



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS EN LOS TEXTOS ESCOLARES DE
MATEMÁTICA PARA ALUMNOS DE OCTAVO BÁSICO DE CHILE EN
RELACIÓN AL CONTENIDO DE VARIACIONES PORCENTUALES

TESINA PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AUTORES:

KEVIN ALEX ARANCIBIA PINO

PATRICIO HERNÁN ESPINOZA CUEVAS

LOREDANA ALEXANDRA STEPHANIE MERINO VILLA

ENZO FRANCISCO RODRÍGUEZ MATUS

PROFESOR GUÍA:

DR. KUO-SHOU CHIU

SANTIAGO DE CHILE, MAYO DE 2020



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS EN LOS TEXTOS ESCOLARES DE
MATEMÁTICA PARA ALUMNOS DE OCTAVO BÁSICO DE CHILE EN
RELACIÓN AL CONTENIDO DE VARIACIONES PORCENTUALES

TESINA PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AUTORES:

KEVIN ALEX ARANCIBIA PINO
PATRICIO HERNÁN ESPINOZA CUEVAS
LOREDANA ALEXANDRA STEPHANIE MERINO VILLA
ENZO FRANCISCO RODRÍGUEZ MATUS

PROFESOR GUÍA:

DR. KUO-SHOU CHIU

SANTIAGO DE CHILE, MAYO, 2020

AUTORIZADO PARA
SIBUMCE DIGITAL

Hoja de autores

2020, Arancibia Pino Kevin Alex, Espinoza Cuevas Patricio Hernán, Merino Villa Loredana Alexandra Stephanie, Rodríguez Matus Enzo Francisco.

Se autoriza la reproducción total o parcial de este material, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, siempre que se haga la referencia bibliográfica que acredite el presente trabajo y sus autores.

Agradecimientos

Agradecemos a nuestras familias y a todas las personas que han sido parte en nuestro proceso de formación.

Mención honorífica a Gonzalo Martínez, por su constante ayuda y disposición con nosotros a lo largo de toda la carrera. A Nicolás Sánchez por su cooperación durante el proceso de memoria. A nuestro profesor guía Kuo Shou Chiu, por su apoyo y disposición con nosotros desde la primera asignatura cursada con él. A Proyecto la Piritesis, porque nos mantuvo unidos y las risas no faltaron eh, y finalmente a la vida, que nos ha dado tanto.

Kevin Alex Arancibia Pino, Patricio Hernán Espinoza Cuevas, Loredana Alexandra Stephanie Merino Villa y Enzo Francisco Rodríguez Matus.

Tabla de contenidos

Hoja de autores	ii
Agradecimientos	iii
Tabla de contenidos	iv
Resumen	vi
Abstract	vi
Introducción	1
Capítulo I	5
Problema de investigación	5
Antecedentes	5
Planteamiento del problema	11
Justificación del problema	12
Objetivos	19
Objetivo general	19
Objetivos específicos	19
Capítulo II	20
Marco Teórico	20
Currículum prescrito	20
Propuesta del MINEDUC para la resolución de problemas	24
Perspectivas de la resolución de problemas	25
Propuesta de resolución de problemas por George Pólya	26
Propuesta de resolución de problemas por Alan Schoenfeld	29
Clasificaciones de problemas	30
1. Raffaella Borasi	31

2. Paulo Abrantes	34
3. Ana María Boavida	37
4. Claudia Herdeiro Cavaco	39
Capítulo III	43
Marco Metodológico	43
Tipo de Investigación	43
Selección libros de textos	45
Unidad de análisis	46
1. Categoría de análisis	46
2. Problemas y clasificación	58
Capítulo IV	59
Resultados	59
Análisis estructural de los libros de textos	59
Libro de texto 8º básico 2018-2019	59
Libro de texto 8º básico 2020	61
Clasificación de problemas	62
Discusión de los resultados obtenidos	79
Coherencia entre los problemas planteados y lo que señala el currículum	87
Capítulo V	92
Conclusiones	92
Proyección	97
Referencias bibliográficas	99

Resumen

En la presente investigación se analiza cómo los libros de texto reflejan las propuestas curriculares sobre la resolución de problemas y cómo se promueve el desarrollo de esta habilidad a través de las actividades propuestas. Para ello, se seleccionaron 2 textos escolares de amplia difusión en Chile, entregados por el MINEDUC: uno de ellos utilizado los años 2018 - 2019 y el otro utilizado el año 2020, centrándose en el contenido de variaciones porcentuales en octavo año de enseñanza básica. La metodología seguida fue cualitativa bajo una técnica de análisis de contenido, utilizando una clasificación de problemas según tipo, contexto, formulación, tarea matemática y solución. Los resultados obtenidos indican poca coherencia entre lo que señala el currículum prescrito y lo reflejado en los problemas de los textos analizados, además de no promover completamente el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas.

Palabras clave: Resolución de problemas, textos escolares, variaciones porcentuales.

Abstract

This investigation analyzes how textbooks reflect curricular proposals on problem solving and how the development of this skill is promoted through the proposed activities. For this, 2 widely used school texts in Chile were selected, delivered by the MINEDUC: one of them used in the years 2018 - 2019 and the other used in the year 2020, focusing on the subject of percentage variations in the eighth year of basic education. The methodology followed was qualitative under a content analysis technique, using a classification of problems according to type, context, formulation, mathematical task and solution. The results obtained indicate little coherence between what the prescribed curriculum indicates and what is reflected in the problems of the analyzed texts, in addition to not fully promoting the development of problem-solving skills.

Key words: Problem solving, textbooks, percentage variations.

Introducción

Desde la antigüedad, el desarrollo social del hombre ha traído consigo distintos problemas emergentes que requirieron soluciones inéditas. Por esto, algunos autores señalan que la sociedad se desarrolla a medida que se resuelven los problemas. Actualmente, los cambios culturales y tecnológicos han representado grandes avances para la humanidad en cuanto a conectividad, en accesibilidad, en movilidad, etc., sin embargo, han provocado problemas nunca vistos, y que requieren medidas innovadoras.

