes y la evaluación, motivando a la creación y programación de distintas formas en que el docente presentará la información, distintos modos en que los estudiantes responderán o demostrarán el nuevo conocimiento, distintas formas de ejercitar las nuevas habilidades, y distintas formas de generar el compromiso y mantener la motivación hacia el proceso de aprendizaje (consideraciones planteadas por el modelo de redes neuronales).

Sobre el abordaje del currículum en la educación tradicional, el DUA señala que el problema radica en el entendimiento de éste por parte de los docentes, creando la principal barrera para el aprendizaje, ya que muchas veces la flexibilidad que aparenta tener no es aplicada en el aula, asumiendo que el currículum es el medio para lograr el fin en él propuesto, asumiendo que lo buscado es un estudiante domine la asignatura (concretizando: supongamos que el objetivo plantea la resolución de las ecuaciones cuadráticas, y por esto, el docente solo se centra en medir la resolución exitosa de las mismas de manera algebraica a través de todos los métodos, sin embargo se desmerece el por qué es importante enseñar tal temática, o las otras formas de presentar el objetivo, sin considerar por ejemplo elementos previos que los estudiantes deben manejar, por ejemplo, valorar expresiones). El DUA recalca que en vez que el objetivo sea generar un experto en el tema es generar un estudiante autónomo en cuanto al arte de aprender, un aprendiz experto, una persona que conoce los recursos y gestiona sus conocimientos, siendo el docente quien entrega las herramientas a través de las actividades de enseñanza propuestas y su orientación (no un vaciado de contenidos en un recipiente que los debe contener y verter en el momento de la evaluación).

Respecto de la atención a la barreras que puedan presentar los estudiantes, el DUA indica que con la preparación de un proceso diversificado desde el inicio, y entendiendo las distintas formas en que los estudiantes podrían transitar por el proceso educativo, se comenzarían a disminuir los problemas en el acceso, la participación y la evaluación, y esto impactaría positivamente en el evitar la segregación, adaptaciones en la marcha del proceso, y la presentación de apoyos y desafíos apropiados a los estudiantes, y la concientización de las altas expectativas respecto del logro de los estudiantes en su proceso académico.

El fin no es que los estudiantes aprendan la asignatura, sino que aprendan a gestionar su aprendizaje a través de las distintas dimensiones que pone foco el Diseño Universal de Aprendizaje.

¿Por qué el Diseño Universal de Aprendizaje puede ser la respuesta a la atención a la Diversidad?

El Diseño Universal de Aprendizaje se construye en base a los estudios desarrollados por la Neurociencia, Ciencias de la Educación y Psicología Cognitiva, teniendo como principal pregunta cómo se aprende. Incluye, además, conceptos clave de las Zonas de Desarrollo Próximo, el Andamiaje Graduado, la Tutorización y Modelado, sintetizando las obras de Piaget, Vigotzky, Bruner, Ross y Wood, Bloom, entre otros.

Adicionalmente, la propuesta DUA tiene su validez a partir de los aportes de las Neurociencias y las Redes Cerebrales que se movilizan al aprender: Redes del Conocimiento, Redes Estratégicas y Redes Afectivas del aprendizaje. Estas redes se activan en toda instancia de aprendizaje, no solo escolar, y son la clave para entender y manejar el proceso de aprendizaje de un estudiante, ya que, de acuerdo a las estrategias empleadas, el nivel de activación difiere entre cada estudiante, y con ello, su nivel de logro de aprendizaje.

Actores del proceso educativo según el DUA

El diseño Universal de Aprendizaje demanda comprender las funciones del Profesor, Estudiante y el Currículum con un significado distinto a la educación tradicional:

- **El Profesor:** Conoce y domina el proceso de Enseñanza-Aprendizaje, gestionando el currículum de su disciplina para la preparación y diseño de actividades que permitan que todos los estudiantes puedan alcanzar objetivos acordes a sus necesidades y las

expectativas de Aprendizaje. Comprende que hay diferencias individuales, y es creativo a la hora de proponer estrategias que las aborden y creen una motivación, vinculación, el reconocimiento y acción en todos los estudiantes, a pesar de estas diferencias.

La preparación que hace el docente para la atención a la diversidad en el aprendizaje no tiene que ver con intervenciones momentáneas, azarosas o espontáneas a sus metodologías, o la presentación de actividades o recursos de aprendizaje aislados, sino que responden a una planificación previa y coherente al proceso, teniendo como base que no necesariamente todos aprenderán con la misma estrategia de enseñanza y de ahí la necesidad de la diversificación.

- **El estudiante:** Para el modelo DUA, se debe entender que cada estudiante es distinto, con diferencias individuales producto de los contextos en que cada uno se desenvuelve (historia de vida, desarrollo cognitivo, niveles de comprensión de aprendizajes previos), presentando distintas respuestas al mismo estímulo, en nuestro caso, las estrategias y actividades del proceso de enseñanza. Ante todo, es un ser que gusta de aprender y es estratégico a la hora de alcanzar los objetivos de aprendizaje. Por esto, a través del proceso de aprendizaje, el estudiante obtiene los recursos y el conocimiento para alcanzar los objetivos, incluyendo el desarrollo de las habilidades que permiten la gestión de los conocimientos previos, la selección de herramientas y desarrollo de estrategias, habilidades que le permiten lograr dar el sentido y significatividad a la nueva información. Como señala el DUA, saben a lo que deben llegar, o tienen claro el camino para cumplir con la meta. Son decididos y motivados. Son aprendices expertos.

Al igual que otros modelos, el estudiante es el protagonista del proceso de aprendizaje, pero para serlo, el camino, la planificación, debe ser dispuesto de tal manera que su diseño los ponga como protagonistas.

- **El currículum:** Corresponde a las bases que señalan las posibilidades de superación y desarrollo personal, social y cognitivo que todo estudiante debe lograr en el tránsito educativo. No obstante, para el DUA, es el entendimiento que se le da a lo decretado en el currículum el que levanta las barreras para lograr el aprendizaje. No se trata de generar un estudiante que domine todo el contenido, y a partir de esto establecer quienes son mejores estudiantes que otros, o que producto de sus diferencias individuales, al enfrentarse a la gestión del currículum traducida a una sola acción de aprendizaje, no

reaccionarán igual en el procesamiento de la información. A través del currículum se debe crear un estudiante que guste de aprender, motivado por lo mismo, que presenta dominio del momento de aprendizaje. La concepción de esto por parte del docente, permitiría eliminar las barreras del aprendizaje levantadas al tener el foco en el currículum por sí mismo.

Por lo tanto, el currículum señala cuáles son las metas, los objetivos del proceso, el fin del proceso de aprendizaje, pero no decreta el medio para alcanzarlo. Y de ahí que el currículum se torne flexible.

Desarrollo del DUA como modelo de gestión curricular y metodológica en el aula

Comprensión del currículum en el momento educativo

Para comenzar a diseñar un proceso inclusivo, no podemos desmerecer lo que nos indica el currículum nacional, concretizado en las bases curriculares y los planes y programa de estudio.

Según el modelo DUA, debemos comprender el currículum revisando los significados a los elementos que ponen en práctica lo plasmado en él: Objetivos, Métodos, Materiales y Evaluaciones.

Los **Objetivos** son los conocimientos, conceptos y habilidades que todos deben dominar al término del proceso educativo (por lo tanto, lo que plantean las bases curriculares es la meta). En ninguna medida el objetivo es el medio o la forma para alcanzar el mismo, ya que si así fuera se pierde la flexibilidad misma que todo proceso educativo tiene, mucho más uno que debe ser orientado a la diversidad. Adicionalmente, más allá del concepto planteado o el rendimiento del mismo, lo que debe identificarse de los objetivos es el crecimiento del aprendiz en el acto de aprender.

Según el DUA, uno de los principales factores que promueven la aparición de barreras hacia el aprendizaje es el mal entendimiento del currículum, al comenzar a estructurar un proceso de enseñanza aprendizaje para abordar lo que dice tal y como es planteado, más que preparar un proceso enfocado en el camino que los estudiantes recorrerán para lograr dicho objetivo.

Los **Métodos**, entendidas como las estrategias que usa el docente en el proceso de enseñanza, dependen de la experiencia y, obviamente, del objetivo, contemplando también las decisiones, enfoques, procesos y/o rutinas para acelerar o mejorar el aprendizaje, incluyendo el monitoreo continuo del progreso del estudiante. Una diversificación de métodos enriquece la experiencia educativa y aumenta las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes.

Los **Materiales** se entienden como los medios usados para presentar los contenidos, así como aquellos que los estudiantes utilizan para demostrar lo que se está aprendiendo (recursos audiovisuales, guías, instrumentos de medición, proyectos, etc.). Los materiales deben mostrar

la flexibilidad y variabilidad en su composición y atención a las necesidades propias de cada estudiante, sobre todo en el acceso: glosarios con hipervínculos, información previa que se debe tener para desarrollar el nuevo contenido, asesorías, apoyos integrados e instantáneos. Se debe tener en cuenta que los materiales son un complemento para acceder, analizar, organizar, sintetizar, y demostrar el entendimiento de diversas maneras, no la demostración de la diversificación de la enseñanza; no por usar Tecnologías de la Información se atiende a la diversidad; deben tener una contribución para la formación del aprendiz experto. De igual manera, no se deben entender como sustitutos de lo que el proceso guiado por el docente puede llegar a hacer; todo depende del uso eficaz del material para complementar o apoyar el proceso que ocurre con los estudiantes.

La **Evaluación** es el paso en el que se recopila la información sobre el rendimiento y avance del estudiante a partir de la variedad de métodos y materiales empleados (de aquí la importancia que estos permitan medir el progreso del estudiante en el proceso educativo). El desafío de la evaluación es que debe ser preciso para determinar el grado de conocimiento, habilidad e implicación del estudiante, para así orientar la toma de decisiones para la mejora del proceso. De igual forma, la evaluación, y los conceptos anteriores, deben ir articulados al proceso y el objetivo declarado en el currículum. En este punto es importante el que efectivamente a partir de la evaluación, se reflexione en torno a los resultados alcanzados por los estudiantes y se tomen las decisiones apropiadas frente a esto.

Los Principios del DUA para diversificar el proceso de Aprendizaje

De acuerdo a lo presentado por Alba (2019), el DUA tiene su fundamento en los aportes neurocientíficos para entender el aprendizaje, teniendo como base las redes neuronales afectivas, del reconocimiento y estratégicas, junto con la concepción de que todos diferimos en cuanto al qué, cómo y para qué aprender. Es por esto que las prácticas educativas deben estar orientadas a la activación de las tres redes, ya que se reconoce la importancia de cada una de ellas para que el proceso educativo tenga real significatividad para el estudiante y sea pertinente en su desarrollo.

Para esto se presentan Principios bajo los cuáles se prepara el proceso de enseñanza-aprendizaje, herramientas con las cuales se concreta el enriquecimiento de la experiencia educativa.

Principio I: Proveer múltiples medios de representación (qué se está aprendiendo)

Si cada estudiante posee una forma única en la que recibe información, la asocia, la comprende, y le es significativa, entonces cada estudiante aprende de una forma distinta ya que el mensaje es vivido de forma diferente. Puede que algunos tomen nota de la exposición oral del profesor y esta sea entendida, otros además de eso, necesitan imágenes que concreten lo señalado; algunos necesitarán la mediación de un par o un lenguaje más cercano para lograr entender lo expuesto, o el poder señalar lo que entendió y verbalizarlo para generar el aprendizaje significativo.

Por lo anterior, en el momento de la clase se deben asegurar la representación de la información de múltiples formas (el qué se está aprendiendo), entendiendo que para algunos una única forma no será lo óptimo, pero en conjunto posibilitarán el entendimiento por parte de los estudiantes, así como las asociaciones que ellos generen del contenido. De la misma forma, se debe propender entregar diversas oportunidades de reforzamiento de la comprensión del mismo conocimiento.

Cabe destacar que el manejo del modelo Visual-Auditivo-Kinestésico de aprendizaje es un recurso que permite diversificar las formas de presentación e interacción de la información con los estudiantes (Reyes, Céspedes y Molina ,2017). Adicionalmente no se debe limitar esto al trabajo con las estrategias de presentación de la información, además se deben incorporar las

estrategias de evaluación, las que deben ser coherentes con las mismas (si se ha presentado estrategias de forma kinestésica, no es coherente una evaluación de tipo auditiva).

Principio II: Proveer múltiples medios de ejecución y expresión (el cómo del aprendizaje)

Se concibe que los estudiantes varían en el cómo explican lo que saben, es por esto que no hay medio óptimo para que todos los estudiantes puedan demostrar lo aprendido (no necesariamente de forma oral, escrita o repitiendo lo vivenciado), surgiendo la necesidad de variar las formas de respuesta que ellos pueden plantear.

Este principio solicita al profesor a plantear distintas formas en las que los estudiantes puedan “navegar”, aplicar y demostrar el producto del aprendizaje que están adquiriendo, y que dichas formas sean coherentes a las capacidades y tiempos de práctica de los estudiantes, considerando que no se debe perder el foco de cuál es el objetivo de todo el proceso.

En este principio, el foco de la práctica docente está puesto en las tareas que realizan los estudiantes con lo que han aprendido, y en el cómo ellos deben planificar y ejecutar en base a lo aprendido. Por lo tanto, la metodología debe orientar la realización de actividades que no solo se centren en reconocer los avances por medio de un examen escrito, sino también pueden realizar exposiciones, concretar productos como esquemas o gráficas, etc., cuidando siempre que las estrategias presentadas tengan un hilo que las conecte (no hacer actividades por hacerlas), y que las mismas sean pertinentes para el proceso de evaluación que se realizará. Adicionalmente, este principio pide la atención frente a cómo las metodologías van promoviendo el desarrollo de las habilidades no solo hacia la asignatura, sino para cualquier situación de la vida diaria donde pudieran aportar a la solución de problemas.

Principio III: Proveer múltiples formas de implicación (por qué aprender)⁶

Este principio se basa en que para aprender debe existir algo que mueva al estudiante a hacerlo (ya que alguien que “aprende” algo sin motivación, no lo hará con la significatividad que debiera). Hay una emocionalidad que envuelve todo acto de aprendizaje, incluso lejano a la escuela, y en esta instancia la motivación no solo son parte intrínseca del estudiante, originadas de forma casi imperceptible por el proceso, sino también de subjetividades como la espontaneidad, las experiencias previas, las rutinas, los niveles de desafío, o el compromiso y la participación en el diseño de la clase percibido, entre otros. Es por esto que se levanta este principio, que en el 2018 es relevado a la primera posición para los principios del DUA.

Lo que se plantea en el Principio III es que es el profesor quien provee motivación, compromiso, desafío y apoyo en los distintos niveles en que se encuentra cada estudiante y en todas las etapas del proceso. En este punto es importante reconocer la variabilidad de estrategias posibles de aplicar ya que es aún mayor las formas en que se puede llegar a comprometer al estudiantado con el proceso de aprendizaje (el vínculo, el afecto, la novedad, la rigidez y el castigo, los conocimientos y experiencias previas, la sensación de seguridad y éxito, la propuesta de actividades para el proceso, etc.). Este principio es complejo de cumplir, ya que, dado el entendimiento tradicional del currículum, se ha intencionado que el foco de las prácticas educativas debe estar en pasar la mayor cantidad de información a los estudiantes, desmereciendo el proceso y las oportunidades en las que estos se implican con el mismo. Si bien la implicación puede ser algo intrínseco en el estudiante (como el placer de tener un buen rendimiento o la percepción de que es fácil aprender el tema), en contextos vulnerables esto no es asegurable, por lo que el papel del docente es fundamental (ya que no es vista como necesidad el tener un buen rendimiento, o esto a menoscabado tanto la autoestima del estudiante que se ha erigido como una barrera que ha generado el contexto y que es necesario derribar).

Los principios anteriores guían el trabajo previo que debe hacer el docente con el proceso de enseñanza-aprendizaje, y cada uno de ellos describen indicadores de cumplimiento del principio, concretizados en las Pautas de Verificación de los Principios DUA:

⁶ Si bien este es titulado como el Principio III, en la última actualización del Diseño Universal para el Aprendizaje (2018), se ha presentado en primer lugar, ya que se entiende como principal que no puede haber aprendizaje sin la motivación pertinente.

Síntesis del modelo DUA: principios y pautas

PRINCIPIOS		
Proporcionar múltiples formas de implicación.	Proporcionar múltiples formas de representación.	Proporcionar múltiples formas de Acción y Expresión.
PAUTAS		
Proporcionar opciones para el interés.	Proporcionar opciones para la percepción.	Proporcionar opciones para la acción física.
Proporcionar opciones para sostener el esfuerzo y la persistencia.	Proporcionar opciones para el lenguaje, expresiones, matemáticas y símbolos.	Proporcionar opciones para la expresión y la comunicación.
Proporcionar opciones para la autorregulación.	Proporcionar opciones para la comprensión.	Proporcionar opciones para las funciones ejecutivas.

Fuente: Diseño Universal para el Aprendizaje: un modelo teórico práctico para una Educación Inclusiva de calidad.

En el documento *Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), Pautas para su introducción en el currículum* (Alba, Sánchez y Zubillaga, 2014) se explica en detalle el marco DUA al desarrollar los principios y su puesta en práctica a través de las pautas de verificación de diversificación de la enseñanza, ejemplificando el trabajo con distintas situaciones. Las pautas pretenden confirmar en los momentos de la práctica docente el nivel de logro en cuánto al cumplimiento del principio del DUA que se pueda asociar, y con ello si se está pensando en la diversidad. Si bien no son una receta, y no debe entenderse que necesariamente todas deben estar presentes en una clase, sirven como base para ampliar las oportunidades de los estudiantes para tener un tránsito exitoso en el proceso educativo, sobre todos quienes se han vistos disminuidos por la educación tradicional.

Son las pautas las que proponen la mayor oportunidad para revisar el trabajo docente frente a la planificación, ya que están organizadas de acuerdo a la profundización en el principio que pretenden evidenciar. Por ejemplo, para ofrecer diversas formas de representar el aprendizaje debemos primero considerar los distintos canales con los cuales entregar los conocimientos e información (imágenes, grabaciones, tarjetas, cuadros explicativos acompañados de gráficos, orden en el desarrollo de ejercicios), luego considerar formas de decodificación de lo entregado y las necesidades que pudieran tener los estudiantes (vocabulario, destacar palabras claves, simbología matemática a la mano), y por último presentar distintas formas para optimizar la comprensión del contenido por los estudiantes (activar el conocimiento

previo ligado al nuevo concepto, cuadros resumen o gráficos que permitan la conexión entre ideas de la clase, actividades que permitan a los estudiantes dar cuenta de lo entendido o que maximicen la capacidad de memoria de los conceptos nuevos).

La Aplicación del DUA en la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. Las pautas del DUA

Las pautas del DUA para abordar las necesidades educativas y disminuir las barreras para el aprendizaje

Por lo tanto, para dar cumplimiento a un sistema educativo que realmente atienda a la diversidad, se propone como carta bajo la manga, la ejecución del Diseño Universal de Aprendizaje.

El DUA, sus Principios y pautas guían el trabajo docente al proporcionar las indicaciones de adaptación de las prácticas docentes regulares por medio de puntos de verificación para diversificar y atender las barreras para el aprendizaje que cada actividad y estrategia pueda presentar⁷.

De acuerdo al estudio de las mismas y a las necesidades de la asignatura Matemática, se reconocen las siguientes orientaciones para cada principio:

- Para el Principio I: Proporcionar múltiples formas para representar la información
 - ✓ Diseñar un material que muestre la información y que permita la personalización del mismo a partir de las necesidades de los estudiantes, mejorando el acceso al aprendizaje que se desea mostrar. Esto se evidencia al adaptar el material para maximizar la atención o comprensión del estudiante con uso de colores que indiquen lo más importante, tamaños de letras o formatos, contrastes, títulos que orienten el momento y trabajo a realizar, o pautas que guíen procesos de manera sencilla, entre otros.
 - ✓ En la utilización de videos, considerar subtítulos, o pausas en videos extensos para realizar preguntas que agilicen la comprensión del tema que se aborda. De esta manera se incentiva a un uso eficaz del material y se desarrollan habilidades de comprensión del material audiovisual.

⁷ El modelo DUA, principios y pautas se encuentran disponibles en el sitio de EducaDUA. Esquema-resumen de las Pautas del DUA -Versión 2018. < https://www.educadua.es/html/dua/pautasDUA/dua_pautas.html >

- ✓ Buscar alternativas para la información que solo se presentará de manera visual o auditiva. Presentar como complemento de lo mismo resúmenes, videos, animaciones, mapas conceptuales, estrategias que busquen dialogar la información con el estudiante (“según lo señalado, cómo entienden el concepto”).
 - ✓ Definir y clarificar la información matemática, como el vocabulario simbólico, de una manera simple. Presentar vocabularios técnicos en cada clase y ejercitar el traspaso de registro entre lenguaje natural y simbólico-algebraico de manera constante.
 - ✓ Activación o sustitución de los conocimientos previos pertinentes a la clase o al objetivo de aprendizaje que se debe alcanzar. En caso de procesos de re-enseñanza de conceptos vistos en años anteriores, lo que se presentará a los estudiantes se planifica en base a lo justo y necesariamente pertinente para desarrollar las nuevas habilidades y aprendizajes. De igual forma, se incentiva el propender a activar de manera eficaz los conocimientos previos evitando apelar a la memoria (por ejemplo, partir explicándolo de forma dialogada, en base a lo que los estudiantes recuerdan).
 - ✓ Promover la comprensión de los conceptos matemáticos a través de análisis a los patrones y las relaciones matemáticas (sobre todo para el desarrollo de las habilidades de nivel superior), transitando hacia la conexión entre el concepto anterior y el nuevo.
 - ✓ Guiar el procesamiento de la información por medio del modelamiento de paso a paso, y practicar y reforzar la sistematicidad para resolver problemas matemáticos (como si utilizaran el método científico o crearan planes para obtener la solución a los problemas).
 - ✓ Entregar alternativas para maximizar la memoria (recursos nemotécnicos que permitan recordar fórmulas o definiciones, elaboración de pautas o paso a paso para resolver problemas, diagramas sencillos).
- Para el Principio II: Proporcionar múltiples formas de acción y expresión del aprendizaje
- ✓ Permitir el tránsito por distintos niveles de dificultad para el desarrollo de las habilidades estratégicas y organizativas en que se exprese lo que sabe el estudiante (ejercicios de menos a más).