Es por esto, por lo que desde hace más de 70 años se ha intensificado el estudio y análisis de la influencia de la resolución de problemas para el aprendizaje de los estudiantes. Uno de los grandes investigadores fue George Pólya (1945), un profesor húngaro que comenzó a realizar los primeros estudios enfocados en la resolución de problemas, entregando una conceptualización que significó grandes avances en lo que se conocía sobre la materia. Con el tiempo, diversos autores como Schoenfeld (1985), Borasi (1986), Abrantes (1989) y otros han aportado en conceptualización y clasificación de los problemas en la matemática.

La creciente importancia que se le ha dado a la resolución de problemas, debido a su importante papel en la educación, ha provocado que se haya hecho presente en casi todos los programas educativos y currículos del mundo (Contreras y Carrillo, 2000; Herdeiro, 2010) y ha sido tema de interés de variados académicos e investigadores de la didáctica de la matemática. El doctor Carrillo (1998) señala que es importante trabajar con el desarrollo de esta habilidad porque promueve el aprendizaje significativo, fomenta la afinidad del estudiante con la matemática y desarrolla una actitud abierta y crítica.

Frente a lo anterior, Chile no se ha quedado atrás. De hecho, el Ministerio de Educación (MINEDUC) en sus Bases Curriculares y Programas de Estudios destaca la resolución de problemas como eje transversal en la enseñanza de la matemática. El currículum concreta la selección cultural para la escuela, a través de un complejo cruce de

prácticas a diferentes niveles institucionales (Martínez y Rodríguez, 2010), en este sentido, los libros de texto se transforman en productores de políticas curriculares (Ocelli y Valeiras, 2013), en la medida que representan la forma concreta del currículum del país.

Es por este motivo que se ha decidido investigar si efectivamente concuerda aquello que se declara sobre la importancia de la resolución de problemas y las actividades propuestas en el texto del estudiante.

El texto escolar es una herramienta que tiene gran importancia en nuestra sociedad, ya que, entre otras cosas, al ser proporcionado por el MINEDUC llega a gran parte de los establecimientos educacionales del territorio nacional, por lo tanto, un porcentaje no menor de los estudiantes de Chile tienen acceso a este material. Además, el texto es considerado una gran ayuda tanto para profesores como para estudiantes, porque se explica el contenido matemático, se plantean actividades y en general, se estructura de manera adecuada para encadenar coherentemente los contenidos y el desarrollo de habilidades. Además, al ser un documento emanado desde el MINEDUC, debe evidenciarse en él el cumplimiento de lo declarado en el ámbito educativo por esta institución, para así poder ser una herramienta complementaria para los docentes que día a día enseñan la matemática.

Como se ha mencionado, el MINEDUC (2016) declara que la asignatura de matemática debe estar centrada en la habilidad de resolución de problemas, y es este el sustento que lleva a realizar una mirada crítica a este documento para concluir sobre su coherencia entre lo que declara en el MINEDUC y lo que está presente en el libro.

Debido a lo anteriormente señalado, el objetivo de esta investigación es analizar los textos escolares del año 2018, también utilizado el año 2019, cuyos autores son Daniel Catalán, Bernardita Pérez, Camila Prieto y Pedro Rupin, y el texto escolar 2020 cuyas autoras son Claudia Torres y Mónica Caroca.

Para ello, se utilizó un instrumento de categorización de problemas que permitió clasificar las actividades de acuerdo a diversos criterios, entre ellos, el contexto, la cantidad de información proporcionada por el problema, los procesos cognitivos que se le exige al resolutor, el tipo de ilustración que acompaña a un problema, etc. y así, evidenciar las características que predominan en las actividades, realizar un análisis con los datos recopilados, y el cómo han ido evolucionando las actividades del texto escolar en los últimos años. De esta manera, poder comprender el grado en que estas responden a aquello que el MINEDUC propone en el ámbito de desarrollo de la habilidad de resolución de problemas.

La estructura general de esta tesina se compone de cinco capítulos:

El capítulo I detalla la información general de la investigación, mencionando los antecedentes de la resolución de problemas en el mundo y en Chile, el planteamiento y la justificación del problema, el objetivo general y los objetivos específicos a trabajar. Este capítulo es la base para el resto del trabajo, pues fija las directrices a seguir en esta investigación.

En el capítulo II, se incluye el marco teórico donde se exponen las bases conceptuales de la investigación y se abordan, por ejemplo, la propuesta de resolución de problemas de Pólya, Schoenfeld y también aquello que declara el currículo prescrito respecto a la resolución de problemas. En el capítulo III, se incorpora el marco metodológico, donde se señala el tipo de investigación que se aborda, los textos de estudio que se someterán a análisis y finalmente se entrega el instrumento de categorización que se utiliza para clasificar los problemas con respecto al contenido de variaciones porcentuales, la que permite recopilar información necesaria para realizar el análisis.

En el capítulo IV, se exponen los resultados obtenidos en la recopilación de datos y se efectúa la discusión de ellos, destacando aquellas variaciones importantes respecto al texto 2018 - 2019, 2020 y también destacando aquellos resultados que fueron relevantes

para realizar discusión y elaborar las conclusiones. Para finalizar, el Capítulo V presenta las conclusiones reflexiones finales y la proyección de esta investigación, teniendo como principal foco la resolución de problemas en los textos escolares.

Capítulo I

Problema de investigación

Antecedentes

Uno de los factores más importantes para el desarrollo de la sociedad es la educación. Según Bhardwaj (2016), la educación se entiende como una virtud humana esencial, una necesidad de la sociedad y base de la buena vida y signo de libertad. En este sentido, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2009) señala que se debe “Plantear una educación de calidad que abarque los conocimientos de base, valores, comportamientos y habilidades que correspondan a las necesidades de la vida actual” (p. 33). De lo mencionado anteriormente, se puede afirmar que la educación no es solamente la entrega de conocimientos, sino que abarca entre otras cosas, el aspecto valórico y el desarrollo de habilidades.

Además, Zubiría (2005), señala que:

En la educación contemporánea se hace imperiosa una selección de los contenidos, que nos llevará necesariamente en las áreas científicas a los instrumentos de conocimiento esenciales de cada una de las ciencias, a los ladrillos del conocimiento científico. Comprender así los principales conceptos de las ciencias sociales y naturales, y de la matemática, con toda seguridad sería un “techo” adecuado para un estudiante en el momento de la graduación de la educación media. (p. 7)

Por otra parte, el MINEDUC indica en las Bases Curriculares vigentes para octavo básico desde el año 2015 que “comprender las matemáticas y ser capaz de aplicar sus conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos y las ciudadanas en el mundo moderno” (p. 94). Además, señalan que “los aportes de la matemática están en la base de la innovación en tecnología, ciencia,

transporte, comunicaciones y se aplican en otras áreas, como las artes, la geografía y la Introducción economía” (p. 94). Por lo mencionado anteriormente, la enseñanza de la matemática adquiere relevancia en la formación de los ciudadanos.

Es por este motivo que, en Chile, gran porcentaje de las horas académicas de los estudiantes está destinada a la educación matemática, ya que cumple un papel fundamental en el desarrollo de habilidades en el estudiante. El MINEDU (2018) señala en el plan de estudio vigente, indica que la cantidad de horas anuales que se deben ejecutar de matemática en los niveles de séptimo y octavo básico de los establecimientos educacionales chilenos con jornada escolar completa es de 228 horas, al igual que en la asignatura de lenguaje. La cantidad de horas es considerablemente mayor a otras asignaturas presentes, donde, por ejemplo, historia y ciencias tiene 152 horas anuales y educación física cuenta con 76 horas anuales.

Al observar el entorno, es fácil notar que la gran mayoría de los objetos, edificios, investigaciones, o cualquier otro aspecto donde se ponga atención, están relacionados con la matemática. Esto permite ver que la matemática no es una asignatura trivial en la enseñanza, sino más bien una herramienta primordial para lograr comprender el mundo. Frente a esto la UNESCO (2009) hace referencia a cómo debe contribuir una escuela en la vida de las personas para lograr entender el mundo que lo rodea:

La escuela debe contribuir al desarrollo de la capacidad de utilizar conceptos, representaciones y procedimientos matemáticos para interpretar y comprender el mundo real, tanto en lo referido a la vida en el entorno social inmediato, como a los ámbitos de trabajo y de estudio (p. 33).

Dentro del proceso en que se produce el aprendizaje de la matemática, el uso de problemas es un elemento relevante en las propuestas elaboradas por autores como Pólya (1945) y Schoenfeld (1985). Al respecto, Pérez y Ramírez (2011) señalan que son los problemas los que han dado origen y sentido a las matemáticas producidas.

Tanta es la relevancia de los problemas, que incluso algunas pruebas estandarizadas internacionales otorgan gran importancia al desarrollo de resolución de problemas en sus mediciones. Estas evaluaciones internacionales entregan información con respecto a las competencias, habilidades y el logro de aprendizajes de los estudiantes de los distintos países participantes.

Una de ellas es parte del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA, de sus siglas en inglés) de la Organización para la cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). La organización señala que el objetivo de esta evaluación es:

Conocer las competencias, o, dicho, en otros términos, las habilidades, la pericia y las aptitudes de los estudiantes para analizar y resolver problemas, para manejar información y para enfrentar situaciones que se les presentarán en la vida adulta y que requerirán de tales habilidades (p. 5).

La evaluación PISA se centra en medir la capacidad que poseen los estudiantes para formular, usar e interpretar la matemática en una variedad de contextos. En los resultados de la evaluación realizada el año 2018 se menciona dentro de las competencias matemáticas lo siguiente:

El rendimiento en matemática abarca más que la capacidad de reproducir los conceptos matemáticos y procedimientos adquiridos en la escuela. PISA busca medir qué tan bien los estudiantes pueden extrapolar lo que saben y aplicar su conocimiento de la matemática en una variedad de situaciones, incluidas las nuevas y desconocidas. (p.104)

La evaluación establece 6 niveles de desarrollo de habilidades y competencias matemáticas, los resultados entregados por PISA (2018) indican que aproximadamente el 52% de estudiantes que rindieron la evaluación en Chile están bajo el nivel 2, esto quiere decir que responden preguntas que involucran contextos familiares, pero donde toda la información relevante está presente y las preguntas planteadas están claramente definidas. En este nivel los estudiantes son capaces de identificar información y llevar a cabo procedimientos según ciertas instrucciones directas en situaciones explícitas. Aproximadamente un 25% de los estudiantes que rindieron la evaluación se encuentran en

el nivel 3. Es en este nivel, donde los estudiantes comienzan a aplicar estrategias simples para la resolución de problemas.

Por otra parte, el estudio internacional de las Tendencias en Matemática y Ciencias (del inglés Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS) evalúa el logro de aprendizajes en estudiantes de 4° y 8° básico, específicamente en el área de Matemática y Ciencias Naturales. En matemática los dominios de contenido evaluados son: números, álgebra, geometría y datos y azar y los dominios cognitivos son: conocimiento, aplicación y razonamiento.

En la evaluación del año 2015 participaron estudiantes de octavo año de enseñanza básica de 39 países, dividiendo los resultados en cuatro niveles según desempeño, donde Chile está dentro de los 10 países con más bajos resultados, obteniendo 427 puntos y ubicándose en el último nivel de desempeño. En esta categoría, se demuestra que, en promedio, los estudiantes no son capaces de, entre otras cosas, resolver problemas que involucren ciertos contenidos matemáticos. Es importante destacar que TIMSS evalúa una serie de situaciones de resolución de problemas dentro de la matemática, donde cerca de dos tercios de los ejercicios requieren que el alumnado utilice las destrezas de aplicación y capacidad de razonamiento (TIMSS, 2015)

Respecto a cómo se ha desarrollado históricamente la resolución de problemas en Estados Unidos, Schoenfeld (2007) señala que la resolución de problemas fue el mayor foco de las investigaciones en educación matemática desde mediados de la década de los 70 hasta el fin de la década siguiente. A mediados de 1990, las investigaciones respecto a la resolución de problemas disminuyeron para poner atención a otras áreas, sin embargo, muchas de las ideas de la resolución de problemas fueron usadas en las nuevas investigaciones.

Castro (2008) señala que desde la década de los 60 en España se aprecia una preocupación que ha ido en aumento por integrar la resolución de problemas en el currículo de las matemáticas escolares y un esfuerzo por sustentar las innovaciones curriculares sobre trabajos de investigación educativa.