- ✓ Presentar distintas actividades que varíen la forma en que pueden responder los estudiantes y demostrar el aprendizaje, tanto en la vía de comunicación como en el producto a mostrar (explicaciones, preguntas cerradas o abiertas, solución de problemas contextualizados o matemáticos, creación de diagramas o gráficas, elaboración de videos explicativos o documentales).
 - ✓ Posibilitar las tecnologías de apoyo o asistidas como facilitadores para que los estudiantes puedan mostrar su aprendizaje (uso software lúdicos, calculadoras, computadores adaptados).
 - ✓ Secuenciar los pasos para la utilización del conocimiento y/o graduar los apoyos entregados en el momento que se comienza a desarrollar la habilidad matemática (modelar el proceso a seguir en la resolución de problemas o al análisis de ejercicios, contar con los materiales que debe recordar para permitir la concentración en la tarea que deben realizar)
 - ✓ Trabajo colaborativo entre tutores pares en los que efectivamente se evidencie el aprendizaje (no crear grupos en los que trabajará uno, sino que permitan la oportunidad de acceder a la información y su aplicación en los problemas planteados).
 - ✓ Planificar metas u objetivos acordes a las necesidades de los estudiantes, en consonancia a los objetivos del tema abordado. De igual forma, guiar a los estudiantes para realizar la misma labor.
 - ✓ Visibilizar cuáles son las metas que deben alcanzar a medida que desarrollan las habilidades y alcanzan los objetivos de la clase y asignatura.
 - ✓ Presentar actividades y/o rutinas que permitan desarrollar la autonomía del estudiante (capacidad de parar y pensar en la estrategia a usar o lo que se ha desarrollado, verificación de los datos, comprobar la pertinencia del uso de un concepto por sobre otro, tiempos apropiados para realizar la actividad).
 - ✓ Entregar plantillas que permitan la auto y coevaluación del trabajo realizado.
 - ✓ Generar espacios y actividades que permitan que el estudiante monitoree su progreso y logro, haciéndose consciente del mismo.
- Principio III: Proporcionar múltiples formas de implicación

- ✓ Presentar distintas alternativas para captar el interés de los estudiantes: iniciar con la contextualización de los conceptos a abordar en la unidad o la clase y la oportunidad de resolver problemas desafiantes, o comprender el mundo. Estrategias ligadas al aprendizaje basado en proyecto, problemas o desafíos.
- ✓ Aplicar estrategias cuyo foco sea fortalecer la elección individual y la autonomía: lograr que el estudiante sea consciente, quiera ya que así logrará aprender, buscando el compromiso con el proceso a enfrentar. Estas estrategias variaran de acuerdo a cada contexto educativo.
- ✓ Concretar las estrategias para el monitoreo del progreso por parte del estudiante, es capaz de regular su esfuerzo y práctica para alcanzar las metas.
- ✓ Optimizar los niveles de elección individual y la autonomía, es decir, el estudiante decide aprender por medio de los niveles de desafío percibidos, las recompensas, secuencias y tiempos para las tareas consensuados. Los estudiantes participan en la planificación de las actividades estableciendo objetivos, metas o formas de expresión.
- ✓ Presentar actividades que sean reales, auténticas y posibles de comunicar. Evitar situaciones imposibles de contextualizar a los estudiantes, o con resultados sin sentido o carentes de validación frente al mismo contexto.
- ✓ Fomentar la evaluación y la autorreflexión de contenidos y actividades, presentando actividades eficientes de metacognición y cierres de clase.
- ✓ Proponer actividades y estrategias que guíen la resolución de problemas reales y optimicen la creatividad de los estudiantes para usar los conceptos matemáticos, por medio de la anticipación de los contextos en que se pueden aplicar los conceptos.
- ✓ Minimizar las posibilidades de inseguridad y distracciones, a partir de las rutinas, recordatorios, o alertas de las tareas y actividades que se realizarán en clases.
- ✓ Permitir instancias en que los estudiantes planteen sus propios objetivos o reconozcan el logro de los mismos.
- ✓ Dividir las metas a largo plazo en objetivos a corto plazo para asegurar el esfuerzo y la persistencia.
- ✓ Modelar y apoyar la gestión del tiempo para la realización de actividades.

- ✓ Diferenciar los grados de dificultad para completar las tareas.
- ✓ Enfatizar el proceso, el esfuerzo y la mejora versus el resultado de evaluaciones terminales, reflexionando en torno al resultado.
- ✓ Retroalimentar informativamente para la mejora del estudiante.

Notamos que, entre las acciones planteadas, se presentan algunas que podrían concretizarse con las intervenciones verbales que realiza el docente frente al proceso educativo. Otras, lo logran a partir del material a diseñar.

Para experimentar las pautas anteriores, se aplicarán sus fundamentos y orientaciones preparando la experiencia educativa del OA8 del programa de 2° medio de Matemática, relacionado a la presentación y utilización de las razones trigonométricas para resolver problemas geométricos y de otros contextos.

Antes de esto, pensando en las distintas intervenciones que realiza el docente, debemos señalar que es posible la creación de estrategias o momentos de clase que permitan abordar algunos aspectos que plantea el DUA y que no necesariamente se desglosan por el abordaje del currículum matemático, pero sí en la enseñanza de sus conceptos, sobre todo en cuanto al principio 3 para ofrecer múltiples formas de implicación. Para esto se han propuesto las siguientes actividades, intencionadas de acuerdo al momento que se pueden aplicar (preparación de la enseñanza, Inicio de clase, desarrollo de clase y cierre de clase), aunque, como plantea el diseño DUA, si se considera pertinente, es posible su adaptación a otros momentos.

Estrategias para afrontar el aprendizaje de la Matemática

Momento: Preparación de la Enseñanza – Planificación del OA
Estrategia: Secuenciación de las metas para lograr el Objetivo de Aprendizaje
Foco de la estrategia/acción que promueve la estrategia: <p>El currículum nacional se concretiza en los Objetivos de Aprendizaje que muestran lo que los estudiantes realizan al cabo del proceso educativo. Los programas de estudio muestran en detalle estos, plantean indicadores de logro y sugerencias para las actividades, así como la modelación de cómo se trabajan las habilidades que pretende desarrollar de manera transversal la asignatura.</p> <p>Es al momento de revisar lo presentado en el currículum y el programa de estudio, en que el docente debe iniciar el proceso de análisis y adaptación hacia la realidad que podría atender sobre todo considerando la diversidad.</p> <p>Se propone, teniendo como base el objetivo de aprendizaje y los indicadores de logro, crear indicadores de logro más detallados y estratificados en cuanto a su dificultad, para así permitir un seguimiento eficiente de los avances que debe tener el estudiante para demostrar el alcance del objetivo mayor. A partir de estos indicadores se pueden desarrollar los objetivos de cada clase, así como la revisión de los conocimientos previos y el momento en que pueden ser abordados, de manera pertinente y con el andamiaje que asegure mayor significatividad al proceso y ayude, también, al estudiante a ser consciente del avance en el dominio de los conceptos matemático.</p>
Acciones/Intervenciones de la estrategia: <p>Construir un diagrama o “camino” que muestre el recorrido de los conceptos y habilidades que debe ir demostrando el estudiante en pro de lograr el Objetivo de Aprendizaje deseado, a través de objetivos más sencillos, de acuerdo a los indicadores de logro o las habilidades que debe dar cuenta el estudiante en el proceso del abordaje del nuevo OA.</p> <p>Es muy importante la inclusión de “mini objetivos” relacionados a conocimientos y habilidades previas, a pesar de saber que los estudiantes puedan dominar el contenido, para maximizar aún más las posibilidades de un aprendizaje significativo.</p>
Justificación de acuerdo al DUA

Esta actividad, siendo el puntapié inicial para preparar la enseñanza, trabajará para los tres principios señalados en el DUA:

Al presentar la construcción de los conceptos matemáticos nuevos a partir de los previos, se busca la comprensión de acuerdo al andamiaje correspondiente, así como reconocer el nivel de motivación e implicación que podrían tener en torno a esto, para fortalecerlo o restituir en el caso de ser necesario. Desde otra perspectiva, el dominio implica un tránsito progresivo en los niveles de dificultad, sobre todo con los conceptos más abstractos, y un detalle de cada indicador ayudaría a orientar mucho más el proceso que desarrollaran los estudiantes.

Preparación de la Enseñanza – Métodos de Evaluación

Estrategia: “Evaluación Coherente”

Foco de la estrategia/acción que promueve la estrategia:

Crear las evaluaciones a partir del recorrido que los estudiantes han realizado en el transcurso del tema matemático y las habilidades que efectivamente se trabajaron en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

No se trata de realizar las mismas actividades, pero si que, a partir de lo que los estudiantes vivieron en el proceso de aprendizaje, la evaluación sea coherente con esto. De igual manera, si se prepara la evaluación en torno a un OA que busca la resolución de problemas y los estudiantes no adquirieron las habilidades necesarias para esto en el momento de la evaluación, es imposible presentar una evaluación con las expectativas del OA sin pasar a llevar el proceso vivido por los estudiantes.

Acciones/Intervenciones de la estrategia:

La preparación del proceso evaluativo debe ir a la orden de cómo se practicaron las habilidades en la asignatura. Un proceso desarrollado en base a proyectos debiera ser evaluado como tal, o de acuerdo a las estrategias desarrolladas en el mismo (no evaluar totalmente de manera conceptual, por ejemplo).

En el momento de la construcción de la evaluación, esta debe ser avalada por cómo se presentó y ejercitó el contenido y habilidades relacionadas (no es coherente haber practicado las tablas de multiplicar de memoria y luego realizar ejercicios de mínimo común múltiplo).

Si bien hay estudiantes que lograrán alcanzar el objetivo, esta dinámica de plano presenta una barrera para dar cuenta del aprendizaje generado.

Justificación de acuerdo al DUA

En el mismo ámbito de la implicación, para mantener los niveles de compromiso sobre todo con la asignatura, las actividades que sean presentadas como evaluativas y que los estudiantes deben desarrollar en solitario deben ser coherentes con las experiencias en que los estudiantes aprendieron el nuevo concepto.

Una sensación de agrado en la asignatura dado por los feedback positivos de acuerdo al trabajo del estudiante por las actividades presentadas, se derrumba si es que la evaluación no tiene coherencia en cuánto a cómo fue ejercitado o apoyado el proceso.

Para el INICIO de clases

Nombre de la Estrategia: “ARENKA EDUCATIVA”

Foco de la estrategia/acción que promueve la estrategia:

Pretende la vinculación del estudiante con lo que se desarrollará en la clase. Sugerido especialmente para aquellas clases donde se tratarán contenidos con alto nivel de abstracción o aquellos nuevos que necesitan de la maduración a partir de muchos otros (trigonometría, logaritmo, funciones cuadráticas, entre otros).

Trata sobre **la concientización sobre la disposición que se debe tener para aprender el nuevo contenido, dado su nivel de dificultad**, y que requiere máxima atención para su entendimiento; **se busca que el docente plantee esta dificultad a los estudiantes como un desafío.**

Acciones/Intervenciones de la estrategia:

Comentar a los estudiantes el grado de dificultad de la clase de acuerdo al contenido a tratar, y por tanto su relevancia:

“El contenido de hoy es muy importante para el desarrollo de los próximos, por eso les pido la atención correspondiente y que realicen las consultas si algo no está quedando claro... Intentaré ser lo más claro posible para que podamos comprender el contenido y también necesito el compromiso de ustedes en plantear dudas respecto a lo presentado en la clase”

De la misma forma, presentar al docente cuáles son los conceptos y habilidades basales que los estudiantes ya conocen, y con los que podrán “entender mucho mejor” lo nuevo.

Justificación de acuerdo al DUA

De acuerdo a las Pautas del DUA, esta motivación está orientada a partir de lo comentado en el Principio III sobre las Múltiples Formas de Implicación, planteando explícitamente el valor de la clase, motivando la participación y autonomía y resaltando las metas y objetivos de la misma. En el discurso se llama al estudiante a comprometerse con lo que se desarrollará en la clase dada su importancia y dificultad.

Independiente de la metodología que se usará en la clase para presentar el contenido (explicación oral, presentaciones digitales, videos, u otras) es necesario entregar luces a los estudiantes sobre las posibles dificultades, pero posibles de superar con la disciplina apropiada y su mediación.

Es posible que estudiantes señalen que, por el nivel de complejidad de la clase, entonces cuál es el objetivo de abordarla, dando a entender que no se consideran capaces. Esto debe ser debatido con la muestra de los objetivos que los estudiantes ya conocen y que tributan para el logro del nuevo, así como los que el docente espera que sus estudiantes alcancen, y que uno de los fines de su labor y de la asignatura es poder mostrar que ellos pueden aprender mucho más. Se incentiva el sentimiento de satisfacción al final de la clase, al recordar lo planteado inicialmente por el profesor.

Momento de la clase: INICIO

Estrategia: “DEBEMOS RECORDAR”

Foco de la estrategia/acción que promueve la estrategia:

De acuerdo a lo planteado por Vygotsky y las Zonas de Desarrollo Próximo, hay una frontera hacia el entendimiento de nuevas cosas posibles de cruzar mediante la conexión con lo que sabe el estudiante. Tal frontera se cruza con la mediación de alguien más experto (un par o alguien calificado para esto), pero no se puede lograr de forma significativa sin la vinculación efectiva entre lo que sabe el estudiante y lo que puede llegar a saber. Es necesaria la base, la que debiera existir sobre todo por la progresión de los contenidos presentada por los programas de estudio, pero si así no fuera, es necesario suplir esta

necesidad en clases. Aquí es cuando una actividad de recuperación de conocimientos previos se transforma al final en el objetivo de una o varias clases.

Aquellas actividades que pretenden **traer a la memoria de los estudiantes contenidos previos**, vistos en clases o años anteriores, depende mucho del nivel de significancia que estos tuvieron en tal momento; esto se puede identificar con alguna evaluación diagnóstica, pero queda el margen de aquellos estudiantes que no recuerdan nada por nula significatividad o porque en su momento no comprendieron el contenido. Es por esto que se hace fundamental la guía del profesor para volver a evocarlos, e incluso **re-enseñarlos en caso que se muestre nulo dominio** por parte de los estudiantes. Más aún si estos son fundamentales para la construcción de nuevos contenidos.

Acciones/Intervenciones de la estrategia

Si se debe tratar un **contenido cuyo entendimiento es resultado de la aplicación de conceptos anteriores**, se sugiere previamente que el profesor:

- Analice **cuáles son los conceptos básicos, fundamentales y NECESARIOS que los estudiantes deben dominar para el desarrollo del nuevo**, de acuerdo al Objetivo de Aprendizaje o de la clase misma (por está acción también es fundamental la planificación en torno a la progresión de aprendizajes).
- **Prever y plantear una explicación y ejercitación**, en el caso de que los estudiantes no recuerden el o los conceptos, o que se evidencien problemas en su entendimiento, siempre buscando que la explicación salga de ellos mismos (mantener el protagonismo del estudiante). Permitir que en la participación se den errores que fortalezcan el desarrollo de la clase es crucial en este momento, por lo que eliminar frases como *“esa no era la pregunta”*, *“estás equivocado”*, no están permitidas. Al contrario, oraciones que aprovechen la equivocación (*“podría ser, ya que ese concepto es de tal modo, y este apunta a lo siguiente”*, *“cuidado, parece que lo estamos confundiendo”*, *“tiene cierta similitud al considerar...”*) deben guiar a los estudiantes a la búsqueda del significado correcto.
- En el caso que se consiga obtener las ideas apropiadas para la clase, **buscar la evidencia mediante la resolución de ejercicios rápidos** (matemáticos), o **procedimentales** que utilicen el concepto señalado o la habilidad requerida.

- **Cerrar cada participación o explicación de los estudiantes con una formalización del concepto matemático** por parte del profesor (con la terminología apropiada, sin desmerecer los aportes de los estudiantes), de acuerdo a cómo se ocupará en la clase y así mediando el contenido.

Las actividades sugeridas para desarrollar el “Debemos Recordar” son:

Lluvia de ideas: se anota **el concepto principal** en la pizarra para que los estudiantes puedan plantear todo lo que recuerdan de él a su alrededor, esto organizado por el profesor. El valor de esta actividad es que se permite a los estudiantes entregar todo lo que recuerdan del contenido en forma libre, siendo una herramienta también para el profesor para reconocer el manejo de los contenidos de los estudiantes. Se motiva, además, luego de que los estudiantes señalen (apelando a la honestidad de ellos) que indiquen su entendimiento de todas las ideas preguntando abiertamente, cuántos recuerdan lo que se ha anotado en la pizarra. Se sugiere que se anote al lado de cada concepto cuántos estudiantes lo entienden y qué en base a las respuestas se oriente la necesidad de re-enseñar el contenido.

Vocabulario Matemático: anotar en la pizarra las “palabras matemáticas” parte de la definición del nuevo concepto, y **pedir a los estudiantes que las definan, den ejemplos de su uso en oraciones, o intenten predecir su significado**, para que luego el profesor pueda hacer la conexión con la clase en base a los aportes de los estudiantes.

Ejercicio Rápido de...: esta actividad pone a prueba lo que los estudiantes conocen sobre **operatoria matemática**, necesaria de recordar para la clase. Se sugiere que se presenten **ejercicios sencillos, de operaciones y o fórmulas vistas en clases** no muy lejanas o que se estime que los estudiantes no tendrán problemas en resolver en pocos minutos y que puedan explicar paso a paso, más allá del simple hecho de resolverlos. De esta forma se evidencia el dominio de la materia y se promueve que el pensamiento de los estudiantes comience a funcionar a favor de la clase con algo ya visto y que

ellos conocen. En este caso, es necesario aclarar que el objetivo no es el hecho de que los estudiantes recuerden la operatoria, sino su aplicación o desarrollo para obtener la respuesta matemática.

Justificación de acuerdo al DUA

Esta actividad apunta al Primer Principio, relacionado a las Múltiples Formas de Representación, y en distintos niveles de profundización de acuerdo a la clase y lo efectivamente aplicado, en cuanto al entendimiento del nuevo vocabulario y la activación o sustitución de conocimientos previos.

Además, en esta actividad también se atiende el segundo principio relacionado a las Múltiples Formas de Acción y Expresión, incentivando la participación de los estudiantes en la clase, permitiendo que expresen ideas o relaten procedimientos para ejercicios vistos con anterioridad. Esto permitiendo el apoyo de aquellos estudiantes que tuvieron dificultades en su momento y ahora puedan tener una herramienta para desarrollar aquello con lo que tuvieron dificultades en su momento.

Momento de la clase: INICIO

Estrategia: “Todo en su Lugar”

Foco de la estrategia/acción que promueve la estrategia:

Centrada en la **preparación y/u organización del aula, materiales, y el espacio de los estudiantes y la clase**. Esta es una actividad que no debe llevar más allá de un par de minutos, pero es fundamental para el normal desarrollo de una clase.

Antes de comenzar una exposición, es conveniente que los estudiantes tengan todo lo necesario para la participación normal en el transcurso de la clase a su alcance. Al considerar que la preparación del lugar de trabajo es un hábito que se adquiere con el tiempo, es necesario guiar a los estudiantes clase a clase para que sea desarrollado y fortalecido en el tiempo. Más aún si los estudiantes presentan necesidades educativas que tienen como característica las pocas rutinas para generar el aprendizaje, o vienen de

contextos educativos complejos, como situación familiar u otras situaciones que afectan su concentración o participación en la clase.

Acciones/Intervenciones de la estrategia:

El profesor **revisa rápidamente, puesto por puesto, que los estudiantes cuenten con sus materiales de trabajo**, y dando otras indicaciones en voz alta:

- Tener a mano cuaderno y lápices pasta y grafito.
- Guardar elementos distractores como libros y cuadernos de otras asignaturas, celulares, audífonos, juegos, u otros.
- Contar con el material solicitado (calculadoras, hojas especiales, regla, compás, transportador o cualquiera otro solicitado). En caso de detectar que los estudiantes no cuentan con ello, realizar trabajo con ellos durante la clase de forma más personalizada y no dejar pasar la responsabilidad que ellos tienen de gestionar los materiales solicitados para la clase.
- Concientizar a los estudiantes del alcance de la preparación de su espacio para el aprendizaje.

Se hace imprescindible la revisión de todos los estudiantes y los materiales para la clase (cuadernos, lápices, reglas u otros instrumentos, calculadora, tablas de multiplicar, hojas de papel milimetrado u otras para dibujo), y de la misma forma explicitar a los estudiantes la importancia de la utilización eficiente de estos en las clases, junto con la construcción de valores como la responsabilidad.

Justificación de acuerdo al DUA

Relacionado al segundo Principio Múltiples formas de Acción y Expresión. Esta actividad es fundamental para desarrollar la clase, y con esto dar pie a que se cumplan los otros principios, y el objetivo de la clase, asegurando el conocimiento de que todos los estudiantes cuentan con el material para desarrollar la clase, y aquellos que no, focalizar esta misma de otra manera.

Momento de la clase: Desarrollo de la Clase

Estrategia: “Explicación Colaborativa: El Estudiante Protagonista”

Foco de la estrategia/acción que promueve la estrategia:

Más que una estrategia, pretende ser una orientación en la forma en que se desarrolla la clase. Independiente de la estrategia didáctica empleada, el protagonista del proceso de enseñanza aprendizaje debe ser el estudiante, si no es en todo momento, la atención debe estar puesta en los procesos que el desarrolla durante la clase.

Por lo tanto, se sugiere poner énfasis en el cómo se **presenta el contenido matemático junto con su mediación, a través de la participación activa de los estudiantes**, independiente del nivel de conocimiento de este. Se puede preparar una clase con todos sus momentos en las que se explique trigonometría, pero si la interacción del contenido es solo entre este y el docente, el estudiante solo se quedará con que el profesor tiene total dominio del contenido, y eso (el modelo tradicional de enseñanza planteado por el DUA). Para el DUA, el profesor se debe transforma en un mediador del conocimiento, promoviendo que los estudiantes sean los protagonistas del proceso de enseñanza aprendizaje. Esto se logra al hacer consciente a estos de que son ellos quienes alcanzan los objetivos de la clase, construyendo los significados a partir de sus comentarios, respuestas, errores y aciertos, motivados por las intervenciones del docente.

Al tratar en la clase nuevos conceptos (de los que se supone que los estudiantes desconocen), se busca que los estudiantes participen desde el momento inicial, en que se rememoran los conocimientos previos, asegurando que puedan realizar una conexión en base a la definición entregada por el profesor. Luego dando a entender que lo anterior se vincula con lo nuevo, agregando esto a los conceptos previos señalados en un comienzo, y evidenciado en que los puedan explicar con sus propias palabras.

Acciones/Intervenciones de la “Orientación del Estudiante como Protagonista”

Se sugiere que el **profesor incentive la participación de los estudiantes** pidiendo que estos:

- **Expliquen con sus palabras significados o ideas principales de algún concepto anterior**, que se usará en la clase (en el momento del inicio de clase).

- **Repitan lo presentado usando sus propias palabras.** Esto tanto para procedimientos como instrucciones de las actividades a desarrollar (buscando la evidencia de que los estudiantes entienden lo que el docente esperaba lograr, y este último verificando la claridad de la instrucción dada)
- **Elaboren conclusiones o formalizaciones de procesos que impliquen resolución matemática,** y que sean estos los que se utilicen en la clase (importancia de las preguntas movilizadoras que realiza el profesor para completar las definiciones planteadas)
- **Indiquen los aspectos más importantes** del concepto matemático, o los contenidos fundamentales para poder desarrollar los ejercicios presentados durante la clase.
- **Elaboren explicaciones del paso a paso** para el desarrollo de ejercicios complejos, que requieren mucha aplicación de otros conceptos (como la operatoria de racionales, propiedades de raíces y logaritmo, aplicación de geometría en la resolución de problemas, entre otros)
- Reunidos en grupos, **compartan entre pares lo entendido** para validar el aprendizaje y complementar con nuevas ideas (aprendizaje cooperativo)

Es importante que **luego de cada aporte de los estudiantes, el profesor formalice** el concepto matemático con la explicación y vocabulario pertinente, incentivando a que los estudiantes y sus aportes tengan cada vez mayor cantidad de definiciones matemáticas. No se debe desmerecer lo que los estudiantes comprendieron del contenido, ya que evidencia lo que ellos adquirieron y entrega luces de lo que se debe remediar en las próximas clases.

Justificación de acuerdo al DUA

Relacionado al segundo Principio: Múltiples formas de acción y expresión. Esta actividad es fundamental para desarrollar la clase, y con esto dar pie a que se cumplan los otros principios, y el objetivo de la clase.

Adicionalmente, la intención de centrar en el estudiante el protagonismo del desarrollo de la clase, evidencia el Principio III de las múltiples formas de implicación, al incentivar el esfuerzo en comprender lo presentado y la colaboración para desarrollar la clase. De igual

manera, estas actividades pueden ser la evidencia para que el estudiante monitoree su participación y progreso en el proceso de aprendizaje.

Momento de la clase: DESARROLLO

Estrategia: “USANDO MATERIALES”

Foco de la estrategia/acción que promueve la estrategia:

La utilización de materiales como guías, regla, compás, transportador, o calculadoras científicas, debe ser **guiada por el profesor** a fin de que los estudiantes realicen el trabajo de forma eficiente, interpreten apropiadamente los resultados, y adquieran las habilidades para usar el material con sentido a lograr los objetivos de la clase. Los materiales deben tener un propósito en torno a lograr el objetivo de la clase, no solo “el uso por el uso”, sino una contribución al refuerzo, ejercicio o aplicación del contenido matemático.

Acciones/Intervenciones de la estrategia

Se sugiere que **el profesor modele la utilización del instrumento** a usar en la clase, anteponiéndose a las posibles dudas en torno a los resultados obtenidos y su interpretación ya sea en la instrucción dada para la actividad, la modelación de procedimientos o el resultado obtenido. Esto, dependiendo del material con el que se trabajará en la clase:

- En una **guía, presentar el cómo se espera que los estudiantes desarrollen** el trabajo mediante la modelación del desarrollo de los ejercicios iniciales incluidos en la guía, indicando la importancia para el desarrollo de habilidades y comprensión de los conceptos, de que los estudiantes desarrollen de forma óptima los ejercicios.
- De la misma forma, las **instrucciones presentes en una guía deben ser redactadas de la forma clara y simple**, permitiendo incluir pasos a pasos de acuerdo a lo que los estudiantes presentaron en su momento para guiar apropiadamente el panorama a los estudiantes con necesidades educativas especiales y reforzar a todos los demás. Importante es el formato, con letra clara y tamaño apropiado para evitar problemas de entendimiento o errores por la visibilidad de estos por imágenes distorsionadas. Se puede anotar en la

pizarra el desarrollo que los estudiantes sugieren para los ejercicios presentados en guías (un paso a paso levantado por ellos mismos de acuerdo a la instrucción que ven).

- Además, **las guías deben presentar la dosificación en torno al nivel de dificultad que presentan los ejercicios**, desde el más trivial al que usa mayor cantidad de aplicaciones del concepto matemática y otros añadidos. Esto busca mantener el compromiso y la motivación en la actividad mientras el estudiante puede avanzar en los ejercicios presentados, y a la vez monitorear su progreso e identificar el momento de los apoyos.
- En el caso de la manipulación de herramientas como regla, transportador, compás o calculadoras, establecer momentos de **tutorías en donde los estudiantes sigan los mismos pasos y obtengan el mismo resultado que el profesor** (sobre todo en el caso de la manipulación de las funciones específicas de calculadoras científicas y celulares inteligentes). Esto se puede generar mediante la presentación del profesor, un video o una receta de desarrollo matemático.
- Pedir a los estudiantes que, luego de la explicación del profesor en cuanto al proceder con el material, ellos **repitan la instrucción y qué se debe hacer, con sus palabras**. Hay estudiantes que por más que un instructor plantee apropiadamente, necesitaran de la confirmación del contenido por un compañero.
- Dividir el trabajo que realizarán los estudiantes en guías: si el trabajo se pensaba realizar en **guías con cierto número de ejercicios, se propone cambiar el material, por tarjetas en que se presente cada uno de los ejercicios** anteriores, que los estudiantes pueden usar de forma individual, o en grupos no muy numerosos, para focalizar el trabajo en un solo ejercicio y luego intercambiar el trabajo al terminar el desarrollo.
- También es posible, que en la búsqueda de la evidencia de qué aprendieron los estudiantes, en vez del trabajo con gran cantidad de ejercicios (lo que fatiga y merma el nivel de compromiso de algunos estudiantes con la clase), deban **exponer el desarrollo de dos de ellos en base a una rúbrica, en**

dónde el foco sea plantear el paso a paso para resolver un problema, o las propiedades aplicadas, o los conceptos tratados, entre otras, según el objetivo de la clase. Esto implica un proceso mucho más significativo a desarrollar por los estudiantes.

Justificación de acuerdo al DUA

En esta estrategia se vislumbran los Principios I en cuanto a la diversidad de formas de representar, al proponer distintas formas de entender lo que se presenta, y guiar el proceder de los estudiantes de forma más efectiva. También se alude al segundo principio, en cuanto a las múltiples formas de acción y expresión, facilitando a los estudiantes mecanismos para que puedan desarrollar las actividades de la forma más eficiente posible y monitorear el desarrollo de las habilidades de nivel superior y la autonomía del estudiante.

Momento de la clase: DESARROLLO

Estrategia: “QUÉ ENTENDIMOS”

Foco de la estrategia/acción que promueve la estrategia:

Esta es una estrategia que busca la **obtener la evidencia del aprendizaje del estudiante**, centrado en lo presentado durante la clase.

Acciones/Intervenciones de la estrategia

Sin ser considerado un cierre, es conveniente realizar un momento de evaluación de lo realizado durante la clase. Dependiendo de lo desarrollado se concretizan las siguientes acciones:

- Si se trabajó en ejercicios presentados en la pizarra, guías o tarjetas, **los estudiantes pueden presentar los conceptos matemáticos fundamentales trabajados** en ellos, o el **cómo desarrollaron** los ejercicios con estos. De igual forma **califican el nivel de dificultad percibido** en los ejercicios trabajados y estiman que tan necesario de repasar el contenido. El profesor presenta retroalimentación a los

estudiantes de acuerdo a lo trabajado, como cantidad de ejercicios, ritmo de trabajo, o intervenciones realizadas.

- Si la clase se centró en un nuevo concepto matemático se utilizan las siguientes frases movilizadoras:

- **¿Cuál es el concepto principal abordado en la clase?**
- **¿Qué aspectos son relevantes para entender este concepto? ¿Presenta símbolos o conexiones con otros contenidos?**
- **¿Cómo se aplica este concepto a los ejercicios?**

En base a las intervenciones de los estudiantes, el profesor formaliza las respuestas tratadas realizando un cierre de la intervención matemática.

Justificación de acuerdo al DUA

Esta estrategia debe ser enfocada según el Tercer Principio de las múltiples formas de implicación. En particular, se busca la conciencia de lo realizado por el estudiante (natural en el proceso de cierre de la clase) pero con la impronta de que debe permitir el monitoreo del avance en el estudio de la asignatura, así como la disminución de las inseguridades y la reflexión del proceso vivido en el aula.

Momento de la clase: CIERRE

Estrategia: “QUÉ HICIMOS DURANTE LA CLASE”

Foco de la estrategia/acción que promueve la estrategia:

Esta actividad pretende construir una ruta de todo lo que los estudiantes hicieron durante la clase para alcanzar el objetivo de esta. Se busca hacer conscientes a los estudiantes de que **el objetivo se logró** mediante la participación en diferentes actividades, y a modo de recordatorio de que se logró avanzar desde un momento inicial a uno final en cuánto al aprendizaje.

Acciones/Intervenciones de la estrategia:

- Solicitar a los estudiantes **re-leer el objetivo de la clase e indicar qué tanto se alcanzó** éste de acuerdo a las actividades desarrolladas en la clase.

- **Describir las actividades que los estudiantes realizaron**, junto con toda acción realizada por el profesor, en orden cronológico, **a modo de línea de tiempo**, y a través de esta señalar el cumplimiento del objetivo de la clase.

Justificación de acuerdo al DUA

Para fortalecer el compromiso y la motivación de los estudiantes respecto de lo matemático, esta actividad pretende hacer consciente del trabajo que realizaron los estudiantes en pro de alcanzar el objetivo final. De la misma forma, se liga el desarrollo de las funciones ejecutivas (las de nivel superior según las Taxonomías de Bloom) por medio del feedback y la demostración de las metas alcanzadas a través de las distintas actividades realizadas durante la clase.

Momento de la clase: CIERRE

Estrategia: “EVALUANDO MI DESEMPEÑO”

Foco de la estrategia/acción que promueve la estrategia:

Consiste en una **reflexión del estudiante en torno al trabajo realizado en la clase**. Se propone al estudiante autoevaluarse cualitativamente y calificar su compromiso y su accionar hacia lo presentado, pensando en cómo trabajo, cuántas actividades realizó, y si cumplió con todo lo indicado por el profesor y en qué medida.

Acciones/Intervenciones de la estrategia

El profesor presenta algunas de las siguientes preguntas movilizadoras hacia la reflexión de los estudiantes en torno a su actuar en la clase:

- ¿Puse la atención necesaria para entender lo que presentaba el profesor o sus compañeros?
- ¿Hubo momentos de desconcentración? ¿Cuándo?
- ¿Ocupé todo el tiempo necesario para resolver los ejercicios entregados por el profesor?
- ¿Cuántos ejercicios pude realizar durante la clase? ¿Qué cosas me posibilitaron la realización de estos? ¿Qué factores lo dificultaron?

- ¿Cómo organice mi trabajo, si fue en grupo o individual?
- ¿De qué forma participé en el grupo para desarrollar las actividades? ¿Tomé atención de lo señalado por mis compañeros? ¿Pedí ayuda para desarrollar las actividades?
- ¿Realicé las preguntas cuando tenía dudas, al profesor o un compañero que le va bien en clases?
- ¿Usé recursos tecnológicos para desarrollar actividades? ¿Por qué fue esto?
- ¿Tuve éxito al desarrollar las actividades? ¿En qué me baso para señalar la respuesta anterior?
- ¿Qué aspectos o conductas debo mejorar o fortalecer para la próxima clase y alcanzar los objetivos planteados por el profesor? ¿Cuál sería el nuevo desafío para mí?
- En una escala de 1 a 10 ¿Qué tan difícil encontré la clase? ¿Hubo algún momento en que se clarificó todo lo que me presentaba dificultad, cuándo?
- ¿Crees que el contenido presentado necesita estudio o repaso para poder utilizarlo nuevamente? ¿En qué medida?
- ¿Qué características o aspectos del concepto matemático son fundamentales e imposibles de olvidar?
- ¿Cuáles son mis desafíos a la hora de volver a recordar lo tratado en clases?

Los estudiantes responden las preguntas de forma personal, comentándolos quienes quieran con la clase sus reflexiones.

Justificación de acuerdo al DUA

En esta actividad, la consciencia del estudiante sobre lo su actitud frente a la clase es lo fundamental, buscando que reflexiones en torno a las decisiones tomadas, su actuar y las consecuencias que tuvieron para su aprendizaje; además de los desafíos que debe afrontar para clases futuras y cómo podría proceder para superar debilidades y obtener nuevas oportunidades de lograr el aprendizaje. Es por esto que se ve fuertemente evidenciado el Principio III del DUA, en cuánto a las distintas formas de Implicancia con la clase, y también el Principio II, en cuanto a la mediación del establecimiento de nuevas metas y reconocimiento de avances clase a clase.

Momento de la clase: CIERRE
Estrategia: “QUÉ APRENDÍ”
<p>Foco de la estrategia/acción que promueve la estrategia:</p> <p>Esta es una actividad que busca hacer reflexionar al estudiante respecto de lo “que aprendió” en la clase y su actitud frente a esta.</p>
<p>Acciones/Intervenciones de la estrategia</p> <p>Se motiva al estudiante a desarrollar las siguientes preguntas de forma personal para luego su puesta en común:</p> <ul style="list-style-type: none"> - En una pregunta, ¿cuál fue el concepto tratado en clases que más te llamó la atención? ¿Por qué? - ¿Con qué concepto se conectan los vistos abordados en la clase? - ¿Puedes entregar definiciones/procedimientos con que expliques a alguien de menor edad lo que aprendiste hoy? - ¿Cuáles son los pasos a seguir para resolver situaciones mediante el concepto visto en clases? <p>Las preguntas anteriores no logran cumplir el objetivo de esta actividad sin el posterior refuerzo del docente, el feedback a cada estudiante hacia la coherencia de lo que aprendió el estudiante respecto del Objetivo de Aprendizaje a lograr en la clase.</p>
<p>Justificación de acuerdo al DUA</p> <p>Esta actividad se enmarca en el principio III relacionado a las múltiples formas de Implicación en la clase. Si bien se desarrolla en el momento final de esta, es un paso clave al proponer un puente con las clases que vienen y motivar al estudiante a reconocer fortalezas y debilidades, así como oportunidades de mejora para alcanzar los objetivos de la misma clase.</p>

Concretización de la investigación de la atención a la Diversidad: implementación del DUA

Para modelar el trabajo de la atención a la diversidad a través del Diseño Universal de Aprendizaje, realizaremos la gestión curricular y metodológica del proceso que implica enseñar las razones trigonométricas, de acuerdo a lo presentado en el programa de 2° medio.

Contexto Curricular

- Eje Temático: Geometría
- Tema: Razones Trigonométricas
- Objetivo de Aprendizaje a desarrollar según el Programa de Estudio:

OA8 Mostrar que comprenden las razones trigonométricas seno coseno y tangente en triángulos rectángulos

- **Relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos.**
- **Explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo.**
- **Aplicándola para determinar ángulos o medidas de lados.**
- **Resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas.**

En el programa se presentan los siguientes Indicadores de Logro:

- i. Dibujan triángulos rectángulos semejantes y los superponen en uno de sus ángulos para relacionar el ángulo con la proporción del cateto opuesto y la hipotenusa (respectivamente el cateto adyacente y la hipotenusa).
- ii. Descubren que esta relación se mantiene para varios triángulos semejantes y que el ángulo se mantiene.
- iii. Explican las razones trigonométricas por medio de dibujos.
- iv. Resuelven triángulos en ejercicios rutinarios; es decir, determinan todos sus ángulos y las medidas de todos sus lados.
- v. Resuelven problemas de la vida cotidiana, de geometría y de ciencias naturales, aplicando las razones trigonométricas.

Cabe señalar que, avanzando en el programa de estudio, se presenta en el OA9 Aplicar las razones trigonométricas en diversos contextos en la composición y descomposición de vectores y determinar las proyecciones de los vectores (Bases Curriculares, 2015), donde queda en evidencia la profundización de la aplicación del concepto de trigonometría, sobre todo las ciencias naturales (Física). Esto permite enriquecer el trabajo del último Indicador de Logro (v.) presentado en el programa para el OA8, sobre todo por el matiz relacionado a la descripción y estudio de fenómenos científicos.

Preparación de la Enseñanza: Secuenciación de las metas para lograr el Objetivo de Aprendizaje.⁸

Para la planificación de las clases del OA8, y considerando lo planteado en las pautas de comprobación DUA (resaltar la relevancia de metas y los objetivos, dividir las metas a largo plazo en objetivos a corto plazo, diferenciar los grados de dificultad, planificar dichas metas acorde a las necesidades de los estudiantes, visibilizar las metas a los estudiantes, entre otros), se presenta a los estudiantes el siguiente camino que guía el progreso respecto de las habilidades y conocimientos matemáticos que deben adquirir hasta lograr el Objetivo de Aprendizaje.

Para asegurar un tránsito lo más fluido frente a los nuevos conceptos a aprender, se debe tener en cuenta en la planificación del OA y en la misma ejecución de clases, incorporar momentos para asegurar el conocimiento de los conceptos trabajados en Objetivos de Aprendizaje de años anteriores que tienen directa relación con las habilidades que implica el trabajo con las razones trigonométricas. Para esto se puede hacer uso de la Progresión de Objetivos de Aprendizaje para Matemática⁹. En el caso del OA8, la Progresión permite señalar que los OA implicados son:

- OA12 de 6°Básico, la clasificación de Triángulos por lados y ángulos.
- OA11 de 6°Básico, la resolución de Ecuaciones.
- OA12 de 8°Básico, el Teorema de Pitágoras.

⁸ Esta acción responde a los Principios I y III del DUA, como también a la primera estrategia para afrontar el aprendizaje de la Matemática (en página 45 del presente documento)

⁹ Además de las Bases Curriculares y los Programas de Estudio, el Ministerio de Educación facilita la Progresión de los Objetivos de Aprendizajes, con el que se da cuenta de cómo un OA se conecta o tributa a otros de cursos superiores.

➤ OA2 de 1° y 2° Medio, Potencias y Raíces.

Estos pueden ser abordados en los inicios de las clases, o abordados en un proceso de restitución. En nuestro caso lo gestionaremos a los inicios o desarrollos de clase según corresponda la profundidad del conocimiento que deben tener los estudiantes de esos conceptos.

Para planear el camino que deben recorrer los estudiantes, diseñamos una ruta de aprendizaje en torno al concepto de razones trigonométricas, y de forma tal, que permita su presentación y comprensión de los estudiantes. Con este diagrama se busca que ellos puedan verificar su progreso en el tránsito del objetivo de aprendizajes, actuando como monitores, retroalimentando sus avances hasta lograr el objetivo final, y sea un cuantificador para orientar los niveles de esfuerzos en el reforzamiento de las etapas en que puedan sentir un logro menor del objetivo.

OA8
Mostrar que comprenden las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos

¿Cómo demostraré el logro de este objetivo?

- | |
|--|
| 1. Identifico catetos, hipotenusa y sus ubicaciones respecto de los ángulos del triángulo. |
| 2. Resuelvo situaciones usando el teorema de Pitágoras. |
| 3. Señalo catetos opuesto y adyacente respecto de los ángulos implicados, en triángulos rectángulos. |
| 4. Explico a partir de dibujos, las razones trigonométricas seno, coseno y tangente de un ángulo. |
| 5. Calculo el valor del seno, coseno y la tangente de un ángulo, en triángulos cuyas medidas de lados son conocidas. |
| 6. Relaciono y obtengo el ángulo a partir del resultado de una razón trigonométrica. |
| 7. Identifico el valor de las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60° , usando las expresiones irracionales. |
| 8. Explico la importancia del ángulo en las razones trigonométricas de triángulos semejantes. |
| 9. Utilizo las razones trigonométricas para conocer medidas y construir triángulos rectángulos. |
| 10. Identifico triángulos rectángulos en distintos contextos para aplicar razones trigonométricas. |
| 11. Explico y resuelvo problemas geométricos usando razones trigonométricas. |
| 12. Resuelvo problemas basados en contextos variados usando razones trigonométricas. |

Estas son las habilidades básicas que debes poseer para comprender a cabalidad el concepto de razones trigonométricas.

El entendimiento de las razones trigonométricas lo realizaremos a través de estas habilidades. Es importante que puedas reconocer que tú realizas estas acciones en las distintas actividades presentadas en la asignatura.

Estas habilidades son las terminales en el objetivo de aprendizaje, ya que son el resultado del trabajo constante para alcanzar las habilidades anteriores, sobre todo en la capacidad de que puedas desarrollar ejercicios en contextos diversos.

Previsión de las Barreras hacia el aprendizaje:

Un aspecto relevante es prever los conceptos y habilidades de objetivos anteriores al presentado, tanto de años anteriores como del mismo año. Teniendo en cuenta que los estudiantes difieren en el grado de comprensión de los conceptos y habilidades matemáticas y también en cómo las recuerdan, es aún más importante proponer actividades que permitan aflorar estos conocimientos previos de manera personalizada al OA y conceptos nuevos, sin convertirla en una instancia que bloquee a los estudiantes que “fallaron” en su momento (barrera conceptual), y que cimiente las bases del nuevo concepto matemático.

No se debe desmerecer el simple hecho que los estudiantes no recuerden los conceptos o que no los hayan comprendido apropiadamente, sobre todo por el factor temporal o las barreras socioemocionales que puedan tener con la asignatura o el contexto del tema (Geometría).

En particular, entre las barreras o necesidades que pueden tener los estudiantes en las habilidades y conceptos a desarrollar, proyectaremos que:

- Para que identifiquen significativamente los elementos de los triángulos rectángulos, es apropiado recordar la clasificación (6°B – OA12), enfatizando las características que posee un triángulo rectángulo, un isósceles y un equilátero (sobre todo si entre las habilidades que se esperan, están las demostraciones para los valores de las razones de 30° , 45° y 60°).
- Se debe concientizar la importancia que tiene el manejo de los términos matemáticos, fundamentales para la comprensión de las razones con el lenguaje matemático que utilizan (barrera conceptual) y la presentación de tal información en la resolución de problemas geométricos y posible trabajo con las demostraciones.
- En el caso de la resolución de situaciones usando Teorema de Pitágoras se sugiere recordar las estrategias del Objetivo de Aprendizaje 12 de 8° Básico, donde se aplica el teorema y se expresan medidas de lados de forma irracional en caso que no se obtengan valores enteros (anticipando posible barrera procedimental).
- También es apropiado reforzar la metodología que usan los estudiantes a la hora de aplicar el teorema en un problema contextualizado.