Algunas referencias que han sido claves son del Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (del inglés National Council of Teachers of Mathematics, NCTM) y la Asociación de Maestros de Matemática (del inglés Association of Teachers of Mathematics, ATM). Castro (2008) señala que:

El NCTM norteamericano publica *An Agenda for Action*, 1980 y sitúa como primer ítem en su lista de recomendaciones para la década de los 1980 la idea de que la resolución de problemas debe ser el eje de la matemática escolar, el principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas y dedica el libro del año 1980 íntegramente al tema: *Problem Solving in School Mathematics* (NCTM, 1980).

La ATM inglesa, en el párrafo 249 del informe Cockcroft establece que la habilidad en resolver problemas es el núcleo central de las matemáticas, y elabora un escueto documento en el que se afirma taxativamente que la resolución de problemas podría y debería reemplazar a la aritmética rutinaria como el tema principal en las clases de primaria.

Los Estándares Curriculares del NCTM (1989, 2000) incluyen la resolución de problemas como uno de los estándares que hay que desarrollar en el currículum escolar de matemáticas.

En España se incluyen recomendaciones explícitas en la propuesta curricular que propone el MEC en el Decreto Curricular Base de 1989.

La resolución de problemas dentro del currículo de Matemáticas es un contenido prioritario, porque es un medio de aprendizaje y refuerzo de contenidos, da sentido aplicativo al área y permite la interrelación entre los distintos bloques y las restantes áreas (MEC, 1989) (p. 6-7).

Como se ha visto, en diversos países la resolución de problemas es un pilar fundamental al momento de hablar de los procesos de enseñanza de la matemática. En Chile, también se le ha dado protagonismo al desarrollo de esta habilidad, y es por esto que se han elaborado diversos proyectos que buscan fomentar el trabajo de la resolución de problemas en el aula.

Uno de estos proyectos es el “Proyecto Chile-Finlandia”, que se desarrolló entre los años 2011 y 2013, donde Felmer y Perdomo-Díaz (2017) plantean que el proyecto consistía en reunir a docentes chilenos y fineses para confeccionar un problema, implementarlo y analizarlo, consiguiendo un enriquecimiento de nuevas técnicas de enseñanza y liderazgo por parte de los profesores.

Otra de las iniciativas que se ha implementado en Chile y que aborda la resolución de problemas en las aulas, es la iniciativa de investigación ARPA (acrónimo de Activando la Resolución de Problemas en el Aula). Felmer, Perdomo-Díaz y Reyes. (2019) señalan que ARPA surge con el objetivo principal de otorgar oportunidades a los profesores para experimentar la resolución de problemas propuesta por Pólya, buscando cambiar las prácticas en las aulas y mejorar el rendimiento de los estudiantes, diseñando, implementando y evaluando el desarrollo de estrategias de desarrollo profesional para los profesores que enseñan matemática.

La resolución de problemas se ha transformado en objeto de estudio a nivel mundial, incluso se ha visto reflejada en el currículum chileno, situando esta habilidad como eje central de la enseñanza (MINEDUC, 2016). Por otra parte, los contenidos curriculares se expresan en los textos o manuales escolares que se utilizan en las aulas de clase (Ceballos y Blanco, 2008), en este sentido, el libro de texto toma un rol fundamental tanto para el docente como para el estudiante, debido a que determina la implementación del currículum.

Los avances en los medios didácticos y audiovisuales han otorgado variadas herramientas al profesor para llevar a cabo su docencia, a pesar de lo anterior la enseñanza se sigue apoyando en los libros de texto como principal recurso (Fernández M., Caballero P. y Fernández J. 2017). En este sentido, el texto del estudiante ha sido usado de manera frecuente y masiva desde hace mucho tiempo, y se ha transformado en un elemento importante para el docente dentro del aula.

Dada la relevancia de estos textos, algunos autores han realizado investigaciones con el fin de analizar diversos aspectos. González y Sierra (2004) exponen un instrumento para el análisis de libros de textos que consisten en 20 dimensiones distribuidas dentro de 5 categorías (sintaxis, semántica, pragmático - didáctica y sociocultural), además se muestra cómo han evolucionado los conceptos relativos a los puntos críticos en los libros de textos de España publicados a lo largo del siglo XX.

Por otra parte, Herdeiro (2010) estudia el papel de la resolución de problemas en los textos escolares del 9° año escolar de Portugal, trabajando Probabilidad y Estadística, Proporcionalidad inversa y Trigonometría. En España, López, Guerrero, Carrillo y Contreras (2015) describen en un artículo un instrumento para analizar el papel de la resolución de problemas en los libros de textos a través de algunas categorías y subcategorías propuestas por diversos autores, tales como Borasi (1986), Abrantes (1989), Boavida (1993) y Herdeiro (2010).

Así mismo, Sánchez (2017) realiza una investigación de tipo cualitativa centrada en los textos escolares desarrollado en las bases curriculares antiguas y actuales utilizando una categorización propuesta por Díaz y Poblete (2001).

Finalmente se pueden mencionar a dos autores Pino y Blanco (2008) los que investigan cómo se refleja en los libros de texto las propuestas curriculares sobre la resolución de problemas, centrándose en el contenido de Proporcionalidad en estudiantes de 12 a 14 años de Chile y España.

Con respecto a lo expuesto anteriormente, existen diversas investigaciones en relación al análisis de libros de texto, pero se logra evidenciar que existe una escasa línea de investigación respecto al análisis de los problemas del contenido de variaciones porcentuales enfocados en la habilidad de resolución de problemas.

Planteamiento del problema

Los bajos resultados obtenido en las evaluaciones internacionales por los estudiantes de octavo año básico en Chile, dan indicios de que, bajo una mirada general, los jóvenes chilenos presentan dificultades respecto al desarrollo de la habilidad de resolución de problemas. Esto, a pesar de que el desarrollo de esta habilidad ha sido declarado uno de los ejes fundamentales en las Bases Curriculares de la educación chilena durante las últimas décadas.

Si bien, los textos escolares han sido objetos de estudios a nivel mundial desde hace varios años analizando diversas características como el uso que se les da, la estructura que presentan, el grado de desarrollo de objetivos de aprendizaje, etc. son escasos los estudios que se han realizado enfocándose en el contenido de variaciones porcentuales, por lo tanto, se ha considerado pertinente e importante plantear las siguientes preguntas:

- ¿De qué manera promueven los textos escolares chilenos el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas a través de las actividades, en cuanto al contenido de variaciones porcentuales?
- ¿Existe coherencia entre aquello que señala el MINEDUC en cuanto a la resolución de problemas y las actividades propuestas en los textos escolares chilenos?

Justificación del problema

En la actualidad, la matemática es una rama que tiene gran importancia para el ser humano, ya que se vive en un mundo con constantes cambios económicos, sociales, tecnológicos, culturales, etc. y esta disciplina se transforma en una herramienta que permite desarrollar el pensamiento lógico, contribuyendo ampliamente en el conocimiento de distintas disciplinas. Por esto, se puede afirmar que la matemática no representa un simple conocimiento, sino que representa una herramienta potente que permite desarrollar habilidades en el estudiante. Tal como señala la UNESCO (2009) “Es necesario buscar el desarrollo de capacidades, valores y actitudes que permitan a los estudiantes hacer frente a distintas situaciones; tomar decisiones utilizando la información disponible y resolver problemas, pudiendo defender y argumentar sus puntos de vista” (p. 33).

De acá, se desprende que la matemática tiene un rol muy importante dentro de la educación, ya que su aprendizaje le proporciona al estudiante diversas herramientas para desarrollar habilidades que le permitan desenvolverse adecuadamente en su entorno.

Para Cuicas (1999) “en matemática la resolución de problemas juega un papel muy importante por sus innumerables aplicaciones tanto en la enseñanza como en la vida diaria” (p. 21). Al ser algo tangible debido a su cotidianidad, la matemática también surge como una gran herramienta para el desarrollo de otras habilidades en otras materias escolares. Y así, muchos otros autores destacan la importancia de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática.

A pesar de la importancia que se le ha dado a la resolución de problemas como estrategia para el aprendizaje de la matemática, Bayer (2000) señala que:

Esencialmente, la actividad alrededor de los objetivos del currículum de la primera etapa de la Escuela Básica gira en torno a ejercicios de rutina, los cuales no tienen las verdaderas características de problemas; y, en el mejor de los casos, cuando un docente considera “un verdadero problema”, el trabajo que él realiza, las más de las veces sigue mediatizado por el estilo expositivo tradicional y como consecuencia de ello, la actividad pierde su esencia (p. 27).

Complementando a Bayer, Chamorro y Vecino (2003), hacen énfasis en que, en la educación general chilena de estos tiempos, prima la realización de ejercicios rutinarios en desmedro de la resolución de problemas.

Además, las Bases Curriculares de 7º año de educación básica a 2º año de educación media comprenden en forma transversal habilidades de pensamiento en que subyace la habilidad de solucionar situaciones diversas. En la asignatura de matemática, el MNEDUC (2015) se señala lo siguiente:

Comprender las matemáticas y aplicar los conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales, es fundamental para los ciudadanos y ciudadanas en el mundo moderno. Para resolver e interpretar una cantidad cada vez mayor de problemas y situaciones de la vida diaria, en contextos profesionales, personales, laborales, sociales y científicos, se requiere de un cierto nivel de comprensión de los conceptos, desarrollo de razonamiento y aplicación de herramientas matemáticas (p. 94).

La asignatura matemática está focalizada en la resolución de problemas, donde la importancia de esta no radica en solo poner en juego un amplio conjunto de habilidades, sino también en que el resolver un problema implica la creatividad para buscar y probar diversas soluciones. Referido a esto, las Bases Curriculares (2015) señalan que:

En la resolución de problemas, se busca, por un lado, que las alumnas y alumnos descubran la utilidad de las matemáticas en la vida real, y, por tanto, abrir espacios para conectar esta disciplina con otras asignaturas. En este contexto, muchas veces lo que más aporta al aprendizaje de los y las estudiantes no es la solución a un problema matemático, sino el proceso de búsqueda creativa de soluciones (p. 95).

Del mismo modo, el MINEDUC (2013) establece Estándares de Aprendizaje donde éstos definen lo que los estudiantes deben saber y pueden demostrar, específicamente, en las evaluaciones SIMCE (Sistema de Medición de Calidad de la Educación). Los estándares comprenden niveles de aprendizaje los cuales son: adecuado, elementales e insuficiente, donde cada uno de ellos posee requisitos mínimos y ciertos puntajes de corte. Para 8º año de Educación Básica, el Nivel de Aprendizaje Adecuado en el contexto de la resolución de problemas en la asignatura de Matemática establece que los estudiantes deben “mostrar generalmente que son capaces de aplicar conocimientos y habilidades de razonamiento matemático en situaciones directas y en problemas de varios pasos en los que se requiere seleccionar datos, organizar la información o establecer un procedimiento apropiado” (p. 10).

Teniendo en cuenta la gran importancia que presenta la resolución de problemas en la educación y que es un foco importante en las directrices indicadas desde el MINEDUC para la asignatura de matemática, es pertinente realizar un análisis del rol de los textos escolares, ya que tienen el potencial para convertirse en grandes instrumentos de apoyo en el proceso de aprendizaje. Uno de los motivos por el cual los textos pueden resultar un apoyo importante es el hecho de llegar a los estudiantes y permitir que transversalmente desarrollen variadas habilidades, entre ellas, la habilidad de resolución de problemas en sus aulas. Al respecto, Lemmer, Edwards y Rapule (2008) mencionan que “se espera que los

libros de texto proporcionen un marco para lo que se enseña, cómo se puede enseñar y en qué secuencia se puede enseñar” (p. 175).

También refuerza esta idea Stevenson (2006), señalando que los textos escolares representan ciertas directrices curriculares para el trabajo escolar. Para el docente, se presenta como un material orientador en el trabajo de planificación, desarrollo y evaluación del currículo, y a su vez para los alumnos, como base y orientación en su aprendizaje. En esta línea, y debido a su relevancia, es necesario analizar de qué manera condicionan los libros de texto el proceso de aprendizaje.

Según Eyzaguirre y Fontaine (1997), los textos escolares dan una forma concreta al currículum y permiten que el docente pueda planificar sus clases. Estos textos representan entonces una guía que dirige el curso de la enseñanza en buena parte de las aulas (Fernández, et al. 2017).