En cuanto al trabajo con los nuevos conceptos y habilidades ligadas a la comprensión de las razones trigonométricas, debemos proyectar que:

- En problemas presentados, sobre todo aquellos que se orienta al trabajo sin calculadora, los estudiantes deberán realizar cálculos entre números irracionales, como racionalización y operaciones entre números reales. Estas habilidades son parte del objetivo OA2 de segundo medio que, según el Programa de Estudio, se deben trabajar en el mismo año que se trabaja Trigonometría. En caso de que tal objetivo no haya sido significativo para el estudiante, es pertinente diseñar actividades que faciliten la implicación y comprensión del nuevo concepto disminuyendo el impacto de la situación anterior.
- Adicionalmente, el tema a abordar presenta desafíos en cuanto a las representaciones simbólicas conectadas con lo pictórico, que pueden afectar el nivel de comprensión por no recordar los conceptos (necesidad para fortalecer la memoria). Es por esto que se deben planear estrategias sencillas que busquen la comprensión y reforzamiento de los términos y sus explicaciones.

Actividades de Clase para el logro del Aprendizaje

En base a las habilidades que queremos que los estudiantes desarrollen, presentadas anteriormente, se marca la estructura y andamiaje que debe seguir la planificación de las clases para el tema de razones trigonométricas.

Las actividades a continuación serán presentadas de acuerdo al objetivo de clase a trabajar, mas no necesariamente responden a un guion o planificación de clase como tal.

Las actividades para desarrollar el Objetivo de Aprendizaje serán configuradas en formato PPT, esto dada las oportunidades de adaptación que ofrece este recurso en cuanto al diseño del material (modificación de tamaños de letras, animaciones, colores, acercamientos en la proyección para focalizar la atención de los estudiantes, etc.)

Es importante establecer que las actividades propuestas se pueden aplicar a futura, considerando todas las adaptaciones del medio o particulares a realizar por quien desease aplicarlas, de forma parcial o total.

Clase 1

Objetivo: Identificar conceptos del triángulo rectángulo.

En esta clase, los estudiantes deben:

- Identificar catetos e hipotenusa en triángulos rectángulos, nombrándolos a partir de sus vértices.
- Resolver situaciones geométricas usando el teorema de Pitágoras.
- Tener un primer acercamiento a los conceptos de cateto opuesto y adyacente (en torno a un vértice o ángulo).

En esta sesión deben florecer los conceptos previos relacionados a los triángulos, tema abordado desde 6° básico, y fortalecer los mismos sobre todo considerando la información que entregarán más adelante para las demostraciones de los valores de las razones trigonométricas de ángulos notables y enunciados en problemas de aplicación del tema de razones trigonométricas.

Lo que esperamos obtener en general es que los estudiantes sean capaces de relacionar inmediatamente en la representación pictórica, lo que plantea un tipo de triángulo determinado (principio I, respecto al asegurar los conocimientos previos).

- “Un triángulo isósceles...” debiese proveer que dos ángulos y dos lados del triángulo poseen medidas iguales. Adicionalmente, si es rectángulo, los ángulos necesariamente serán de 45° (está “conclusión” debe ser presentada por los estudiantes)
- “Un triángulo equilátero...” debiese indicar a los estudiantes que todos los lados del triángulo poseen igual medida, así como sus ángulos interiores poseen medida 60° . Para el caso de la demostración de valores de la razón trigonométrica, es útil presentar que la altura del triángulo equilátero se puede obtener en función de uno de sus lados.

Por lo demás, se busca cimentar el trabajo que deben realizar los estudiantes en el triángulo rectángulo, comenzando a familiarizarse con la notación matemática (Principio I, indicador relacionado al entendimiento de la simbología y decodificación de la notación matemática; Principio II, relacionando el apoyo que se debe entregar para desarrollar las habilidades de mayor nivel de dificultad, en este caso, las nuevas). Se busca que los estudiantes puedan establecer conexiones hacia lo pictórico a partir de las frases:

- “Los catetos de un triángulo son...”
- “La hipotenusa es...”
- “Los conceptos anteriores son exclusivos de...”
- “El teorema de Pitágoras permite ...”

Actividades para la Clase 1

1º Diapositiva – Inicio – Clasificación de Triángulos

Sesión 1








Actividad de Inicio:

Los triángulos

Objetivo:
Identificar conceptos del triángulo rectángulo.

Tiempo de trabajo:
5 a 10 minutos para el trabajo individual
5 minutos para entregar las respuestas a modo de plenaria.

En la imagen a continuación se presenta la clasificación por la medida de lados y ángulos de triángulos.

	Equilátero	Isósceles	Escaleno
Acutángulo Oblicuángulo			
Rectángulo			
Obtusángulo Oblicuángulo			

Fuente: <https://www.significados.com/tipo-de-triangulos/>

Según lo presentado piensa 1 minuto y responde
 ¿Qué características tienen los triángulos isósceles?
 ¿Cuánto miden los ángulos de un triángulo equilátero?
 ¿Qué tienen en común los triángulos rectángulos?

Demuestra tu conocimiento:
 ¿Ya estás resolviendo un ejercicio sobre un triángulo rectángulo isósceles?
 ¿Es posible el anterior? Comparte tu respuesta con un compañero y de ser necesario a su dibujo.

Comentarios:

La actividad busca mediar eficazmente lo que recuerdan los estudiantes. Una de las formas en que se pretenden activar los conocimientos previos de los triángulos (y la geometría) es mostrando toda la información de manera visual, para que, con las preguntas movilizadoras de la comprensión, los estudiantes recuerden lo meramente pertinente para el desarrollo de las razones trigonométricas.

El apoyo del color y la simbología para lados iguales, pretende motivar a los estudiantes incluso si no tuvieron un buen desempeño en su momento (Principio I: guiar el procesamiento de la información, clarificar el vocabulario y los símbolos; Principio II, definir competencias con niveles de apoyo graduados y facilitar la gestión de la información).

Es importante señalar que el material en su formato PPT puede ser adaptado tanto en el formato como en las animaciones, con miras del enriquecimiento y abordaje de las necesidades particulares que tengan los estudiantes.

2º Diapositiva – Desarrollo de clase – Profundización en los triángulos rectángulos

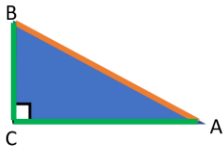
Sesión 1

Actividad de desarrollo:
Conceptos relacionados a los triángulos rectángulos.

Objetivo:
Identificar conceptos del triángulo rectángulo.

Tiempo de trabajo:
5 minutos para la mediación docente.
5 a 10 minutos para todo el trabajo individual.
5 minutos para la retroalimentación entre pares o plenaria.

Sobre los triángulos rectángulos



En estos se destacará un ángulo recto (90°), los otros serán agudos. Respecto a los lados surgen los nombres **catetos** e **hipotenusa**. Según la información de la imagen, responde:
¿Qué elemento señala donde se encuentra el ángulo recto? ¿Por qué es necesario que esté en la imagen?

Demuestra tu conocimiento
¿Qué nombre (cateto o hipotenusa) recibe el lado:
- AB? ¿Por qué?
- BC? ¿Por qué?
- CA? ¿Por qué?

¿Cuánto deben sumar los ángulos interiores sin el ángulo recto? ¿Por qué?

Comentarios:

Al igual que en la actividad anterior, el recurso pretende apoyar la comprensión de los estudiantes y la guía de sus propias reflexiones a partir de los colores en las imágenes. Adicionalmente, las animaciones de la imagen al resaltar con colores los conceptos que se busca establecer, permiten maximizar la comprensión y el tránsito entre las representaciones concretas y simbólicas.

Algo importante es que el recurso visual podría cumplir el objetivo con algunos estudiantes, pero sin el apoyo auditivo como la explicación docente, o las intenciones de diálogo con el estudiante respecto de las preguntas y la decodificación de la imagen, finalmente se transforma en una barrera para los estudiantes que, en su historia académica, no tienen los buenos resultados en la asignatura.

3º y 4º Diapositiva – Desarrollo de Clase – El Teorema de Pitágoras

Sesión 1

Actividad de desarrollo:
El Teorema de Pitágoras

Objetivo:
Identificar conceptos del triángulo rectángulo.

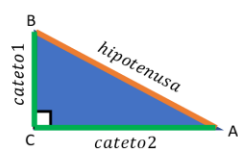
Tiempo de trabajo:
5 a 10 minutos para el trabajo individual
5 minutos para entregar las respuestas a modo de plenaria.

El Teorema de Pitágoras

Una de las fórmulas que se utilizan en el triángulo rectángulo es el teorema de Pitágoras, el que asocia las medidas de los lados de la siguiente forma:

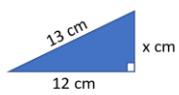
$$(\text{cateto } 1)^2 + (\text{cateto } 2)^2 = (\text{hipotenusa})^2$$

De esta forma se puede obtener un lado faltante, conociendo los otros dos.



Importante: El teorema de Pitágoras es exclusivo del triángulo rectángulo, por lo que a la hora de aplicarlo en algún ejercicio, se debe tener en cuenta la presencia del ángulo recto.

Demuéstralo que sabes
Observa el proceso matemático presentado para desarrollar el ejercicio
Explica qué se está realizando en cada paso y así evalúa el proceso.



Datos:
Cateto 1: 12 cm - Cateto 2: x cm - Hipotenusa: 13 cm

Por lo tanto:

$$(12)^2 + (X)^2 = (13)^2$$

$$144 + X^2 = 169$$

$$X^2 = 169 - 144$$

$$X^2 = 25$$

$$X = 5$$

Sesión 1

Actividad de desarrollo:
El Teorema de Pitágoras – Práctica Autónoma

Objetivo:
Identificar conceptos del triángulo rectángulo.

Tiempo de trabajo:
10 a 15 minutos para el trabajo individual
5 minutos para entregar las respuestas a modo de plenaria, en el cierre de la clase.

Práctica del Teorema de Pitágoras

1°. Lee atentamente:

Manuel ha desarrollado un ejercicio en que se pide hallar la medida faltante del triángulo rectángulo presentado. En su proceso utiliza el teorema de Pitágoras:

$$(\text{cateto } 1)^2 + (\text{cateto } 2)^2 = (\text{hipotenusa})^2$$

2°. Observa el proceso que realiza Manuel:
Datos observados por Manuel:
Cateto 1: 10 cm - Cateto 2: X cm - Hipotenusa: 24 cm
Proceso desarrollado por Manuel:

$$(10)^2 + (X)^2 = (24)^2$$

$$100 + X^2 = 576$$


$$X^2 = 576 - 100$$

$$X^2 = 476$$

$$X = \sqrt{476}$$

$$X = 21,8 \approx 22 \text{ cm}$$

3°. Con lo presentado, ¿Dónde cometió un error?



¿Cómo se debió resolver el problema?
(Indica las correcciones y señala la respuesta correcta)

Comentarios:

Nuevamente las animaciones en la presentación del recurso son con el fin de modelar el procesamiento de la información y habilidad que se pretende desarrollar o fortalecer, en particular, la operación del teorema de Pitágoras en contextos geométricos.

En la actividad presentada no se busca la tradicional aplicación del teorema de Pitágoras; entendiéndose que hay estudiantes que pueden no dominar el concepto y otros que sí; se propone practicar la comprensión con un ejercicio ya hecho para que los estudiantes descendidos puedan ver los pasos a realizar para resolver la operación, y los estudiantes con cierto dominio del tema, retroalimenten su esquema mental a través de la explicación.

Se sugiere que el producto de la actividad sea un análisis individual y en silencio de los estudiantes hacia el ejercicio, escrito para que luego puedan compartir sus apreciaciones.

Para la actividad de práctica, los estudiantes resolverán el ejercicio, pero iniciando antes con el análisis de lo presentado. Algunos pueden incluso resolver para luego comparar con lo presentado, otros pueden en el mismo proceso reconocer los errores.

De acuerdo al Principio I, se guía el procesamiento de la información para así maximizar las oportunidades de comprensión. Desde la perspectiva del Principio II, la actividad permite transitar por la actividad de formas distintas, de acuerdo a las capacidades de cada estudiante.

Un aspecto fundamental luego del desarrollo de la actividad, es que en el plenario se presenten las respuestas y estrategias usadas por los estudiantes, dando oportunidades de feedback que fortalezcan el avance de los estudiantes, y dando una oportunidad de mejora para todos los estudiantes al conocer y valorar el trabajo individual.

5º Diapositiva – Cierre de Clase – Síntesis de Conceptos de Triángulos

Sesión 1

Actividad de Cierre: **Síntesis de Los Triángulos**

Objetivo:
Identificar conceptos del triángulo rectángulo.

Tiempo de trabajo:
5 minutos

Triángulos

Los cuadros presentados tienen por fin armar un diagrama en el que se presenten los conceptos matemáticos vistos en clases.
Instrucciones: De acuerdo a lo visto en esta clase, tu debes:

- Completar con información solicitada en cada espacio.
- Trazar las flechas y conectores que den sentido al diagrama.
- Complementar con otro tipo de información que creas necesaria colocar.
- Si bien el diagrama pareciera tener un orden, las flechas con las que unas los conceptos deben ser coherentes con los conceptos matemáticos.

Rectángulos
Características:

Isósceles
Características:

Equiláteros
Características:

Otros:
.....

Teorema de Pitágoras

()² + () = ()

Comentarios:

Al tener por objetivo de clase la rememoración de conceptos previos, la actividad de cierre pretende rescatar todos los conceptos abordados en clase.

Respecto a la presentación de la información, en el triángulo presentado, se busca que el estudiante pueda comprender la importancia de la decodificación con la simbología matemática (en este caso los conceptos catetos e hipotenusa).

A la hora de practicar, el detalle de las instrucciones apoya el desarrollo de habilidades. De la misma forma, todo el diagrama pretende ser una forma distinta para expresar lo comprendido en la clase.

Para mantener el esfuerzo y la persistencia, se presenta un ejercicio en el que la exigencia esta determinada a lo que cada uno pueda complementar o recordar de la clase, incluso, en caso de no cumplir con las expectativas totalmente, puede entregar avances que posteriormente completaría con el plenario final de la misma actividad. Para lograr esto es importante permitir los tiempos en los que cada estudiante pueda abordar la situación de manera autónoma y luego sociabilizada.

Clase 2

Objetivo: Aplicar el Teorema de Pitágoras en la resolución de ejercicios.

En esta clase los estudiantes deben:

- Resolver situaciones usando el Teorema de Pitágoras.
- Señalar catetos opuestos y adyacentes respecto de un ángulo de referencia del triángulo rectángulo.

Enmarcado en el contexto de los datos solicitados para resolver un problema con Teorema de Pitágoras, la idea es que los estudiantes comiencen a identificar los catetos opuesto y adyacente a un ángulo determinado (o vértice como se inicia en las actividades presentadas) para que esto permita un mejor trabajo en la resolución de problemas usando trigonometría. Para esto es crucial que los estudiantes justifiquen conceptualmente la representación de la situación a través del teorema de Pitágoras, señalando catetos e hipotenusa en los contextos presentados.

Las actividades deben:

- Permitir la maestría en cuanto al conocimiento de los elementos del triángulo rectángulo (Principio I y II)
- Familiarizarse con los conceptos de cateto opuesto y adyacente (primero a un vértice para luego al ángulo) (Principio I).
- Entregar un acercamiento de la aplicación a contextos cotidianos de los triángulos, con imágenes reales en que se puedan aplicar (Principio II y III).
- Dar soluciones reales a problemas.

Actividades para la Clase 2

1º Diapositiva – Inicio – Aseguramiento de conocimientos previos

Actividad de Inicio:

Los elementos del triángulo rectángulo.

Objetivo:
Aplicar el Teorema de Pitágoras en la resolución de ejercicios

Tiempo de trabajo:
5 a 10 minutos para el trabajo individual
5 minutos para entregar las respuestas a modo de plenario

Debemos Recordar de la sesión anterior.

En la clase anterior, reconocimos los elementos del triángulo rectángulo, entre otras cosas.

Ubica en la imagen los siguientes nombres: cateto a, cateto b, hipotenusa c, ángulo recto, ángulo α , ángulo β .

Preparémonos para futuras sesiones:

- ¿Cuáles el cateto que está **opuesto** al ángulo α ?
- ¿Cuál es el ángulo que **opuesto** a la hipotenusa?
- ¿Cuál es el ángulo **adyacente** al cateto BC?

Comentarios:

Sobre el principio I, la actividad busca activar los conocimientos previos necesarios para la clase, y con la ejemplificación de desarrollo de actividad (indicando dónde está el ángulo α) se guía la manipulación de la información. Las preguntas presentadas al final pretenden también generar el andamiaje próximo a los conceptos de razones trigonométricas a partir de la actividad que los estudiantes, en rigor, pueden hacer.

Sobre el principio III, puede que en la actividad no quede evidencia de lo importante que es resaltar la relevancia del objetivo de la clase anterior, sobre todo con relación a recordar los conceptos matemáticos para fundamentar el desarrollo de ejercicios.

2º Diapositiva – Desarrollo de clase -Reconociendo triángulos rectángulos en distintos contextos

Sesión 2

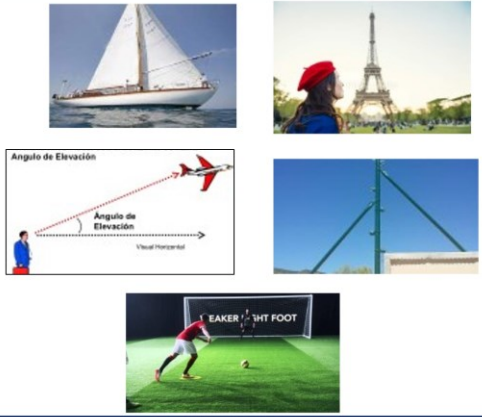
Actividad de Inicio:
Los elementos del triángulo rectángulo.

Objetivo:
Aplicar el Teorema de Pitágoras en la resolución de ejercicios

Tiempo de trabajo:
5 a 10 minutos para el trabajo individual
5 minutos para entregar las respuestas a modo de plenaria

Los triángulos rectángulos en la vida cotidiana.

Observa cada una de las imágenes e identifica dónde y cómo se podrían formar triángulos rectángulos.
Comenta con un compañero para luego compartir sus apreciaciones la clase



The collage contains five images: 1. A sailboat with its sails up, forming a right triangle with the mast and the water surface. 2. A woman in a red hat looking at the Eiffel Tower, with a right triangle formed by her line of sight, the tower, and the ground. 3. A diagram showing a person looking up at an airplane, with labels for 'Angulo de Elevación' (angle of elevation), 'Visual Horizontal' (horizontal line of sight), and a right angle symbol. 4. A green structure, possibly a goalpost or a tower, forming a right triangle with the ground. 5. A soccer player on a field, with a right triangle formed by the player, the ball, and the goal.

Comentarios:

El objetivo del tema de razones trigonométricas incluye implícitamente el reconocimiento de los triángulos rectángulos para utilizar las razones trigonométricas en distintos contextos. Para esta habilidad, es importante la práctica para asociar apropiadamente en contextos diversos, la visualización de triángulos con la potencial aplicación de fórmulas asociadas. De igual manera, la visualización de situaciones cotidianas intenta captar el interés hacia las distintas situaciones en que se podría desarrollar el concepto matemático. También, a partir de esta actividad puede que surjan nuevas situaciones por los comentarios de los estudiantes, semejantes a la anterior, en la que se presenten triángulos rectángulos o de otro tipo.

3° Diapositiva – Desarrollo de clase – Aplicación del Teorema de Pitágoras en contextos cotidianos

Sesión 2


Actividad de Desarrollo:
Aplicación del Teorema de Pitágoras.

Objetivo:
Aplicar el Teorema de Pitágoras en la resolución de ejercicios

Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajo individual
5 minutos para comentar los procesos con tus compañeros y enriquecer el propio.
3 minutos para realizar plenario con las respuestas finales.

¿Qué debe cumplir una situación para que se pueda usar el teorema de Pitágoras?

Lee atentamente:
"A Miguel se le indica que la situación continúa y se puede resolver mediante el teorema de Pitágoras, pero no entienden muy bien, ya que según no están los datos."



Una escalera de 2.5 metros de largo, debe alcanzar justo una altura de 2.4 metros al apoyarse a una pared. ¿A cuántos centímetros se debe apoyar en el suelo, respecto de la base de la pared?

Responde:

1. ¿Cómo se puede resolver la situación usando Teorema de Pitágoras? Explica lo más detallado posible, incluso apoyándote en dibujos que puedas crear.
2. ¿Hay un ángulo recto en la situación? ¿Cómo lo podemos asegurar?
3. ¿Cuál es la respuesta al problema?
4. Tomando como referencia el ángulo que forma la escalera con el suelo ¿la pregunta pide la medida de la hipotenusa, el cateto opuesto o cateto adyacente?

Comentarios:

La actividad propone (y el docente debe reforzar) que los estudiantes comiencen por la representación geométrica más sencilla de la imagen, personalizando la información de acuerdo a la comprensión del teorema de Pitágoras. Esto se puede lograr al construir el triángulo rectángulo asociado y colocar los datos planteados. La modelación anterior busca practicar el tránsito entre un problema y la ejecución de habilidades matemáticas, con la representación acorde a lo que muestra el teorema de Pitágoras (coherencia con el principio dos, de apoyo en el tránsito hacia las funciones ejecutivas mediante la secuenciación). Como el objetivo es este, sería un apoyo pertinente la utilización de calculadora para resolver la operatoria entre números decimales que incluye el proceso. Por otra parte, la pregunta que apunta al reconocimiento del ángulo recto, intenta presentar la relevancia hacia el entendimiento de que es estrictamente posible aplicar la fórmula planteada en los casos correspondientes (las características fundamentales del problema).

4° Diapositiva – Desarrollo de Clase – Practica guiada del Teorema de Pitágoras con ayuda de la calculadora

Sesión 2

Actividad de Desarrollo:
Aplicación del Teorema de Pitágoras.

Objetivo:
Aplicar el Teorema de Pitágoras en la resolución de ejercicios


Tiempo de trabajo:
5 minutos para el acompañamiento en la comprensión del problema.
10 minutos para el trabajo individual
5 minutos para comentar los procesos con tus compañeros y enriquecer el propio.
3 minutos para realizar plenario con las respuestas finales.