Considerando también al estudiante, Valdés (2003), refiere que el texto escolar ayuda o auxilia al docente cuando lleva a la práctica sus programaciones, ofreciéndole un material estructurado sobre la base de los objetivos curriculares y lo auxilia, también, dándole a sus estudiantes la posibilidad de contar con información conceptual y procedimental y con actividades adecuadas a su nivel cognitivo e intereses. Estas definiciones sustentan aún más la noción de que los libros de texto resultan ser un apoyo al docente como una herramienta concreta y tangible de lo que es el currículum propio del país y además recalca el aporte que significa para los estudiantes.

Ajagán y Turra (2009), indican que el texto escolar funciona como herramienta didáctica en la situación pedagógica: informa, transmite conocimientos, reproduce normas y presenta explicaciones. En este sentido, el uso del libro por parte del docente se transforma en un recurso relevante en el proceso de la enseñanza, pues actualmente la importancia de estos textos en Chile está relacionada entre otras cosas, con entregar las directrices para la preparación de las pruebas SIMCE y PSU, como una extensión o puesta en marcha de las actividades genéricas, contenidos mínimos y aprendizajes esperados (Vidal, 2010).

Considerando lo anterior, los libros de texto proponen al docente un camino a seguir para la consecución de los aprendizajes esperados, siguiendo una secuencia de unidades, capítulos, lecciones y proyectos donde se desarrolla la interpretación del currículo, por lo tanto, los libros de texto poseen un significado social y cultural, desde concepciones que se tienen sobre el colegio, los docentes y los estudiantes (Valdés, 2003).

Desde estos puntos de vista, se evidencia la importancia de los textos escolares, recalcando la ayuda que significa tanto para estudiantes como para docentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Por lo mismo, es oportuno realizar el análisis de los textos de estudio, considerando sus contenidos y la forma en que promueven las habilidades. En Chile, uno de los contenidos que se trabajan en octavo año de enseñanza básica, es el contenido de variaciones porcentuales, que está inmerso en el ámbito del razonamiento proporcional y que es foco de estudio de esta investigación.

La proporcionalidad ha estado presente en la vida del ser humano desde hace mucho tiempo. Las pirámides de Guiza, el Partenón, y otras construcciones del ser humano adquieren relevancia, entre otras cosas, por el sentido proporcional estético que presentan. Actualmente, las tarjetas de crédito e incluso los teléfonos móviles presentan relaciones métricas proporcionales entre su largo y su ancho, con el fin de ser ergonómicas y, por lo tanto, adaptarse de buena forma a las características físicas de los usuarios. También, cuando se escucha en el noticiario que, por ejemplo, las cuentas de luz subirán en cierto porcentaje, u otra situación similar, se evidencia la presencia de este concepto en la cotidianidad y también a lo largo de la historia.

Al respecto, Balderas, Block y Guerra (2014) señalan que:

La proporcionalidad es una noción de aritmética que se encuentra presente en múltiples situaciones de la vida cotidiana y en prácticamente todas las disciplinas científicas, incluidas las sociales, y las artes. Además, la proporcionalidad está estrechamente vinculada con otras nociones matemáticas, como es el caso de los números racionales, los porcentajes, la semejanza y la escala, la trigonometría, la noción de función y la de razón de cambio, entre otras (p. 8).

En la matemática se puede describir el cambio de una variable en estudio mediante las razones, pudiéndose relacionar además el concepto de proporciones cuando se estudia el comportamiento de más de una razón y las relaciones que se dan entre las variables. Espinel, Bruno y Plasencia (2010) indican, además, que estos cambios o variaciones que sufre el valor de una variable en el tiempo se acostumbra, en muchas ocasiones, a presentar utilizando porcentajes, evidenciando la estrecha relación entre los conceptos de proporcionalidad, variación y porcentaje.

Mendoza y Block (2010), refieren que el porcentaje es una noción matemática difícil de comprender y de usar para muchas personas, a pesar de su frecuente uso social. Al respecto le atribuyen 2 razones: en primer lugar, su complejidad conceptual debido a su vínculo con otros conceptos como razones y fracciones, por otro lado, indican que “existe una fuente importante de dificultades relativas a la enseñanza, no solamente del porcentaje sino, sobre todo, de las nociones vinculadas a éste” (p.178).

Este contenido y sus aplicaciones pueden verse en distintas áreas. En España, por ejemplo, la proporcionalidad es un objeto matemático longitudinal en el currículo de Educación Primaria y Secundaria. Además, es transversal a diferentes materias como física, química, arte, educación plástica, entre otras (Wilhelmi, 2017).

En Latinoamérica, la enseñanza de la proporcionalidad ha tenido cambios importantes a lo largo del último siglo, por ejemplo, en los programas mexicanos, al igual que en los de otros países, se han percibido que estos cambios son esencialmente en la manera en que se reconstruye y se define la noción de proporcionalidad. Estos cambios han afectado el conocimiento que se tiene del tema, incluido el de los maestros (Balderas, Block y Guerra, 2006), pues dicho conocimiento es producto del sistema de enseñanza. A su vez, esto influye en los contenidos que los maestros enseñan en su aula.

Espinel, et al. (2010) señalan:

El estudio de los porcentajes ha sido objeto de distintas investigaciones, debido a las dificultades que manifiestan los alumnos para su uso correcto, muchas veces debidas a

problemas lingüísticos. Se puede encontrar trabajos en los que se proponen pautas para mejorar y ampliar el tipo de problema sobre porcentaje que se plantee a los alumnos. (p. 2)

Es interesante, además, notar las aplicaciones que se le pueden dar a la proporcionalidad respecto a las problemáticas que se pueden plantear en base a ella. Al respecto, Boissard (1994) menciona que no es un misterio que la proporcionalidad es para muchos alumnos una noción que plantea problema, indicando que su dominio es indispensable no sólo para las matemáticas sino también para la mayoría de las disciplinas escolares y otras formaciones profesionales.