Práctica del Teorema de Pitágoras y medidas Irracionales

Lee atentamente:
Javiera es dueña de “Cabañas Geométricas”, y está pronta a cambiar los techos de cada una de sus cabañas. Estas son iguales a la que se presenta en la imagen y cumplen con las siguientes dimensiones:

- Una altura de 4 metros.
- Un ancho de 6 metros.
- Un largo del suelo de 10 metros.

Javiera sabe que debe medir el largo que cubren las techumbres, marcado en la imagen, para pedir en la ferretería exactamente el tamaño de los nuevos techos.



Responde:
¿Cuáles son los **datos reales para saber** cuánto mide lo que busca Javiera? Realiza un esquema con los datos entregados.

¿Cuánto miden los techos de largo?

Si en la ferretería le indican que el ancho de cada techumbre es de 2 metros, mientras que el largo se adapta según lo que ella pida. Entonces, ¿cuántas techumbres deberá comprar para cada cabaña? Explica tu respuesta.

Comentarios:

En esta actividad se busca que, con la representación del problema mediante un esquema, los estudiantes sean capaces de identificar la importancia de esto al notar que es necesario procesar los datos iniciales (ya que no son efectivamente, las medidas de un triángulo rectángulo), además de asegurar un tránsito coherente en los niveles de dificultad que puede presentar un ejercicio tanto geométrico como contextualizado en otras asignaturas, así como fortalecer las estrategias que permiten resolver tales situaciones y las condiciones para aplicar los conceptos matemáticos (se debe evidenciar los datos del triángulo rectángulo escondido en la situación).

Es importante, además, que los estudiantes sean capaces de corregir sus procedimientos relacionados a la comprensión del problema en el inicio, y luego de la posterior aclaración de cómo se estructura el triángulo rectángulo con los datos, entregando pautas para lo mismo, proponiendo como actividad, que sean los estudiantes quienes establezcan parámetros para revisar ejercicios del mismo estilo mediante los pasos que debieron realizar en la resolución del ejercicio.

5º Diapositiva – Cierre – Trabajo de Metacognición de los conceptos abordados

Sesión 2

Actividad de Cierre:
Triángulos y Teorema de Pitágoras.

Objetivo:
Aplicar el Teorema de Pitágoras en la resolución de ejercicios

Tiempo de trabajo:
10 minutos para la puesta en común.

¿Qué hemos aprendido hasta el momento?

Según lo que has realizado en las últimas clases, responde:

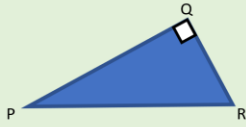
¿En qué tipo de triángulo hemos concentrado el estudio de las últimas sesiones?

¿Cuáles son los elementos que debemos conocer para utilizar el teorema de Pitágoras?

Comparando con el momento en que comenzamos a estudiar los triángulos, ¿qué nuevos conceptos tú has visto?

¿Cuál de los conceptos trabajados en estas últimas sesiones crees que debes repasar? ¿Por qué?

En la imagen se presenta un triángulo con los lados que son la hipotenusa y el cateto opuesto al ángulo en el vértice P y su cateto adyacente



Comentarios:

Entre los aspectos del trabajo con las razones trigonométricas, es importante el dominio de los términos matemáticos apropiados, más allá del uso del teorema de Pitágoras, en cuanto a cómo se conjugan los términos para orientar la atención de ciertos elementos en el triángulo. Como trabajo de metacognición, automonitoreo de los avances alcanzados, se proponen preguntas que cada estudiante puede responder de manera individual, pero que es importante que el docente revise para reforzar aspectos que se noten descuidados o que no resultaron como el docente lo planificó (principio III y II).

Actividad de Evaluación Formativa:

Para un monitoreo y retroalimentación con datos cuantificables del proceso que realizaron los estudiantes, se propone el desarrollo de la siguiente actividad de práctica independiente.

Los aspectos consultados, responden directamente al abordaje del Objetivo de Aprendizaje ligados a las razones trigonométricas.

Sesión 2

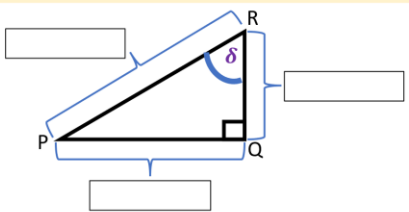
Actividad de Práctica

Objetivo:
Aplicar el Teorema de Pitágoras en la resolución de ejercicios

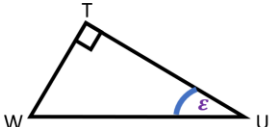
Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajo Individual, 5 minutos para la socialización de resultados

Actividad 1: En el triángulo PQR, nombra según corresponda :

- Hipotenusa .
- Cateto opuesto al ángulo presentado .
- Cateto adyacente al ángulo presentado .



Actividad 2: De acuerdo a lo mostrado en el triángulo TWU, indica si son verdaderas o falsas las afirmaciones presentadas.



- El cateto opuesto a ϵ es TU.
- El cateto adyacente a ϵ es WU.
- La Hipotenusa del triángulo es UT.
- El cateto adyacente a ϵ es UT.

Clase 3

Objetivo: Comprender las razones trigonométricas en triángulos semejantes.

En esta clase los estudiantes deben:

- Señalar los catetos opuesto y adyacente respecto a un ángulo implicado.
- Reconocer que las razones en triángulos semejantes se mantienen.
- Calcular las razones trigonométricas de acuerdo a su definición en triángulos con medidas conocidas.
- Comenzar a asociar el valor de la razón trigonométrica al valor del ángulo en que se trabaja.

En las actividades presentadas, los estudiantes deben ser rigurosos en cuanto a la real comprensión de lo que se está presentando, y para esto es fundamental que el profesor concientice respecto de la relevancia del mismo para cumplir con el Objetivo de Aprendizaje de la Asignatura.

También en esta clase, se presentan adecuaciones a la forma en que se transmite y proponen formas de recordar las razones trigonométricas asociadas a un triángulo rectángulo, usando recursos nemotécnicos adaptados a los mismos.

Actividades para la Clase 3

1º y 2º Diapositiva – Inicio – Curiosidades de los triángulos Semejantes

Sesión 3

Actividad de inicio: **Curiosidades de triángulos semejantes.**

Objetivo:
Comprender las razones trigonométricas en triángulos rectángulos semejantes

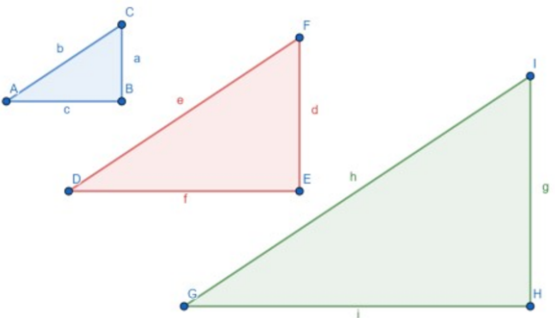
Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajo individual
3 minutos para realizar plenario con las respuestas.

Material a multicopiar

Curiosidades de los triángulos semejantes

Se dice que dos figuras son semejantes cuando comparten igual forma, igual medida de ángulos interiores, y los lados están en proporción. En el caso de los triángulos, hay criterios que indican la semejanza inmediata entre las figuras: ángulo-ángulo, lado-lado-lado, lado-ángulo-lado, entre otros.

En la imagen, y apoyado por regla, y transportador, verifica que los triángulos son semejantes.



¿Cuánto mide el ángulo de cada triángulo? Añota en la simágenes.

Sesión 3

Actividad de inicio: **Curiosidades de triángulos semejantes.**

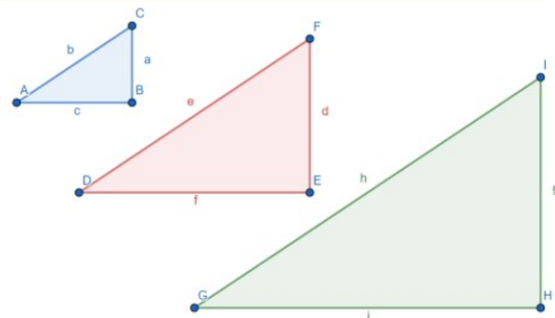
Objetivo:
Comprender las razones trigonométricas en triángulos rectángulos semejantes

Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajo individual
3 minutos para realizar plenario con las respuestas.

Material a multicopiar

Curiosidades de los triángulos semejantes.

Si aun no has medido los lados, realiza cuidadosamente para luego calcularlo solicitado



Considerando como ángulo de referencia ubicado en A, D y G, calcula en todos los triángulos la razón (cociente) entre el cateto opuesto a estos ángulos y la hipotenusa de cada triángulo

¿Qué notamos en los resultados?

Comentarios:

Dentro de la propuesta que realiza el Programa de Estudio para abordar el tema de razones trigonométricas, se plantea abordar la relación que se mantiene entre triángulos semejantes y sus razones, sin presentar como tal las razones trigonométricas. Para comenzar de forma graduada con la dificultad del contenido, se propone iniciar con la comprobación de los triángulos semejantes, usando calculadoras, reglas y transportador. Esta acción incluso puede ser realizada por el docente en pizarra, para avanzar más rápido (con ayuda de los mismos materiales u otros, que sirvan para medir). Si no hay comprensión del concepto de semejanza, esta actividad inicial sustituye el mismo, y además es un insumo para trabajar con los procesos que requiere el entendimiento de las razones trigonométricas.

3º y 4º Diapositiva – Desarrollo de Clase – Definición de Razones Trigonómicas

Sesión 3

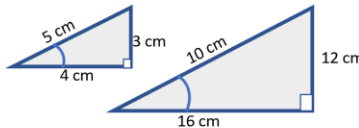
Actividad de desarrollo: Las Razones trigonométricas

Objetivo:
Comprender las razones trigonométricas en triángulos rectángulos semejantes

Tiempo de trabajo:
20 minutos mediación docente

Las razones trigonométricas.

En la actividad anterior notamos que los valores obtenidos en la razón de cateto opuesto e hipotenusa, son iguales (o muy cercanos). Esta relación se cumple en todos los triángulos semejantes.



Para los triángulos rectángulos, la razón entre el cateto opuesto a un ángulo y la hipotenusa se conoce como seno del ángulo, y el resultado no varía en aquellos triángulos rectángulos semejantes. Tanto así que las calculadoras presentan el resultado de esta razón considerando el ángulo que establece al cateto opuesto.

Prueba en tu calculadora calcular $\text{sen}(33^\circ)$

El resultado obtenido corresponde a la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa de cualquier triángulo rectángulo que tenga un ángulo agudo de 33° .

Se establecen en el mismo triángulo rectángulo también otras razones entre los lados:

- Esta el **Seno** del ángulo.
- El **Coseno** del ángulo.
- Y la **Tangente** del ángulo.

Estos conceptos son los que conoceremos a partir de ahora.

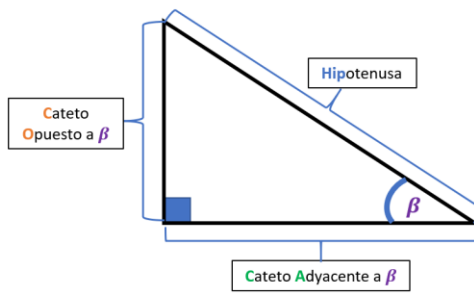
Sesión 3

Conociendo las Razones Trigonométricas

Objetivo:
Comprender las razones trigonométricas en triángulos rectángulos semejantes

Tiempo de trabajo:
20 minutos mediación docente

Las razones trigonométricas Seno, Coseno y Tangente



Con estos antecedentes definiremos las razones trigonométricas:

<p>Seno de ángulo β</p> $\text{sen}(\beta) = \frac{CO}{Hip}$	<p>Coseno de ángulo β</p> $\text{cos}(\beta) = \frac{CA}{Hip}$	<p>Tangente de ángulo β</p> $\text{tan}(\beta) = \frac{CO}{CA}$
--	--	---

Importante: CO, CA e Hip corresponden a las medidas de los lados del triángulo rectángulo.

Comentarios:

Es importante el dialogo del proceso en que se están definiendo las razones trigonométricas, sobre todo de acuerdo a la mediación dada con la animación del recurso de aprendizaje (principio I y principio II).

En este punto debemos poner énfasis, en que el objetivo primordial, es conocer los lados que conforman cada razón trigonométrica y que posteriormente se presentará su potencial ligado a la resolución de problemas de triángulos con la participación de los ángulos.

5° y 6° Diapositiva – Desarrollo de Clase – Cálculo de las razones trigonométricas

Sesión 3

Actividad de desarrollo:

Las Razones trigonométricas

Objetivo:
Comprender las razones trigonométricas en triángulos rectángulos semejantes

Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajo individual
3 minutos para realizar plenario con las respuestas.

Las razones trigonométricas.

Continuando el trabajo con nuestros triángulos iniciales, ahora calculemos el coseno y la tangente

Anota los resultados del coseno de los tres triángulos (considera como referencia el ángulo en A, D y G).

- Coseno del ángulo... =
- Tangente del ángulo... =

Sesión 3

Actividad de desarrollo:

Las Razones trigonométricas

Objetivo:
Comprender las razones trigonométricas en triángulos rectángulos semejantes

Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajo individual
3 minutos para realizar plenario con las respuestas.

Práctica de Las razones trigonométricas

Considera los siguientes triángulos rectángulos, que presentan medidas de lados (en celeste) y ángulos (en negro). De acuerdo a las definiciones de seno, coseno y tangente, calcula los valores solicitados, redondeando los resultados a la décima. Puedes usar la calculadora.

- $\sin \alpha =$

- $\cos \alpha =$

- $\tan \alpha =$

- $\sin \rho =$

- $\cos \rho =$

- $\tan \rho =$

Responde:
¿Por qué a veces las razones dieran diferentes resultados? ¿Qué se puede concluir?

Comentarios:

Las actividades de práctica comienzan con el desafío de terminar de trabajar con la actividad inicial. En rigor los estudiantes ya avanzaron con la obtención de las medidas de los

lados, por lo que ahora solo se concentra la atención en trabajar teniendo como base lo solicitado por las razones trigonométricas.

Es importante transmitir a los estudiantes, la importancia que tiene para las razones trigonométricas, identificar los catetos como opuesto o adyacente según el ángulo de referencia. En caso que alguno de los estudiantes no note los símbolos presentados, se sugiere a priori, “hacer zoom” en las imágenes que presenten conflicto, o marcar las medidas y simbología en la pizarra.

Un aspecto no menor, es comentar a los estudiantes las posibilidades de plantear las razones trigonométricas en su forma abreviada, según como las presentan en algunas calculadoras. De esta forma los estudiantes van enriqueciendo su vocabulario matemático o clarificando la decodificación del mismo. Para algunos una simple letra puede ser una barrera que los distraiga del foco final. Esta comprensión de símbolos debe ser mediada para que sean los mismos estudiantes quienes la clarifiquen. Preguntas como “¿por qué crees que está presentado de esta forma?” demandan al cerebro del estudiante a buscar explicaciones y posibles soluciones, que pueden resultar triviales, pero contribuyen a la crear y fortalecer la seguridad y confianza del estudiante en lo que es capaz de razonar y llegar a hacer.

7º Diapositiva – Cierre – Evaluación Formativa

Actividad de cierre:

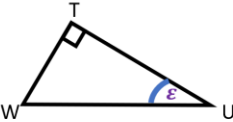
Las razones trigonométricas

Objetivo:
Comprender las razones trigonométricas en triángulos rectángulos semejantes

Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajo individual.
3 minutos para realizar plenario con las respuestas.

Midamos lo que hemos aprendido.

De acuerdo a lo visto en la sesión de hoy, justifica la veracidad o falsedad de las siguientes aseveraciones



- La figura NO es un triángulo rectángulo.
- El cateto adyacente al ángulo ϵ es WU.
- El lado TU es el cateto opuesto al ángulo en W.
- Para calcular $\text{sen}(\epsilon)$ consideramos los lados TW y WU.
- La tangente para el ángulo ϵ quedará expresada como $\tan(\epsilon) = \frac{WT}{TU}$.
- En otro triángulo rectángulo, siempre se obtendrán razones con el mismo resultado.

Al termina el tiempo y luego de haber revisado la actividad con tus compañeros y profesor, responde:

¿Cuántas aseveraciones logré revisar correctamente?

Si cometí errores, ¿por qué fueron?

¿Corregí y comprendí los errores cometidos en la revisión de las aseveraciones, luego de la revisión con el curso?

¿Por qué crees que es importante haber resuelto y entendido los errores de la actividad anterior?

Comentarios:

Coherente con las oportunidades de monitoreo y demostración de lo aprendido. Se propone que los estudiantes resuelvan la actividad incluso con el material que recopilaron durante la clase. Más allá de que los estudiantes sean expertos en el tema, se busca que sepan administrar sus recursos y generen hábitos y estrategias que les permitan resolver con éxito situaciones problemáticas en cualquier contexto.

Si bien la actividad, puede parecer a los ojos de los estudiantes desafiante, su fuerte es el momento de la puesta en común, cuando cada estudiante debe argumentar su punto de vista para indicar si las oraciones son correctas o incorrectas.

La sección en amarillo (la que obviamente no aparecerá en el momento de la aplicación) propone una instancia de autorreflexión del estudiante respecto de su disposición frente al tema, y pretende orientarlo hacia la toma de decisiones que posibilite mejorar resultados o fortalecer los mismos en posteriores sesiones.

Clase 4

Objetivo: Aplicar la definición de las razones trigonométricas para obtener sus resultados.

En esta clase los estudiantes deben:

- Calcular el valor del seno, coseno y la tangente de un ángulo, en triángulos cuyas medidas de lados son conocidas.
- Integrar estrategias que permitan recordar las medidas comprometidas en cada razón trigonométrica, así como la resolución de sus valores.

Esta clase pretende fortalecer el dominio de las definiciones de razones trigonométricas, a través del cálculo de las mismas en problemas geométricos.

Actividades para la clase 4

1° Diapositiva – Inicio – Recordando las razones trigonométricas.

Sesión 4

Actividad de inicio:
Las razones trigonométricas

Objetivo:
Aplicar la definición de las razones trigonométricas para obtener sus resultados.

Tiempo de trabajo:
5 a 10 minutos para el trabajo individual
3 minutos para realizar plenario con las respuestas.

Razones trigonométricas y sus conceptos.

Las razones trigonométricas que hemos estudiado son tres: **seno, coseno y tangente de un ángulo**. Las comenzamos a reconocer en triángulos rectángulos, y a partir de las medidas catetos opuesto y adyacente al ángulo y la hipotenusa se obtienen el valor de cada razón.

En triángulos rectángulos semejantes (proporcionales en su tamaño), el valor de la razón se mantiene, y esto permite asegurar que, por ejemplo, $\text{sen}(60^\circ)$ siempre debe dar el mismo valor, independiente del tamaño del triángulo.

Según lo visto en sesiones anteriores:
¿Cómo se calcula el seno de un ángulo en un triángulo rectángulo?
¿Cómo se identifica el cateto adyacente en un triángulo rectángulo?

Observando la figura, ¿qué la compone la razón tangente al ángulo indicado?

Comentarios:

Esta actividad busca mostrar la importancia que tiene el plantear estrategias para recordar la información de una manera más simple, siendo la justificación para la necesidad de manejar recursos nemotécnicos como el que se presentará en la siguiente diapositiva.

Para no generar la antipatía de los estudiantes por la actividad, se les motiva a buscar en sus apuntes las respuestas a las cuestiones anteriores, pero de igual forma, es conveniente anticipar la utilidad del recurso que conocerán.

2º Diapositiva – Desarrollo de clase – Recursos para la Memoria de las Razones Trigonométricas

Sesión 4

Actividad de desarrollo:
Las razones trigonométricas

Objetivo:
Aplicar la definición de las razones trigonométricas para obtener sus resultados.

Tiempo de trabajo:
5 a 10 minutos para el trabajo individual
3 minutos para realizar plenario con las respuestas.

¿Cómo podemos recordar las medidas que arman las razones trigonométricas?

Tal vez lo más complejo hasta el momento es recordar los nombres de las tres razones y qué lados las componen. Para ayudarte con la memorización y comprensión de estos, utiliza la frase "co-ca-co-ca-hip-hip" (parece lenguaje de las cavernas). Como las razones se nos han presentado en el orden seno, coseno y tangente, mantendremos esto, y observa como usaremos la frase anterior.

Seno	Coseno	Tangente
$\frac{CO}{HIP}$	$\frac{CA}{HIP}$	$\frac{CO}{CA}$

Practica en tu cuaderno el cómo se construye cada razón, y notarás que será fácil recordarlo.

¿A qué crees que corresponden las siglas CO, CA e HIP?

Comentarios:

Como método que optimice la memoria de los estudiantes frente a las nuevas definiciones, se plantea a ellos la posibilidad de manejarlas de acuerdo al recurso presentado. Es importante que las próximas actividades y que en este mismo momento, se aplique y practique el recurso, para maximizar las oportunidades de uso del mismo por su recordatorio.

Se propone dar un tiempo para que los estudiantes practiquen el recurso, lo comprendan y puedan dar las instrucciones para su aplicación.

3º Diapositiva – Desarrollo de clase – Modelación del Cálculo de las razones trigonométricas

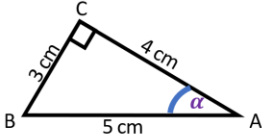
Sesión 4

Actividad de desarrollo:
Las razones trigonométricas

Objetivo:
Aplicar la definición de las razones trigonométricas para obtener sus resultados.

Tiempo de trabajo:
10 minutos de modelación por parte del docente.

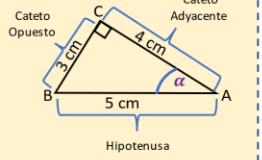
Para los siguientes triángulos, ¿cuánto es el valor de las razones solicitadas?



$\cos(\alpha) = \frac{\quad}{\quad} = \quad$

Práctica guiada:

Procedimiento:
1º Paso: Identificamos el cateto opuesto, el cateto adyacente (al ángulo α) y la hipotenusa.



2º Paso: Identificamos los datos necesarios para calcular la razón solicitada.
Para coseno se necesita: Cateto Adyacente (4cm) e Hipotenusa (5cm).

3º Paso: Realizamos los cálculos.

$$\cos(\alpha) = \frac{CA}{Hip} = \frac{4}{5} = 0,8$$

Por lo tanto, el $\cos(\alpha) = 0,8$

Comentarios:

Uno de los puntos señalados en el DUA es brindar las posibilidades de tránsito en la nueva habilidad que se está aprendiendo. Es por esto que la actividad pretende modelar al estudiante la resolución óptima a realizar para resolver las medidas de las razones trigonométricas a partir de los lados de un triángulo. Se busca incentivar en los estudiantes el detalle en cuanto al tratamiento de la información, así como en los procesos que todo problema debe seguir hasta obtener su respuesta final.

4° y 5° Diapositiva – Desarrollo de clase – Práctica Independiente para obtener valores de razones trigonométricas

Sesión 4

Actividad de desarrollo:
Las razones trigonométricas

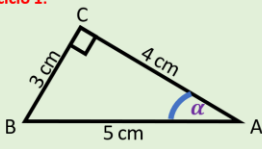
Objetivo:
Aplicar la definición de las razones trigonométricas para obtener sus resultados

Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajo individual
5 minutos para la puesta en común.

Actividad: Calcular Razones trigonométricas.


Según lo presentado en cada figura, calcula la razón trigonométrica pedida.

Ejercicio 1:



$\text{sen}(\alpha) = \frac{\quad}{\quad} = \quad$

Ejercicio 2:



$\text{tan}(\alpha) = \frac{\quad}{\quad} = \quad$

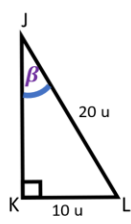
Sesión 4

Actividad de desarrollo:
Las razones trigonométricas

Objetivo:
Aplicar la definición de las razones trigonométricas para obtener sus resultados

Tiempo de trabajo:
5 a 10 minutos para el trabajo individual
3 minutos para realizar plenario con las respuestas.

Actividad: Calcular Razones trigonométricas.



A partir de la figura presentada señala:

- El cateto opuesto a β .
- La hipotenusa del triángulo
- El valor del cateto adyacente a β (usa teorema de Pitágoras)
- El resultado de $\text{sen}(\beta)$
- El resultado de $\text{cos}(\beta)$
- El resultado de $\text{tan}(\beta)$
- El seno, coseno y la tangente del otro ángulo agudo

Comentarios:

Propuesta de ejercicios coherentes a los presentados en la clase. Es conveniente para asegurar la comprensión, que los estudiantes deban explicar de manera escrita sus procesos.

Para quienes lo deseen pueden explicar sus procesos al final del tiempo de trabajo, así se permitirá a los estudiantes que los motiva más la explicación de un par, tener mayores alternativas de comprensión. Este último proceso debe ser cuidadosamente guiado por el docente, tanto en la explicación como el ambiente de la clase.

Luego del plenario anterior, es conveniente proponer una actividad en la que cada estudiante pueda trabajar solo. Es por eso que esta actividad regula el nivel de dificultad en cada instrucción para que los estudiantes puedan obtener las medidas necesarias (con el apoyo del teorema de Pitágoras) y así calcular las razones trigonométricas solicitadas.

6° Diapositiva – Cierre - Autoevaluación

Sesión 4

Actividad de cierre: Retroalimentación

Objetivo:
Aplicar la definición de las razones trigonométricas para obtener sus resultados.

Tiempo de trabajo:
5 minutos para el trabajo individual
3 minutos para realizar plenario con las respuestas.

Autoevaluación.

Evalúa tu progreso en base a las siguientes preguntas. La idea es que cualifiques tus logros a partir de los temas, conceptos y actividades trabajados en las sesiones de triángulos y razones trigonométricas .

Evalúate colocando una X en la casilla que este acorde a tu percepción para cada una de las siguientes acciones :

Acción	Lo puedo hacer	Necesito practicar	No entiendo muy bien
1- Sé cuándo un triángulo es rectángulo .			
2- Identifico los catetos y la hipotenusa nombrando los vértices de los lados o sus medidas .			
3- Utilizo el teorema de Pitágoras para resolver situaciones .			
4- Identifico el cateto opuesto y el cateto adyacente respecto a un ángulo.			
5- Puedo señalar las razones trigonométricas y cómo se compone cada una de ellas.			
6- Utilizo las definiciones de las razones trigonométricas para resolver ejercicios .			
7- He practicado las actividades planteadas de forma tal de demostrar que estoy trabajando y aprendiendo en la clase.			
8- He hecho las preguntas o consultas que me surgen en los momentos apropiados .			
9- Practico los conceptos vistos en clase en otros momentos para evitar olvidarlos o confundirlos .			

Comentarios:

Un monitoreo cualitativo del estudiante respecto de sus actitudes y desarrollo de habilidades que hasta el momento debería estar trabajando. Más allá de lo punitiva que podría tornarse la situación, lo que debe priorizar el docente es incentivar el cambio en los niveles de esfuerzo y perseverancia para lograr desarrollar las habilidades descritas, de acuerdo a lo que cada estudiante está contestando en su autoevaluación.

Oportunidades de mejora de esta actividad son luego de su llenado y análisis, que cada estudiante construya una acción de mejora si su reflexión no satisface sus propias expectativas o si nota que hay posibilidades de cambios positivos y que estos puedan traducirse en, por ejemplo, obtener mejores calificaciones.

Clase 5

Objetivo: Comprender la relación entre el ángulo y la razón trigonométrica asociada.

En esta clase los estudiantes deben:

- Relacionar y obtener el ángulo a partir del resultado de una razón trigonométrica.
- Identificar el valor de las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60° usando sus expresiones irracionales.
- Utilizar estrategias ligadas al manejo de calculadora y descripción de recursos nemotécnicos.

Se debe motivar a los estudiantes al uso apropiado de la calculadora u otros instrumentos, en pro de apoyar su comprensión y avance en el objetivo de aprendizaje, sobre todo teniendo en cuenta el lenguaje simbólico que a esta altura se comienza a acentuar en el tema.

Actividades para la Clase 5

1º Diapositiva – Inicio – Análisis de la razón respecto de ángulo de referencia

Actividad de Inicio:
El ángulo en las razones trigonométricas.

Objetivo:
Comprender la relación entre el ángulo y la razón trigonométrica asociada

Tiempo de trabajo:
5 a 10 minutos para el trabajo individual
5 minutos para la puesta en común de los resultados

¿En qué influye el ángulo para el cálculo de una razón trigonométrica?

La razón seno del ángulo α , $\text{sen}(\alpha)$, se obtiene con el cociente del cateto opuesto al ángulo de referencia y la hipotenusa:

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{CO}}{\text{Hip}}$$


A partir de la información presentada en la imagen **calcula el seno de α y luego el seno de β** . ¿Hay alguna diferencia entre estos cálculos y sus resultados?

Para guiar tu trabajo:

- Fíjate en el ángulo de la razón que calcularás primero.
- Reconoce sus datos (cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa)
- Realiza el cálculo (puedes entregar tu respuesta como decimal o fracción).
- Repite el mismo proceso ahora para el otro ángulo (pista: cambiará el cateto opuesto)

Preguntas para reflexionar en torno a los resultados:

¿Es importante el ángulo para calcular las razones?
¿Será que para cada resultado de una razón, hay un ángulo determinado?
¿Podemos obtener el ángulo a partir de una razón?



Comentarios:

En la animación permitida por el diseño en PPT es posible variar el nivel de apoyo otorgado a los estudiantes para resolver el ejercicio. Se propone que sean ellos, quienes primero presenten las estrategias para dar solución (explicaciones, paso a paso, etc.) y luego fortalecer tales acotaciones con una explicación más uniforme para todos los estudiantes. Si bien la intervención docente regula el proceder en cuanto a lo procedimental, son los estudiantes quienes deben realizar cálculos y establecer comparaciones y posibles explicaciones de lo que ocurre.

2°, 3° y 4° Diapositiva – Desarrollo de clase – Profundización en el ángulo y uso de la calculadora y recursos nemotécnicos para la memoria de razones de 30°, 45° y 60°

Sesión 5

Actividad de desarrollo:
El ángulo en las razones trigonométricas.

Objetivo:
Comprender la relación entre el ángulo y la razón trigonométrica asociada

Tiempo de trabajo:
5 a 10 minutos para el trabajo individual
5 minutos para la puesta en común de los resultados

¿En qué influye el ángulo para el cálculo de una razón trigonométrica?

Resulta que las razones trigonométricas entregan el mismo resultado cuando se calculan para ángulos que están entre 0° y 90°. Es decir, sus resultados son iguales a pesar del tamaño de los triángulos rectángulos, siempre y cuando sean semejantes.

Incluso, tales resultados los entrega la calculadora, asegurándonos que en triángulos rectángulos las razones seno, coseno y tangente de uno de sus ángulos será un único valor.

Actividad:
Busca en la calculadora de tu celular las teclas sin (seno), cos (coseno) y tan (tangente) e indica cuáles son los resultados entregados para:

- Sen(30)=
- Cos(45)=
- Tan(45)=
- Sen(12)=
- Cos(50)=

Dependiendo de la calculadora, las teclas pueden tener pequeñas variaciones. Si no estás obteniendo los mismos resultados, revisa si tu calculadora tiene activada la opción "Deg", que debe cambiar a "Rad".

¿Qué estamos haciendo?

¿Qué es lo que nos están indicando los resultados anteriores?

Sesión 6

Actividad de desarrollo:
El ángulo en las razones trigonométricas.

Objetivo:
Comprender la relación entre el ángulo y la razón trigonométrica asociada.

Tiempo de trabajo:
10 minutos para la mediación docente.

¿Se puede resolver una razón trigonométrica sin calculadora?

Las razones trigonométricas de los ángulos 30°, 45° y 60° se pueden trabajar utilizando números reales determinados. Estos se obtienen a partir de demostraciones de sus valores ligadas a los triángulos equiláteros e isósceles.

Para los ángulos de 30°, 45° y 60° es posible obtener los resultados de las razones trigonométricas sin la calculadora, usando el siguiente diagrama:

	30°	45°	60°
sen	1	2	3
cos	√3	2	1
	2		

¿Cómo utilizar el diagrama?
Supongamos que necesitamos saber el resultado de $\text{sen}(45^\circ)$.

Lo hacemos así:

- Ubicamos el número que está en la fila de la razón y en la columna con el ángulo.
- El número está en radical (con una raíz) y sobre 2.
- De esta forma obtenemos que $\text{sen}(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

ACTIVIDAD

Comprobemos nuestra comprensión:
Según el diagrama, ¿cuánto resulta $\text{cos}(60^\circ)$?

Sesión 6

Actividad de desarrollo:
El ángulo en las razones trigonométricas.

Objetivo:
 Comprender la relación entre el ángulo y la razón trigonométrica asociada.

Tiempo de trabajo:
 10 minutos para la mediación docente.

¿Se puede resolver una razón trigonométrica sin calculadora?

Para el caso de la tangente, es posible hallar sus valores a partir de la siguiente equivalencia:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{sem}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$$

Realizando los ajustes necesarios a la tabla anterior y el diagrama de seno y coseno de 30°, 45° y 60°, para la tangente obtenemos los siguientes valores.

	30°	45°	60°
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

De esta forma, si requerimos saber el resultado de la tangente de 30°, esta es: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Actividad Grupal:
 De acuerdo a los diagramas presentados, entreguen las expresiones irracionales para las razones trigonométricas de 30°, 45° y 60°.

Sen(30°)=	Sen(45°)=	Sen(60°)=
Cos(30°)=	Cos(45°)=	Cos(60°)=
Tan(30°)=	Tan(45°)=	Tan(60°)=

Comentarios:

El manejo apropiado de los recursos tecnológicos permitirá ampliar la aplicación del contexto a situaciones cada vez más desafiantes. Por lo mismo es importante durante la clase entregar el tiempo para que los estudiantes puedan operar con el recurso con el incentivo de que todos deben tener el mismo resultado. Sin embargo, es muy importante también la resolución de problemas ligados al cálculo de razones de ángulos de 30°, 45° y 60°, y esto puede justificarse a los estudiantes dada la necesidad de que deben y pueden operar con otro tipo de notación, que no necesariamente sea la dada por la calculadora. Otra justificación, es a través de una conclusión que pueden establecer los mismos estudiantes respecto de los resultados irracionales obtenidos con la calculadora, y que, si bien las expresiones de los ángulos también lo son, no requieren la aproximación o alguna otra intervención al resultado.

Si bien, se proponen demostraciones para los valores de las razones en ángulos notables, éstas no son parte evidente del Objetivo, y este apunta más bien al cómo los estudiantes utilizan tales valores para resolver triángulos. Esta es una adecuación a la forma en la que se suele abordar el contenido de razones trigonométricas, sobre todo considerando que la información de las demostraciones es posible de acceder en otros momentos, sin embargo, lo que hoy es de atención del docente, es desarrollar la habilidad de poder manejar tales valores para la resolución de problemas tanto geométricos como de contextos variados.

5° Diapositiva – Desarrollo de clase – Análisis de la Importancia del ángulo para las razones trigonométricas

Sesión 5

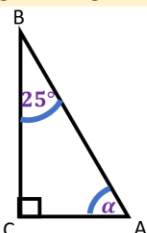
Actividad de desarrollo:
El ángulo en las razones trigonométricas.

Objetivo:
Comprender la relación entre el ángulo y la razón trigonométrica asociada

Tiempo de trabajo:
5 a 10 minutos para el trabajo individual
5 minutos para la puesta en común de los resultados

¿En qué influye el ángulo para el cálculo de una razón trigonométrica?

Por lo tanto:
¿Qué esperaríamos obtener al calcular las razones trigonométricas en el siguiente triángulo?



Preguntas para guiar la respuesta apropiada:
¿Cuánto da el seno de 25°? ¿Y su coseno?
¿Podemos obtener el resultado de las razones trigonométricas de α ?
¿Qué sabemos del cateto opuesto y el cateto adyacente de 25°?

En otro ejercicio el seno de un ángulo es conocido como 0,4226... ¿Podemos saber entonces cuánto es el ángulo?

Comentarios:

En esta actividad, el nivel de desafío es mayor, por lo que es conveniente que el docente entregue los apoyos pertinentes (tanto verbales como pictóricos) para que todos los estudiantes puedan comprender que, aunque no se conozcan las medidas de los lados del triángulo, las razones trigonométricas seguirán determinadas por los ángulos marcados.

A pesar de lo anterior, los estudiantes deben sentir que realizaron las conclusiones que pedía el docente. Estas se pueden reforzar pidiendo a los estudiantes que repitan o vuelvan a elaborar las conclusiones.

6° Diapositiva – Desarrollo de clase – Las funciones inversas de las razones trigonométricas

Sesión 5

Actividad de desarrollo:
El ángulo en las razones trigonométricas.

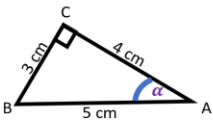
Objetivo:
Comprender la relación entre el ángulo y la razón trigonométrica asociada

Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajoguiado.

¿En qué influye el ángulo para el cálculo de una razón trigonométrica?

Los resultados de las razones trigonométricas varían de acuerdo al ángulo con que se trabajaron. Esto implica que es posible obtener el ángulo según la razón que se calcula y su resultado. Esto es resuelto por las calculadoras con las "funciones inversas a las trigonométricas": \sin^{-1} , \cos^{-1} y \tan^{-1} .

Prueba lo siguiente:
Los tríos pitagóricos son tres números que indican medidas enteras para aplicar el teorema de Pitágoras. Los más conocidos son 3-4-5 y 5-12-13 (dos serán los catetos, y el tercero la hipotenusa del triángulo rectángulo)
Consideremos los lados 3-4-5, y **calculemos los ángulos** de este triángulo.



Para guiar el proceso:

- Dibuja el triángulo y ubica las medidas (cuida que la hipotenusa sea el lado más largo y puesto al ángulo recto). ¿Dónde se ubica el ángulo recto?
- Consideremos α como un ángulo agudo.
- En nuestro esquema notamos que:
$$\sin(\alpha) = \frac{3}{5} = 0.6$$
- Para hallar el ángulo debemos usar la tecla \sin^{-1} ubicando el resultado anterior en el paréntesis, debiendo quedar: $\sin^{-1}(0.6) = 36.87$
- Esto indica que el **ángulo α es 36.87° apróx.**

Comentarios:

La actividad pretende modelar el trabajo de encontrar ángulos a partir de las razones trigonométricas y sus inversas, con ayuda de la calculadora. Esto debe ser realizado cuidadosamente, ya que puede ser un factor de confusión en los estudiantes el pensar que la razón en sí misma es el ángulo.

Se sugiere, que de igual forma como en las actividades de la diapositiva 2, los estudiantes tomen el tiempo óptimo para familiarizarse con las funciones inversas a las trigonométricas en calculadoras, incluso que realicen los cálculos y noten como los valores van cambiando.

7º Diapositiva – Desarrollo de clase – Práctica Independiente del cálculo de ángulos usando razones trigonométricas

Sesión 5

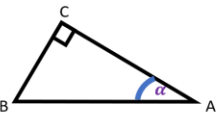
Actividad de desarrollo:
El ángulo en las razones trigonométricas.

Objetivo:
Comprender la relación entre el ángulo y la razón trigonométrica asociada

Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajoguñado.

Práctica: Ángulos y razones trigonométricas

Actividad Individual:
Construye el triángulo rectángulo del trío pitagórico 5, 12 y 13. Luego calcula los ángulos que debe tener usando las razones trigonométricas .



Para guiar el proceso:

- Dibuja el triángulo y ubica las medidas del trío pitagórico .
- Ubica un ángulo α .
- Expresa el seno del ángulo α según tu dibujo (cateto opuesto e hipotenusa) y realiza el cálculo de la razón.
- Para hallar el ángulo debemos usar la tecla \sin^{-1} con el resultado de la razón.
- Si obtuviste decimales, entrega la respuesta redondeado al segundo decimal.
- Lo obtenido es el ángulo α en tu dibujo .

Compara tus respuestas con la de tus compañeros, si son distintas verifiquen los datos y dibujos .
Luego de lo anterior, concluyan por qué pasó lo anterior.

Comentarios:

Como motor de apoyo para el trabajo de los estudiantes, se sugiere ir mostrando el paso a paso para que ellos puedan realizar lo propio en sus cuadernos o apuntes. Se motiva además el dialogo de cada situación, plantear preguntas “¿por qué debemos hacer esto?”, las que si son respondidas por el docente, luego deben ser parafraseadas o adaptadas por otro estudiante.

Es importante plantear el nivel de desafío que tiene esta actividad, sobre todo en la utilización del recurso tecnológico que se plantea y por las posibilidades de resolución de distintas situaciones de la vida cotidiana, tanto como modelo para abordar problemas de razones trigonométricas, como de comprender la realidad de forma geométrica.

8º Diapositiva – Cierre – Metacognición de lo realizado durante la clase

Sesión 5

Actividad de cierre:
El ángulo en las razones trigonométricas.

Objetivo:
Comprender la relación entre el ángulo y la razón trigonométrica asociada

Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajo individual
5 minutos para plenario final.

El ángulo en una razón trigonométrica.

De acuerdo a lo visto hoy, tenemos que:
Para todo ángulo agudo de un triángulo rectángulo, la razón trigonométrica tendrá un valor fijo.
Podemos obtener la medida de los ángulos a partir de las funciones inversas de las razones trigonométricas. Este proceso se facilita con usando la calculadora.

Contesta según lo realizado en la clase:

- Describe cómo se puede obtener el ángulo en triángulos rectángulos ¿Qué se necesita para saber cuánto miden?.
- Si en dos triángulos rectángulos distintos, se ha calculado la misma razón trigonométrica obteniendo el mismo valor. ¿Qué indica esto?
- Si en la pregunta anterior la razón calculada fue: $\cos(\beta)=0,63$, ¿de cuánto es el ángulo?
- Jaime señala que si en un ejercicio, la razón sen da 0.5, el ángulo es 0.5 ¿esto es correcto?

Comentarios:

La actividad pretende evidenciar qué fue lo que los estudiantes captaron de la clase, los procesos, la metodología abordada. Al partir con una pequeña mediación se busca que los estudiantes puedan incorporar parte de ella en el desarrollo de las preguntas finales.

Luego de que los estudiantes contesten de manera individual, la idea es que con el plenario puedan enriquecer sus afirmaciones. Importante es que ellos puedan explicar con sus palabras cada situación relacionada a cálculos matemáticos.

Clase 6

Objetivo: Resolver triángulos a partir de la aplicación de razones trigonométricas.

En esta clase, los estudiantes deben:

- Reconocer cómo es posible formar un triángulo rectángulo a partir de un ángulo y un lado.
- Utilizar las razones trigonométricas para conocer medidas y construir triángulos rectángulos.
- Identificar triángulos rectángulos en distintos contextos para aplicar las razones trigonométricas.

En esta sesión, el trabajo es netamente geométrico y se propone que los estudiantes puedan apoyarse entre los compañeros para lograr responder a las cuestiones planteadas. De todas formas, la guía del docente respecto del cómo deben plantearse las interrogantes y el camino de solución se puede ir dosificando, recalcando la importancia de que luego deben ellos solos realizar situaciones del mismo estilo.

Es importante mantener los niveles de atención y motivación respecto del trabajo que se realizará, ya que al ahondar en conceptos geométricos o algebraicas pueden surgir barreras para el aprendizaje producto de malas experiencias anteriores. Es vital en todo momento el diálogo con los estudiantes respecto de lo que entienden va ocurriendo con los conceptos, y de la misma forma puedan explicar con sus palabras las situaciones presentadas.

Actividades para la Clase 6

1º Diapositiva – Inicio – Evaluación Formativa Inicial

Sesión 6

Actividad de Inicio:

Razones trigonométricas sin calculadora.

Objetivo:
Aplicar las razones trigonométricas para resolver triángulos rectángulos.

Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajo individual
5 a 10 minutos para plenario y retroalimentación

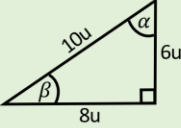
Midamos lo que hemos aprendido.

¿Qué es una razón trigonométrica?

- Comparación de los lados de un triángulo
- Una razón entre dos lados de un triángulo según una definición
- Un ángulo que se obtiene a partir de los lados de un triángulo

En base a la imagen mostrada, ¿cuál es la expresión que entregará el valor de tangente del ángulo α ?

- $\tan\left(\frac{8}{10}\right)$
- $\tan\left(\frac{6}{10}\right)$
- $\tan\left(\frac{8}{6}\right)$
- $\tan\left(\frac{6}{8}\right)$



¿Cómo podemos obtener las medidas de los ángulos α y β del ejercicio anterior? Explica.

Comentarios:

En esta actividad se debe promover que los estudiantes utilicen los recursos entregados en clases anteriores, tanto como apuntes o diagramas para resolver cada una de las situaciones. De igual forma, es importante que el plenario, los estudiantes puedan justificar sus respuestas de manera verbal a toda la clase y se permitan comentar los errores cometidos en el desarrollo de la dinámica.