En Chile, el porcentaje y los contenidos vinculados a la enseñanza de este concepto se comienzan a trabajar desde la Educación Básica. Desde sexto año básico iniciando con el contenido de razones, pasando por séptimo año definiendo el porcentaje como tal hasta octavo año con el contenido de variaciones porcentuales. Cabe también mencionar que las variaciones porcentuales son muy utilizadas en áreas como la geometría, la estadística, la aritmética, etc., y también usadas en diversas áreas de las ciencias naturales o de la cotidianidad misma. ya que muchas veces en el comercio se observan situaciones de promoción que son expresadas con variaciones porcentuales.

En síntesis, las variaciones porcentuales permiten que el estudiante establezca relaciones entre ideas y conceptos en términos de cambios variacionales y puedan someterse a diversas situaciones cotidianas donde puedan aplicar este razonamiento para resolver problemas de manera óptima.

Producto de lo que se ha mencionado en los párrafos anteriores es que se ha decidido realizar un análisis a los textos escolares y a cómo estos plantean actividades que busquen abordar el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas en estudiantes de octavo año de enseñanza básica chilena.

Objetivos

Objetivo general

Analizar las actividades que presentan los textos escolares de matemática propuesto por el MINEDUC a través de la resolución de problemas en 8° año de enseñanza básica en relación con el contenido de variaciones porcentuales.

Objetivos específicos

1. Clasificar las actividades que proponen los textos escolares de 8° básico en relación con el contenido de variaciones porcentuales.
2. Analizar los problemas de variaciones porcentuales presentes los textos escolares de 8° básico a través de la clasificación de problemas.
3. Describir la coherencia entre el currículum prescrito y su implementación a través de los textos escolares en relación con los problemas de variaciones porcentuales.

Capítulo II

Marco Teórico

Currículum prescrito

El currículum nacional es una herramienta fundamental de cada país pues proyecta las visiones de la sociedad y establece la finalidad de la educación por medio de la selección de las competencias necesarias para que las personas se desarrollen y participen en los distintos ámbitos de la vida (Duk y Loren, 2010).

San Martín, Salas, Howard y Blanco (2017) hacen referencias a que el currículum nacional es uno de los mecanismos centrales que permite guiar el proceso y la progresión de aprendizajes de sus estudiantes. En Chile, existe un grupo de tres elementos vinculados entre sí que dan origen a la cobertura curricular, en el cual se incluyen el currículum prescrito, el implementado y el aprendido. El MINEDUC (2018) señala con respecto al currículum prescrito:

El currículum, prescrito en nuestro país, está definido por los Planes y Programas dados por el Ministerio de Educación y adaptados a las planificaciones que cada docente debe realizar para su disciplina. (p.3)

El MINEDUC (2015) señala con respecto a los planes de estudios:

Los planes de estudio se refieren a la organización del tiempo escolar y establecen el tiempo mínimo que se estima necesario destinar a cada una de las asignaturas para cumplir satisfactoriamente con los programas de estudio del Ministerio de Educación. Es decir, los planes de estudio propuestos por el Ministerio de Educación son válidos únicamente para los establecimientos que se rijan por los programas del propio Ministerio (p. 23).

Además, el MINEDUC (2015) señala en relación a los programas de estudio:

Los programas de estudio entregan, al menos, una organización temporal de los Objetivos de Aprendizaje para su logro en cada año escolar. Constituyen una propuesta que organiza en el tiempo los Objetivos de Aprendizaje para facilitar a la o el docente su quehacer en el aula. En ellos se define una secuencia recomendada de los objetivos, una estimación aproximada del tiempo escolar requerido, indicadores de logro sugeridos y ejemplos de actividades de aprendizaje y de evaluación. Estos instrumentos tienen un carácter flexible y general para que puedan adaptarse a las realidades de los establecimientos educacionales (p. 23).

En el programa de estudio de matemática de octavo año de enseñanza básica, el MINEDUC (2016) plantea:

Por medio de los Objetivos de Aprendizaje (OA), las bases curriculares definen los desempeños mínimos que se espera que todos los estudiantes logren en cada asignatura y nivel de enseñanza. Dichos objetivos integran habilidades, conocimientos y actitudes fundamentales para que los jóvenes alcancen un desarrollo armónico e integral que les permita enfrentar su futuro con todas las herramientas necesarias y participar de manera activa y responsable en la sociedad. (p. 6)

Por otra parte, el MINEDUC (2016) señala que “Las habilidades son capacidades para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad. Pueden desarrollarse en los ámbitos intelectual, psicomotriz o psicosocial” (p. 8). De aquí se desprende y refuerza la idea de centrar la enseñanza en desarrollar las habilidades para fomentar en los alumnos nuevas capacidades para desenvolverse en su vida.

Dentro de la organización curricular existen cuatro habilidades (resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar), las cuales se articulan para promover el aprendizaje de la matemática. MINEDUC (2016) menciona que estas habilidades se “interrelacionan y juegan un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos en contextos diversos” (p. 37)

En esta investigación se abordará principalmente la resolución de problemas, es necesario destacar que la resolución de problemas no excluye el trabajo de las otras

habilidades mencionadas anteriormente, pero se trabajará la resolución de problemas, pues dentro del programa de estudio de octavo año de enseñanza básica esta habilidad se señala como el foco de la asignatura de matemática, tal como lo señala el MINEDUC (2016):

La asignatura se focaliza en la resolución de problemas. Resolver un problema implica no solo poner en juego un amplio conjunto de habilidades, sino también la creatividad para buscar y probar diversas soluciones. Al poner el énfasis en la resolución de problemas, se busca, por un lado, que los estudiantes descubran la utilidad de las matemáticas en la vida real y, por otro, abrir espacios para conectar esta disciplina con otras asignaturas. En este contexto, muchas veces lo que más aporta al aprendizaje de los estudiantes no es la solución a un problema matemático, sino el proceso de búsqueda creativa de soluciones en cualquier área del conocimiento. (p. 36)

En el programa de estudio, además de promover la integración de las cuatro habilidades se definen cuatro unidades (Números, Álgebra y funciones, Geometría y Datos y Azar) donde cada unidad está compuesta por una selección de objetivos de aprendizaje. En esta investigación se dará énfasis en la Unidad 1 “Números” y específicamente se abordará el Objetivo de Aprendizaje N°5.

En la tabla 1 se presenta el Objetivo de Aprendizaje que se trabajará en esta investigación con sus respectivos indicadores de evaluación.