Un punto importante es la explicación que realizarán los estudiantes respecto de la última pregunta. Se debe proveer del ambiente de confianza para que puedan plantear sus impresiones tal vez sin el vocabulario correspondiente (el que debe ser reforzado por el profesor), pero si con miras al desarrollo de una habilidad maestra.

2º Diapositiva – Desarrollo de clase - Presentación del desafío: construir un triángulo conociendo un ángulo y un lado

Sesión 6

Actividad de desarrollo:
Aplicación de Razones Trigonómicas

Objetivo:
Aplicar las razones trigonométricas para resolver triángulos rectángulos.

Tiempo de trabajo:
10 minutos para la mediación docente.
10 minutos para el trabajo grupal.

¿Qué es “Resolver un triángulo”?

Corresponde a encontrar las medidas de todos sus lados y todos sus ángulos teniendo la menor cantidad de información posible.
Cómo estamos trabajando con triángulos rectángulos ¿qué dato ya tenemos?


Si sabemos que son triángulos rectángulos, podemos hallar las medidas faltantes con ayuda de las razones trigonométricas, ya que relacionan el ángulo con los lados.

ACTIVIDAD GRUPAL 1

Reflexionen respecto a la siguiente pregunta: ¿Cuántos triángulos rectángulos distintos se pueden armar si tenemos la medida de un ángulo agudo y su cateto adyacente?

Para resolver con éxito, guíense por lo siguiente :

- Consideren que tienen un ángulo y su cateto adyacente... como muestra la figura.
- Si esbozáramos los lados faltantes del triángulo, haciendo “que todo calce”, ¿cuántos triángulos se forman? Para esto, recuerda que el cateto adyacente debe tener en su otro extremo el ángulo recto.



Comentarios:

Para el trabajo en grupo, el docente debe concientizar sobre la implicancia que tiene este para conseguir dar respuesta a una interrogante compleja. Con ayuda de los apoyos verbales, escritos y pictóricos se guía a los estudiantes en la navegación de los distintos niveles de comprensión geométrica, que pueden levantar nuevas oportunidades de aprendizaje en otros momentos. De todas formas, es importante recalcar que en primera instancia se busca que los estudiantes en grupo, puedan entender el proceso para hallar la respuesta a la interrogante según los niveles de dificultad que intenta disminuir el docente con los apoyos planteados.

Un aspecto que no se menciona en la actividad, pero que se espera que los estudiantes realicen, es la elaboración de sus propios esquemas para probar los triángulos obtenidos. La intención es que a partir de estos, puedan establecer conclusiones.

3° Diapositiva – Desarrollo de clase – Establecimiento del proceso para construir un triángulo rectángulo con un lado y un ángulo

Sesión 6

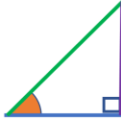
Actividad de desarrollo:
Aplicación de Razones Trigonómicas

Objetivo:
Aplicar las razones trigonométricas para resolver triángulos rectángulos.

Tiempo de trabajo:
10 minutos para la mediación docente.
10 minutos para el trabajo grupal incluyendo el plenario.


¿Qué es “Resolver un triángulo”?

Saquemos conclusiones :
Si hicimos bien la situación anterior, notamos que **sólo se construye un triángulo**.



Por lo tanto, si conocemos un ángulo agudo, y el cateto adyacente, se puede construir un solo triángulo. Esto significa que las medidas faltantes “serán únicas”.

ACTIVIDAD GRUPAL 2:
A partir de lo anterior prueben lo siguiente : ¿Cuántos triángulos rectángulos se pueden armar conociendo un ángulo agudo, y el cateto opuesto a él?



Para esta situación, considera que el cateto entregado al ser opuesto, estará de frente al ángulo dado, pero tendrá el ángulo recto en uno de sus extremos.

RECUERDA RESOLVER UN TRIÁNGULO ES: Obtener las medidas de lados y ángulos de un triángulo a partir de algunos datos (por ejemplo: un ángulo y un lado, dos lados), y haciendo la comprensión geométrica de la situación.

Comentarios:

De acuerdo a la modelación de la actividad anterior, los estudiantes deben desarrollar la segunda situación. Entre las conclusiones de la actividad, el profesor debe indicar que, así como geoméricamente es posible obtener un solo triángulo, el uso de las razones trigonométricas permitirá obtener las medidas reales de los lados y ángulos faltantes.

4°, 5°, 6° y 7° Diapositiva – Presentación del desafío, cálculo de medidas del triángulo rectángulo y su modelación

Sesión 6

Actividad de desarrollo:
Aplicación de Razones Trigonómicas

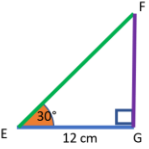
Objetivo:
Aplicar las razones trigonométricas para resolver triángulos rectángulos.

Tiempo de trabajo:
15 minutos para la mediación docente.

¿Cómo resolvemos un triángulo usando las razones trigonométricas?

Como ya vimos, es posible resolver un triángulo rectángulo con solo tener un lado y un ángulo agudo (distinto al recto).

¡Ahora calculemos las medidas faltantes del triángulo con trigonometría!
Considera un triángulo EFG, rectángulo en G, con un ángulo interior de 30°. A dicho triángulo solo se conoce uno de sus lados como muestra la imagen.



¿Cómo obtenemos el valor de las medidas faltantes?

- Identificaremos los datos de las razones trigonométricas en torno al ángulo dado (**catetos opuesto, adyacente e hipotenusa**).
- Recuerda que podemos obtener los valores de las razones si conocemos el ángulo (esta vez con los diagramas al ser un ángulo de 30°).
- Veremos cuál de todas las razones es posible de calcular primero al obtener una sola incógnita.
- Resolveremos una ecuación.

Sesión 6


Actividad de desarrollo:
Aplicación de Razones Trigonómicas

Objetivo:
Aplicar las razones trigonométricas para resolver triángulos rectángulos.

Tiempo de trabajo:
15 minutos para la mediación docente.

¿Cómo resolvemos un triángulo usando las razones trigonométricas?

1° Reconociendo los datos del ejercicio (incluyendo los que no) obtenemos:



2° Según el dibujo, las razones para el ángulo quedarían como:

$$\begin{aligned} \text{sen}(30^\circ) &= \frac{FG}{EF} \\ \text{cos}(30^\circ) &= \frac{12}{EF} \\ \text{tan}(30^\circ) &= \frac{FG}{12} \end{aligned}$$

Con la ayuda de:

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{2}$

Obtenemos:

$$\text{sen}(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{cos}(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tan}(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Al conocer los resultados de las razones, podemos indicar que:

$$\begin{aligned} \text{sen}(30^\circ) &= \frac{FG}{EF} & \frac{1}{2} &= \frac{FG}{EF} \\ \text{cos}(30^\circ) &= \frac{12}{EF} & \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{12}{EF} \\ \text{tan}(30^\circ) &= \frac{FG}{12} & \frac{\sqrt{3}}{3} &= \frac{FG}{12} \end{aligned}$$

Con estas equivalencias podremos encontrar las medidas faltantes. Comenzaremos con la destacada al tener solo una incógnita.

Actividad de desarrollo: Aplicación de Razones Trigonómicas

Objetivo:

Aplicar las razones trigonométricas para la determinar ángulos y medidas de lados de triángulos.

- En la razón asociada a $\cos(30^\circ)$ tenemos una proporción con solo una incógnita, la medida de EF , la que se puede obtener como sigue:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12}{EF}$$

↓

$$\sqrt{3} \cdot EF = 12 \cdot 2 \quad \text{> Por el teorema fundamental de las proporciones}$$

$$\sqrt{3} \cdot EF = 24$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot EF}{\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} \quad \text{> Debemos despejar la incógnita procediendo a resolver la ecuación.}$$

$$EF = \frac{24}{\sqrt{3}} \quad \text{> Debemos racionalizar}$$

$$EF = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$$

Por lo tanto, la medida del lado EF es $8\sqrt{3}$ cm, lo que corresponde a la **hipotenusa**.

Actividad de desarrollo: Aplicación de Razones Trigonómicas

Objetivo:

Aplicar las razones trigonométricas para la determinar ángulos y medidas de lados de triángulos.

- Para la medida faltante, FG , podemos usar la igualdad en la que es incógnita única, referida a la tangente de la situación:

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{FG}{12}$$

↓

$$\sqrt{3} \cdot 12 = FG \cdot 3 \quad \text{> Por el teorema fundamental de las proporciones}$$

$$12\sqrt{3} = FG \cdot 3$$

$$\frac{12\sqrt{3}}{3} = \frac{FG \cdot 3}{3}$$

$$4\sqrt{3} = FG \quad \text{> Por haber simplificado}$$

Por lo tanto, la medida del lado FG es $8\sqrt{3}$ cm, lo que corresponde al **cateto opuesto**.

¡Finalmente tenemos todas las medidas del triángulo! ¿o no?

Comentarios:

Es importante que mientras se avanza en la modelación, se vaya verificando con los estudiantes el grado de comprensión, por ejemplo, pidiendo a los estudiantes que señalen por qué es válido usar tal proceso, o que vuelvan a explicar con sus palabras la toma de decisiones producto del análisis mostrado por el docente.

El fin de presentar en cada diapositiva la animación, es para buscar la instancia del dialogo con los estudiantes respecto del cómo proceder a medida que se avanza con el ejercicio.

Es importante señalar que, para esta actividad en particular, se debe prever el manejo de los conceptos y habilidades del OA2 de 2° medio, relacionados a la racionalización de expresiones algebraicas (es posible que tales procesos puedan ser vistos de manera instruccional en el momento, pero su significatividad es acorde a lo que se plantea en tal concepto).

8° Diapositiva – Desarrollo de Clase - Práctica Independiente de la resolución de un triángulo usando razones trigonométricas

Sesión 6

Actividad de desarrollo:
Aplicación de Razones Trigonómicas

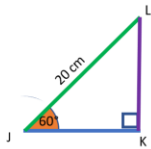
Objetivo:
Aplicar las razones trigonométricas para resolver triángulos rectángulos.

Tiempo de trabajo:
20 minutos para el trabajo de los estudiantes.

¿Cómo resolvemos un triángulo usando las razones trigonométricas?

¡Ahora a practicar!

Considera el triángulo JKL, rectángulo en K, y conocemos que el ángulo en J es 60° y la hipotenusa mide 20 cm. ¿Cuánto miden sus lados y ángulos faltantes?



El diagrama muestra un triángulo rectángulo con vértices J, K y L. El ángulo en J es de 60 grados. El lado JK es horizontal y el lado KL es vertical. El ángulo en K es un ángulo recto. El lado JL es la hipotenusa y mide 20 cm.

Para comprobar tus procedimientos :
Realizando los cálculos como en el ejemplo presentado, debes obtener que:
JK=10 cm, KL = $10\sqrt{3}$ cm y el ángulo en L mide 30° .

Comentarios:

Para que los estudiantes puedan medir su propio progreso en la actividad, se presentan las respuestas a las que deben llegar. Esto no impacta el objetivo de la actividad, sino que lo potencia al motivar a los estudiantes a realizar todos los procesos necesarios, ser coherentes en ellos para obtener tales resultados. En el caso que no consigan avanzar, el docente debe proveer de las instrucciones que motiven a los estudiantes a revisar sus apuntes o mostrar las pautas seguidas en el caso anterior con ayuda de los estudiantes más aventajados, para dejarlas en la pizarra.

9º Diapositiva – Cierre – Concientización de los recursos y estrategias usadas en la clase

Sesión 6

Actividad de cierre:
Aplicación de Razones Trigonómicas

Objetivo:
Aplicar las razones trigonométricas para resolver triángulos rectángulos.

Tiempo de trabajo:
10 minutos para el trabajo de los estudiantes.

¿Cómo resolvemos un triángulo usando las razones trigonométricas?

Esta clase hemos visto el proceso en el que se pueden obtener las medidas de un triángulo a partir del manejo de las razones trigonométricas, así como un diagrama que nos entrega los valores para razones de ángulos notables.
Al respecto, desarrolla lo pedido en las siguientes actividades:

- Usando el diagrama para conocer las razones, ¿cuál es el valor del $\sin(45^\circ)$ y $\tan(45^\circ)$?
- A partir del mismo diagrama, ¿cuál debe ser el ángulo x para que $\cos(x)=1/2$?
- Teniendo la medida de la hipotenusa y un ángulo agudo de un triángulo, detalla todos los pasos para obtener las medidas faltantes.
- ¿Cuáles fueron los momentos de la clase dónde lograste "entender más" lo que estabas realizando? ¿Por qué?

Comentarios:

Al igual que en retroalimentaciones anteriores, se pretende hacer consciente al estudiante respecto de sus avances y logros en el OA. De igual manera, es importante plantear a los estudiantes que, a partir de las preguntas, deben orientar sus niveles de esfuerzo o trabajo para conseguir las metas si notan que no pueden responder alguna de las preguntas. No es necesario que no usen sus apuntes o materiales, pero que puedan dar cuenta de los procesos que han ido trabajando y adquiriendo les permite reconocer autónomamente su progreso en la asignatura.

Clase 7

Objetivo: Aplicar las razones trigonométricas en la resolución de problemas de distintos contextos.

En esta clase, los estudiantes deben:

- Explicar y resolver problemas geométricos usando las razones trigonométricas
- Resolver problemas basados en contextos diversos usando razones trigonométricas.
- Aplicar las distintas estrategias aprendidas durante el abordaje del OA para resolver problemas.

En esta sesión, los estudiantes deben ser capaces de reconocer los triángulos rectángulos en distintos contextos, extrapolar los datos en ellos, identificar los catetos y la hipotenusa, los ángulos correspondientes, las razones trigonométricas que se ajustan a los datos del problema, y utilizar las estrategias que permitan obtener la respuesta a los mismos.

Actividades para la Clase 7

1º Diapositiva – Inicio de Clase – Reconocimiento de triángulos rectángulos en contextos cotidianos

Sesión 7

Actividad de Inicio:
Aplicación de las razones trigonométricas

Objetivo:
Aplicar las razones trigonométricas en la resolución de problemas de distintos contextos.


Instrucciones:
10 minutos para el trabajo independiente, luego 5 minutos para la puesta en común

¿Dónde están los triángulos rectángulos?

Actividad Individual

Analiza las situaciones y sus imágenes, y explica dónde se puede esbozar triángulos rectángulos. Luego has un dibujo en el que se represente la situación geoméricamente.

"Johans quiere saber el ángulo con el que mira lo más alto de una torre. Buscó en internet que la torre mide 300 metros de alto, y según Google Maps, él se encuentra a una distancia de 800 metros de la construcción".



"Se ha establecido que para permitir el tránsito apropiado de las personas con movilidad reducida, las pasarelas peatonales sobre carreteras deben tener una inclinación de 12°. Martina quiere saber cuánto será la distancia total que recorrerá una persona en silla de ruedas por la pasarela hasta llegar a lo más alto que son 5 metros".



Las situaciones anteriores se pueden trabajar mediante las razones trigonométricas, ¿por qué crees esto?

Comentarios:

La intención de la actividad es que los estudiantes vean la necesidad de representación de las situaciones planteadas con esquemas geométricos para el entendimiento y aplicación posterior de los conceptos vistos en clases anteriores.

La actividad pretende ser una herramienta de implicación en los estudiantes, al presentar una nueva forma de entender la realidad a partir de modelación de situaciones con triángulos rectángulos. De la misma manera, se pretende mediar el desarrollo de las habilidades que tienen que ver con la aplicación de la matemática en contextos reales, fomentando así en la extensión del campo de acción de los estudiantes.

2º y 3º Diapositiva – Desarrollo de la Clase – Aplicaciones de las razones trigonométricas

Sesión 7

Actividad de Desarrollo:

Aplicación de las razones trigonométricas

Objetivo

Aplicar las razones trigonométricas en la resolución de problemas de distintos contextos.


Instrucciones:

10 minutos para la modelación del docente de cómo resolver la situación


¿Cómo resolvemos problemas usando razones trigonométricas?

Lee atentamente el contexto del problema

Producto del teletrabajo, muchas personas han presentado dolores en el cuello y espalda dada la postura y horas frente a computadores y celulares. **Los especialistas recomiendan que nuestros ojos miren el centro de la pantalla con un ángulo igual o menor a 20°.** Pedro quiere saber si está en riesgo de sufrir molestias, y le ha pedido a su hijo que le tome una foto usando su computador, ya que quiere calcular el ángulo con el que lo usa...



Pedro ha marcado en la foto el triángulo rectángulo que forma su línea de visión con el centro de la pantalla y ha señalado las medidas de éste según la fotografía:



¿Cómo averiguamos si es riesgosa la forma en la que está trabajando Pedro?

Sesión 7

Actividad de Desarrollo:

Aplicación de las razones trigonométricas

Objetivo

Aplicar las razones trigonométricas en la resolución de problemas de distintos contextos.

Instrucciones:


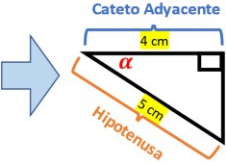
10 minutos para la modelación del docente de cómo resolver la situación

¿Cómo resolvemos problemas usando razones trigonométricas?

Para resolver la situación anterior:

- ¿Qué debemos encontrar?
- ¿Cuáles son los datos que nos entregan?
- ¿Cuál es la razón trigonométrica que se adecúa a los datos presentados?
- ¿Qué proceso debemos seguir para obtener la respuesta?

- Debemos encontrar el ángulo con el que Pedro mira su pantalla. Le llamaremos α .
- **Cateto adyacente e Hipotenusa.**
- Según estos datos, podemos usar *cosena*.
- **Al reemplazar los datos en la razón trigonométrica, debemos usar la función inversa para obtener el ángulo.**

Proceso Matemático a partir del dibujo .

Como:

$$\cos(\alpha) = \frac{ca}{hip}$$

Al reemplazar los datos obtenemos :

$$\cos(\alpha) = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\cos(\alpha) = 0.8$$

Aplicando la función inversa obtenemos:

$$\cos^{-1}(0.8) \approx 36,87^\circ$$

Por lo tanto...
Pedro corre riesgo de sufrir molestias, ya que el ángulo es mayor a 20°.

Comentarios:

En la actividad, se muestra a modo de facilitador, como se configura en la situación el triángulo rectángulo. Esta situación debe ser dialogada por el docente con los estudiantes, a fin

de que en una próxima situación, sean ellos quienes puedan adaptar el triángulo rectángulo, de acuerdo a los requerimientos y datos del problema.

Para la presentación del desarrollo del problema matemático, se busca proveer de las herramientas necesarias para el desarrollo de la habilidad de la solución de problemas, una pauta que guíe en particular, lo que el estudiante debe realizar en situaciones relacionadas a triángulos rectángulos y en particular las razones trigonométricas.

4º Diapositiva – Modelación de problema en enunciado verbal

Sesión 7

Actividad de Desarrollo:
Aplicación de las razones trigonométricas

Objetivo
Aplicar las razones trigonométricas para resolver problemas en distintos contextos.

Instrucciones:
5 minutos de apoyo del docente para la comprensión del problema, y del concepto de ángulo de depresión.
10 minutos para el trabajo independiente de los estudiantes.
5 minutos para la puesta en común y la presentación de la respuesta.

¿Cómo resolvemos problemas usando razones trigonométricas?

Lee atentamente el contexto del problema
Desde lo alto de un poste se encuentra una cuerda amarrada al piso con un ángulo de depresión de 60°. El alto del poste es de 6 metros. Entonces, cuál es el largo de la cuerda?
Fuente: Cuaderno de ejercicios Matemática Medio SM, 2020

Proceso Matemático. Iniciamos con el dibujo de la situación

Poste (cateto opuesto) 6 metros

Cuerda (hipotenusa) x

60° (ángulo de depresión)

Poste (cateto opuesto) 6 metros

Cuerda (hipotenusa) x

60°

Para resolver la situación anterior:

- ¿Qué debemos encontrar?
- ¿Cuáles son los datos que nos entregan?
- ¿Cuál es la razón trigonométrica que se adecúa a los datos presentados?
- ¿Qué proceso debemos seguir para obtener la respuesta?

Proceso Matemático a partir de los datos.

$$\sin(60^\circ) = \frac{\text{cateto opuesto (poste)}}{\text{hipotenusa (cuerda)}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{x}$$

$$x = \frac{2 \cdot 6}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

Por lo tanto:
La cuerda debe medir $4\sqrt{3}$ metros.

Comentarios:

Al contrario de la situación anterior, ahora se presenta una actividad presentada en un libro de texto del estudiante, de manera escrita, y sin el apoyo de la imagen. Lo mostrado en la diapositiva es el total sin contar con las animaciones.

En el caso de este ejercicio, es importante el dialogo que ocurre entre los estudiantes sobre:

- i. Cómo se puede representar la situación.
- ii. A qué se refiere el ángulo de depresión. Esto debe ser aclarado por el docente y formalizado.
- iii. La validez en la configuración del triángulo rectángulo para posteriormente utilizar las razones trigonométricas.

Los procesos para resolver finalmente la situación con razones trigonométricas deberían estar comprendidos a partir de las instancias anteriores, aunque es vital prever los apoyos en caso de ser necesario (los diagramas con los valores de las razones trigonométricas de ángulos notables, procesos de ecuaciones o racionalización).

5°, 6° y 7° Diapositiva – Desarrollo de Clase – Desafío mayor de las razones trigonométricas

Sesión 7

Actividad de Desarrollo:
Aplicación de las razones trigonométricas

Objetivo

Aplicar las razones trigonométricas para resolver problemas en distintos contextos.

Instrucciones:

10 minutos para la modelación del docente de cómo resolver la situación

Lee atentamente el contexto del segundo problema

Desde la parte superior de un acantilado, se observa un barco y un submarino que está en el mar. Los ángulos de depresión son de 45° y 60° respectivamente. Ambos objetos están separados por una distancia de 110m. ¿Cuál es la altura del acantilado?

Fuente: Texto del Estudiante Matemática Medio (2021)

Iniciamos con un dibujo

Para resolver la situación anterior:

- ¿Qué debemos encontrar?
- ¿Cuáles son los datos que nos entregan?
- ¿Cuál es la razón trigonométrica que se adecúa a los datos presentados?
- ¿Qué proceso debemos seguir para obtener la respuesta?

- La altura del acantilado.
- Entregan dos triángulos (el formado por el acantilado y el barco, y por el acantilado y el submarino).
- Antes de identificar la razón trigonométrica a usar, debemos reconocer los datos en cada triángulo, separándolos.

Los ángulos de depresión son los mismos con los que cada vehículo mira la cima del acantilado (alternos internos).

Sesión 7

Actividad de Desarrollo:
Aplicación de las razones trigonométricas

Objetivo

Aplicar las razones trigonométricas para resolver problemas en distintos contextos.

Instrucciones:

10 minutos para la modelación del docente de cómo resolver la situación

Los datos indicados en el ejercicio son:

- Conocer la altura del acantilado (sería X y el cateto opuesto en cada triángulo).
- La distancia entre barco y submarino (110m), pero no entre ellos y el acantilado. Por esta razón representaremos la distancia faltante con y.
- Complementamos los dibujos entonces con este análisis.

Por la descripción entendemos que el Submarino se encuentra más cerca del acantilado, a una distancia desconocida y. El barco está más lejos, a 110m del Submarino, por esto, la distancia al acantilado es de y + 110m.

Para resolver la situación anterior:

- ¿Cuál es la razón trigonométrica que se adecúa a los datos presentados?
- ¿Qué proceso debemos seguir para obtener la respuesta?

- La razón trigonométrica a usar es **tangente**, en ambos triángulos (al tener catetos).
- Con ayuda de la incógnita auxiliar, buscaremos igualar expresiones como un sistema de ecuaciones. Además usaremos el diagrama que permite obtener sin calculadora las razones trigonométricas para 45° y 60°.

$\tan \begin{matrix} 30^\circ \\ \sqrt{3} \\ 3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 45^\circ \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 60^\circ \\ 1 \\ \sqrt{3} \end{matrix}$

Actividad de Desarrollo:
Aplicación de las razones trigonométricas

Objetivo

Aplicar las razones trigonométricas para resolver problemas en distintos contextos.

Instrucciones:

10 minutos para la modelación del docente de cómo resolver la situación

Sobre el triángulo del Submarino.

$$\tan(60^\circ) = \frac{c.a. \text{ (acantilado)}}{c.a. \text{ (distancia hasta el submarino)}}$$

$$\tan(60^\circ) = \frac{x}{y}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x}{y} \rightarrow y = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

Sobre el triángulo del Barco.

$$\tan(45^\circ) = \frac{c.a. \text{ (acantilado)}}{c.a. \text{ (distancia hasta el barco)}}$$

$$\tan(45^\circ) = \frac{x}{y + 110}$$

$$1 = \frac{x}{y + 110} \rightarrow y + 110 = x \rightarrow y = x - 110$$

Igualemos ambas expresiones equivalentes a y.

Proceso Matemático .

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}} \qquad y = x - 110$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} = x - 110$$

Desarrollamos

$$x = \sqrt{3}(x - 110) \quad \triangleright \text{ Multiplicando por } \sqrt{3}$$

$$x = \sqrt{3}x - 100\sqrt{3}$$

$$x - \sqrt{3}x = -100\sqrt{3} \quad \triangleright \text{ Agrupando.}$$

$$x(1 - \sqrt{3}) = -100\sqrt{3} \quad \triangleright \text{ Factorizando por } x.$$

$$x = \frac{-100\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \quad \triangleright \text{ Usando inverso multiplicativo}$$

$$x \approx 260,26 \quad \triangleright \text{ Desarrollamos la expresión con ayuda de la calculadora}$$

Por lo tanto:

La altura del acantilado es de 260,60 metros.

Comentarios:

Para el momento en que se modela el desarrollo de procesos matemáticos tan complejos como el que se presenta en las diapositivas anteriores, es importante incentivar el dialogo entre los estudiantes y el proceso presentado. Para esto, se propone antes de la resolución, consultar el cómo desarrollar o avanzar en cada etapa para solucionar el problema son claves, para no caer en la simple explicación tradicional del proceso.

De igual forma, a la hora de formalizar el proceso, la presentación de los cuadros en las diapositivas mediante animaciones, permiten establecer los pasos que deben realizar los estudiantes para aplicar los conceptos, incluso los estados de avances y detectar de mejor forma puntos de conflicto que requieran un apoyo adicional para la comprensión.

8º Diapositiva – Práctica Independiente – Resolución de los Desafíos Iniciales

Sesión 7

Actividad de Desarrollo:
Aplicación de las razones trigonométricas


Objetivo
Aplicar las razones trigonométricas para resolver problemas en distintos contextos.

Instrucciones:
10 minutos para el trabajo independiente o grupal.


¿Cuáles son las respuestas a las siguientes situaciones?

Actividad Individual
Volvamos a mirar las situaciones del inicio de clase, y esta vez, representa las situaciones con un dibujo. Luego ubica los datos y a partir de estos, indica la razón trigonométrica que se debe usar para obtener lo buscado.

"Johans quiere saber el ángulo con el que mira lo más alto de una torre. Buscó en internet que la torre mide 300 metros de alto, y según Google Maps, él se encuentra a una distancia de 800 metros de la construcción".



"Se ha establecido que para permitir el tránsito apropiado de las personas con movilidad reducida, las pasarelas peatonales sobre carreteras deben tener una inclinación de 12°. Martina quiere saber cuánto será la distancia total que recorrerá una persona en silla de ruedas por la pasarela hasta llegar a lo más alto que son 5 metros".



¿Cuál es el resultado de cada situación?

Comentarios:

De acuerdo a los procesos planteados durante la clase, ahora es pertinente que los estudiantes desarrollen los problemas presentados como motivación inicial. La idea es que sean los mismos estudiantes los que puedan notar el avance en cuanto a la resolución de problemas usando las razones trigonométricas y en particular la valoración a las oportunidades de aprendizaje que genera el proceso educativo.

Es importante la comunicación con los estudiantes, para evitar la desmotivación en el caso que no logren realizar estas actividades, ya que, en rigor, se está iniciando el desarrollo de las habilidades de resolución de problemas aplicando las razones trigonométricas.

Se sugiere que los estudiantes detecten los pasos en los que necesitan reforzar o ser guiados por el docente para la resolución exitosa del problema.

9º Diapositiva – Cierre de Clase – Retroalimentación

Sesión 7

Actividad de cierre: Retroalimentación

Objetivo:
Aplicar la definición de las razones trigonométricas para obtener sus resultados.

Tiempo de trabajo:
5 minutos para el trabajo individual
3 minutos para realizar plenario con las respuestas.

Autoevaluación.

Evalúa tu progreso en base a las siguientes preguntas. La idea es que cualifiques tus logros a partir de los temas, habilidades y actividades desarrolladas en la aplicación de las razones trigonométricas en problemas geométricos y otros contextos.

Evalúate colocando una X en la casilla que este acorde a tu percepción para cada una de las siguientes acciones:

Acción	Lo puedo hacer	Necesito practicar	No entiendo muy bien
1- Puedo reconocer triángulos rectángulos en contextos cotidianos, elaborando esquemas de las situaciones.			
2- Identifico las medidas de los triángulos rectángulos de contextos diversos, añadiéndolas a los esquemas.			
3- Puedo reconocer, en base a los datos, la razón trigonométrica que más se adecúa a ellos.			
4- Aplico las razones trigonométricas para obtener medidas de lados en problemas geométricos y cotidianos.			
5- Aplico las funciones inversas a las trigonométricas para obtener medidas de ángulos en problemas diversos.			
6- Conozco cómo se configuran las razones trigonométricas en base a los lados de un triángulo rectángulo.			
7- Reconozco los valores de las razones trigonométricas de ángulos de 30°, 45° y 60° y las aplico.			
8- He hecho las preguntas o consultas que me surgen en los momentos apropiados.			
9- Practico los conceptos vistos en clase en otros momentos para evitar olvidarlos o confundirlos.			

Comentarios:

En esta instancia de autoevaluación, se debe incentivar que los estudiantes sean lo más honestos posibles, sobre todo considerando que están en un momento terminal del OA, en donde deberían dar cuenta del logro del objetivo.

A partir de lo contestado se deben tomar las acciones que implicarían procesos de restitución y del momento que requiere mayor apoyo por parte del docente y del mismo estudiante.

La misma autoevaluación pretende ser un insumo que oriente al estudiante en qué puntos debe pedir ayuda o mejorar para lograr los objetivos de aprendizaje propuestos.

Comentarios sobre la planificación realizada

En esta sección me permitiré plantear distintos pensamientos que se sucedían al ir avanzando en la construcción de las actividades supervisado por el marco DUA:

Uno de los aspectos más significativos corresponde al cambio de mentalidad que como docente se debe dar tanto al proceso de diseño de la enseñanza, así como lo que esperamos conseguir al término del mismo. Es un proceso complejo el que efectivamente el foco de atención en tales procesos sea el avance de los estudiantes en la experiencia educativa, el poder transitar desde los estadios en los que inician el trabajo en la asignatura, y el ir monitoreando efectivamente sus avances hacia el logro de aprendizajes significativos. Esto coincide con las nuevas directrices ministeriales en cuanto a los procesos de evaluación y promoción escolar, en los que la Evaluación Formativa (Decreto 83, 2015), aquella que permite concientizar al estudiante respecto de los puntos anteriores es planteada como más relevante que la finalización del proceso. Y es complejo porque los docentes que se forman hoy, están siendo formados por docentes que tienen enraizado el paradigma del currículum, validando el modelo sin quererlo. Y es que es muy difícil concebir el proceso de enseñanza aprendizaje sin tener en cuenta el currículum, pero el problema es que estamos mal aplicando el currículum.

Respecto de la diversificación de las estrategias de enseñanza, el primer paso es ser consciente de que no todos los estudiantes aprenderán de la misma forma, o en el mismo grado, y de acuerdo a las aportaciones de la Ciencias ligadas al estudio del cerebro, es imperativo en clase la evidencia de actividades que muestren efectivamente los desafíos a los estudiantes a nivel neuronal, y que no sean solo receptores de la nueva información, ya que hoy, científicamente, estas instancias están invalidadas.

Sobre lo comprendido por el Diseño Universal de Aprendizaje, el trabajo se comienza a adaptar en la medida que desde el diseño de la experiencia educativa sea planificado con mira a la presentación de actividades, estrategias o momentos de aula, en los que se aborde la Implicación de los estudiantes, idea principal y que todo docente debe tener en cuenta, las distintas maneras en que los estudiantes pueden expresar y actuar con los conocimientos que están adquiriendo, así como asegurar todos los conductos por los cuales los estudiantes pueden conocer la información y recordar los conocimientos previos.

Es vital también, reconocer que el docente se encontrará con limitaciones sobre todo respecto de las necesidades educativas producto de diagnósticos médicos que necesariamente deben ser abordados por especialistas. Sin embargo, por respeto a los mismos, es fundamental pensar que las actividades que diseñaremos tengan la capacidad de adecuación, nuestras evaluaciones, nuestros materiales, permitan el tránsito exitoso de todos los estudiantes que pudiéramos atender.

Por último, antes de las conclusiones, la habilidad fundamental que el nuevo docente debe desarrollar es darse cuenta del real potencial en cuanto a todo lo que pueden vivir los estudiantes en las aulas, al vivir experiencias distintas en que puedan desarrollar los conocimientos y habilidades solicitadas en el currículum. No se trata que este sea el medio, si lo debemos cumplir, pero su mal entendimiento ha sido el producto de incontables barreras de aprendizaje y la miseria de muchos estudiantes que han sentido que no están a la altura, por decirlo suave, de participar y lograr rendir frutos en una clase de matemática

Con lo anterior, el Diseño Universal de Aprendizaje se transforma en un modelo que más que permitir adaptar los materiales y recursos para el aprendizaje de todos los estudiantes, es un recurso que busca cambiar el paradigma de los docentes a la hora de preparar la experiencia educativa para los estudiantes.

Conclusiones

Sobre la Educación Inclusiva y la atención a la diversidad

Unos de los desafíos actuales de la educación es generar un sistema que permita la participación efectiva de todos sin segregar ni discriminar (Blanco, 2006). Y es que la diversidad implica comprender que cada estudiante aprende, se motiva, aplica, ejecuta y demuestra de manera diferente, y esto indica necesariamente que se tendrán respuestas distintas entre un grupo de estudiantes que experimentan un mismo momento educativo. Esto fundamenta la necesidad de diversificar el proceso de enseñanza aprendizaje, proporcionando distintas maneras en que todos los estudiantes puedan percibir los contenidos, los ejercitarán, demostrarán su aprendizaje y se sentirán demandados e implicados para aprender. Sin embargo, así presentado, la atención a la diversidad parece un proceso que conlleva mucho tiempo y preparación minuciosa, y resulta que sí. Sin embargo, las necesidades actuales del medio y la realidad engendrada por las decisiones políticas y lo que debe generar como producto la Educación, así lo requieren.

Como antecedente empírico relacionado al contexto generacional, la era que hoy viven los estudiantes, el objetivo no es fomentar la repetición del modelo antiguo en el que el campeón es el capaz de memorizar todos los conceptos entregados, y es que la era digital ya dejó de lado tal necesidad. Hoy, la educación debe propender de habilidades que permitan al estudiante aprender autónomamente, que sepan a lo que tienen que llegar, capaces de gestionar las estrategias, recursos y herramientas que les permitan alcanzar tales metas, y estas demandas han terminado por sepultar las estrategias tradicionales de enseñanza centradas en el currículum. Hoy la atención está puesta en el estudiante, en el camino que debe recorrer hasta ser un experto en el arte de aprender, en lo que debe hacer, las habilidades que debe desarrollar, la conciencia que debe tener del proceso en el que está. Y estas acciones deben gestarse en el momento de enseñanza aprendizaje.

Las acciones que hacen crecer al estudiante deben ser pensadas para todos, incluso para aquellos estudiantes que presentan algún tipo de necesidad educativa para lograr el aprendizaje tanto intrínsecas como extrínsecas, sobre todo aquellas que son resultado de una mala experiencia pedagógica.

El desafío es mostrar que todos los estudiantes pueden participar del proceso educativo, y si pueden alcanzar los logros que propone el currículum, solo es necesario construir un camino apropiado para esto.

Sobre la práctica docente

El docente es quien diseña el contexto del aprendizaje, propone actividades y estrategias, y son estas las que han discapacitado a algunos estudiantes al no atender a sus necesidades, y han creado sin querer barreras y siguen creando, al pasar por desapercibido que todos, de alguna manera, diferimos en la forma de entender el mundo.

Se entiende que el trabajo es arduo y ya no puede, ningún docente, seguir preparando el proceso según lo planteado en el currículum. Es muy distinto entender el currículum como la forma en que los estudiantes vivirán el aprendizaje (ya que así se cierra inmediatamente el campo de creación de actividades), a entenderlo como la meta que deben alcanzar a través de todas las actividades que al docente se le ocurran para ello. Por lo tanto, para atender a la diversidad es necesario remitir el currículum solo a las metas, y el camino es diseñado por el docente, proponiendo la mayor cantidad de experiencias o de formas de transitar por ellas hasta lograr el aprendizaje.

Si un estudiante no está reaccionando como lo esperamos ya no podemos justificar las causas en él, sino que el contexto no ha estado a la altura para atender las necesidades que posee el estudiante para alcanzar los objetivos propuestos. Es una culpa que deben hacer generaciones y generaciones de docentes quienes tal vez sin querer, discapacitaron a los estudiantes con modelos de enseñanza rígidos y que no respondían a las necesidades de los estudiantes. Ahora bien, es verdad que hay necesidades que implican necesariamente el apoyo del personal especializado para abordarlas (funcionamiento intelectual limítrofe, trastornos del espectro autista, acceso limitado por condiciones físicas como hipoacusia o sordera). Sin embargo, el trabajo realizado por el docente debe permitir la inclusión de estudiantes con tales necesidades para dar vida a la inclusión social. Y esto requiere un proceso de comprensión por parte del docente que todos pueden aprender, siendo necesario adaptar los recursos, las estrategias y las actividades para que todos puedan transitar y puedan cumplir los objetivos.

No menor son los aportes de los avances a nivel científico, las neurociencias, que han mostrado que a la hora de planificar el proceso de aprendizaje no solo debemos tener en cuenta los conocimientos y las actividades que los estudiantes desarrollaran. A estos debemos agregar y dar mayor importancia a las redes afectivas que movilizan el aprendizaje, y que sin estas, los conocimientos y su significatividad mermará desde antes incluso de lograrse.

Sobre la aplicación del Diseño Universal de Aprendizaje

Las oportunidades que entrega al promover con mayor fuerza la atención de las necesidades y la minimización de barreras para aprender en las actividades que presentan los docentes a los estudiantes. Sin embargo, el modelo no es posible de aplicar completamente si no se entiende por todos los actores educativos que el fin hoy no es que se dominen al pie de la letra todos los conceptos, fórmulas, definiciones, o lograr un resultado aceptable al corto plazo. El objetivo que debemos transmitir es que con el proceso educativo estamos formando a una persona capaz de aprender por sí sola, capaz de reconocer las mejores estrategias por las cuales puede aprender, evaluadora de su propio trabajo y estratégica para alcanzar objetivos determinados. Y no solo que los estudiantes y los docentes entiendan esto, la familia y el contexto también debe trabajar para ello.

Dado que los docentes están demandados a proponer un escenario en el que todos puedan aprender y demostrar aprendizaje, el trabajo con el modelo DUA a conciencia, permite disminuir atender las necesidades de aprendizaje que no requieren una atención por especialistas, y disminuir las barreras para el aprendizaje. Esto avalado por la promoción de entender que todo acto educativo en la vida de las personas activa las tres redes cerebrales (afectivas, del reconocimiento y estratégicas), y por eso a la hora de planificar se deben orientar los esfuerzos en planificar el proceso de aprendizaje en activar tales redes, guiados por los principios y pautas del DUA.

El Diseño Universal de Aprendizaje va de la mano con nuevas corrientes de la gestión curricular y la didáctica, como son el Aprendizaje Basado en Proyectos, los Retos de Clase, por nombrar algunos. Y estas ideas tienen como denominador común cambiar el paradigma de que el estudiante es el problema, sino que el contexto los ha problematizado y discapacitado (como dice el marco teórico del DUA). Y esto es un desafío para el docente, el preparar toda la

experiencia educativa en pro de que el estudiante se sienta cómodo, participe y aprendiendo no solo contenidos, sino habilidades para su vida.

No debemos olvidar algo que diversos autores comentan del DUA (y en realidad de cualquier modelo educativo): no es una receta, no es un *checklist* que nos indicará que la clase será excelente. Pero si es algo que nos hace reflexionar respecto de cómo concebir las planificaciones y cómo dar vida al currículum con los estudiantes, preguntándonos si efectivamente habíamos visto nuestra clase con los ojos de aquellos estudiantes que no logran los objetivos (en particular me gusta realizar este trabajo para crear las actividades o la bajada de los contenidos). Y el concepto de flexibilidad en el aula, desafío sobre todo mayor si consideramos que no debemos bajar la guardia respecto de los objetivos finales del currículum, sin caer en bajar la vara para que todos logren los mismos. Igualdad de oportunidades también implica que un estudiante aventajado tenga oportunidad de seguir avanzando.

Por último, es importante notar que el éxito del proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes es resultado de la conjunción de muchos factores, y año a año se avanza en determinar la receta para abordarlos de manera eficaz. No obstante, la labor que realiza el docente, lo que pueden manejar, sigue teniendo la trascendencia que corresponde para la experiencia de los estudiantes. Un proceso mal recibido, o con experiencias que no agradan a los estudiantes, obviamente serán olvidados porque nadie quiere recordar algo que no se disfrutó. En cambio, es posible que los conocimientos no queden, pero un proceso que fue disfrutado, en el que se sintió que se podía, les entrega a los estudiantes la confianza necesaria para poder alcanzar lo que ellos quieren, y así sentirse parte de la sociedad.

Referencias Bibliográficas

Alba Pastor, Carmen (2018). Diseño Universal para el Aprendizaje: Un modelo teórico práctico para una Educación Inclusiva de Calidad. Universidad Complutense de Madrid.

Alba P. Carmen, Sánchez S. José, Zubillaga del Rio Ainara (2014), Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) Pautas para su introducción en el currículum

Alexis, P. (2015). Nota Científica La Trigonometría: Dificultades Existentes En El Proceso Enseñanza-Aprendizaje. *Colón Ciencias, Tecnología Y Negocios*, 3(1), 36-43. Recuperado a partir de https://revistas.up.ac.pa/index.php/revista_colon_ctn/article/view/1803

Blanco G., Rosa (2006). La Equidad y la Inclusión Social: Uno de los Desafíos de la Educación y la Escuela Hoy. REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 4(3),1-15.[fecha de Consulta 1 de Agosto de 2021]. ISSN: . Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=55140302>

Bueno, David (2017), Neurociencia para Educadores.

Cortes D. Mario, Ferreira V. Camino, Arias G. Ana Rosa (2020) Fundamentos del Diseño Universal para el Aprendizaje desde la Perspectiva Internacional. Revista Brasileña de Educación Especial n°27 2021. <https://doi.org/10.1590/1980-54702021v27e0065>

Fontaine Arturo, Urzúa Sergio (2014), El fin de los liceos emblemáticos: ¿Por qué? ¿Cómo? ¿Impacto?. Centro Latinoamericano de Políticas Económicas y Sociales.

Gelber Denisse, Escribano Rosario (2019), Informando la votación para el proyecto de Ley de Admisión Justa desde la Evidencia. Centro de Justicia Educacional.

MINEDUC (25 de Abril, 2017) Educación Especial. <https://especial.mineduc.cl/implementacion-decreto-83/preguntas-frecuentes/antecedentes-generales/>

MINEDUC, Documentos Técnicos Educación Especial. <https://especial.mineduc.cl/documentacion/documento-escuela-mundo-diversidad/>

Martínez, Nelson (2015) Ensayo Las Diferencias Individuales y el Aprendizaje, Estilos Cognitivos y Estilos de Aprendizaje.

Proyecto “Educar en la Diversidad en los Países del Mercosur”, desarrollado entre los años 200 y 2003, financiado por la OEA y asesorado por la UNESCO.

Reyes Rivero, L., Céspedes Gómez, G., & Molina Cedeño, J. (2017). Tipos de aprendizaje y tendencia según modelo VAK. *Tecnología Investigación y Academia*, 5(2), 237–242. Recuperado a partir de <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/tia/article/view/9785>

Yuivar Villarreal, Yamitza (2010), Sistema de admisión escolar. Debate público, selección y meritocracia en la educación chilena (Memoria). Universidad de Chile.

San Martín Ulloa, Constanza, Rogers, Pedro, Troncoso, Catherine, & Rojas, Rocío. (2020). Camino a la Educación Inclusiva: Barreras y Facilitadores para las Culturas, Políticas y Prácticas desde la Voz Docente. *Revista latinoamericana de educación inclusiva*, 14(2), 191-211. <https://dx.doi.org/10.4067/s0718-73782020000200191>

"Tipos de triángulos". En: *Significados.com*. Disponible en: <https://www.significados.com/tipos-de-triangulos/> Consultado: 14 de agosto de 2021, 11:19 am.