Tabla 1. Objetivo de Aprendizaje e Indicadores de Evaluación de programa de 8° básico

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
OA 5 Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro	Relacionan porcentajes rebajados y aumentados con situaciones reales; por ejemplo: ofertas de venta, aumento del sueldo, inflación, etc. Identifican, en expresiones de la vida diaria, los tres términos involucrados en el cálculo porcentual: el porcentaje, el valor inicial que corresponde al porcentaje y el valor que corresponde a la base. Expresan porcentajes aumentados o rebajados con números decimales y viceversa; por ejemplo: un aumento de 15% es equivalente a multiplicar el valor inicial por 1,15; la rebaja de 12% es equivalente a multiplicar el valor inicial por 0,88, etc. Determinan el porcentaje de promociones; por ejemplo: “lleve 4 – pague 3”, etc. Comparan críticamente varias ofertas de la compra en cuotas y calculan el costo total de la compra.

Fuente: Elaboración personal

Propuesta del MINEDUC para la resolución de problemas

El MINEDUC (2015), en su cuaderno *Conversemos sobre resolución de problemas*, entrega cuatro puntos a seguir para llevar a cabo un buen desarrollo de la resolución de problemas (p. 5-6):

1. Entender: Corresponde a la comprensión del enunciado y el esclarecimiento de la situación problema. Implica leer, observar y/o escuchar comprensivamente e “interrogar” la situación, para luego identificar cuál es el problema y cuál es la información que está disponible. A partir de esto, es posible detectar cuál es la información que falta, y, por lo tanto, el problema u obstáculo que se debe resolver. Constituye el primer “*contacto*” con el problema y es el momento en donde se establecen las primeras relaciones entre ideas, hechos, datos e interrogantes.
2. Planificar: Consiste en elaborar el o los caminos de solución, poniendo en análisis razonamientos lógicos y estableciendo relaciones entre los datos y la incógnita. Implica aplicar conocimientos previos y seleccionar aquellos que pueden ser útiles para resolver el problema, además de identificar las distintas posibilidades de solución, seleccionar una estrategia y anticipar los pasos a seguir. Durante esta etapa es importante apoyar la autonomía, incentivando que sus estudiantes descubran cómo podrían resolver el problema. Así, se les entrega orientación y apoyo, pero sin señalarles acciones o estrategias de resolución.
3. Hacer: Consiste en poner en acción las ideas y estrategias que se han planificado anteriormente. Expresar acciones en lenguaje matemático a partir de representaciones pictóricas y explicaciones. Emplear diversas estrategias para resolver un problema: ensayo y error, aplicación de conocimientos, entre otros. Describir una situación problema con un lenguaje o modelo matemático, una operación, ecuación, etc. Descubrir regularidades numéricas y geométricas y comunicarlas a otros.
4. Comprobar: Es el proceso de verificación de la respuesta y de comprobación de los razonamientos realizados. Es el momento en que muestran y demuestran, hacen

generalizaciones, observan casos particulares, expresan y comunican con claridad la respuesta a la pregunta planteada.

Perspectivas de la resolución de problemas

La resolución de problemas es indispensable en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, pues ofrece al estudiante oportunidades para establecer conexiones razonadas entre distintos elementos matemáticos y promueve el trabajo de habilidades como examinar, representar y aplicar, y además que se entrene en el uso de procesos asociados al pensamiento matemático avanzado como abstraer, analizar, conjeturar, generalizar o sintetizar, según indica Kilpatrick (citado por Felmer, Perdomo-Díaz, 2017).

Felmer, Perdomo-Díaz y Reyes (2019) señalan que “en las aulas escolares chilenas la resolución de problemas ha estado prácticamente ausente, aunque ha sido declarado en el currículum nacional incluso antes de la reforma del 2012” (p. 313), lo que indica que no se ha visto una mejora en esta habilidad respecto a su implementación en el aula. Su respaldo se basa en la experiencia vivida por él en las salas de clases y las experiencias de los colaboradores que lo rodean, también expertos en la resolución de problemas.

Además, Felmer, et al. (2019) entregan una definición del concepto problema como:

Una actividad matemática para la cual la persona que la enfrenta no conoce un procedimiento que le conduzca a la solución, tiene interés en resolverlo, le supone un desafío y siente que lo puede resolver. Un problema puede estar planteado en un contexto matemático o no matemático (p. 317).

Actualmente, muchos docentes presentan confusión respecto a los conceptos de ejercicio y problema, creyendo que todos los ejercicios expuestos son un problema. Al respecto, Vila y Callejo (2004) mencionan que el objetivo de un ejercicio es que “el alumno aplique de forma mecánica conocimientos y algoritmos ya adquiridos y fáciles de identificar”. El MINEDUC en la revista de políticas educativas (2015) hace referencia a la diferencia conceptual entre problema y ejercicio como “Una actividad matemática es un

problema cuando el resolutor no conoce un procedimiento que lo lleve de forma directa a la solución, en caso contrario se dirá que dicha actividad matemática es un ejercicio” (p. 70)

Propuesta de resolución de problemas por George Pólya

George Pólya matemático húngaro, escribe un libro llamado *How to solve it* en el año 1945, traducido al español, *Cómo plantear y resolver problemas*, en una publicación en el año 1989, señala que a la hora de resolver un problema la visión que se tendrá de éste irá cambiando en la medida que se vaya avanzando y cambiará nuevamente cuando se esté al límite de encontrar la solución de éste.

En su propuesta Pólya (1989) establece 4 fases de trabajo para abordar un problema, las cuales se presentan a continuación (p. 28-38):

1. Comprensión del problema: En el desarrollo de esta primera fase es imprescindible entender que el problema que se abordará durante la clase debe ser escogido y redactado de manera cuidadosa con la finalidad de que sea comprendido, despierte el interés y el deseo por el estudiante de encontrar la solución a éste. El estudiante debe ser capaz de separar las principales partes del problema, para ello se sugiere que se vaya direccionando el trabajo con preguntas como: ¿De qué trata el problema?, ¿es suficiente la información que te entregan para poder resolver el problema?, ¿qué es lo que se pide en el problema?

2. Concepción de un plan: Una vez que los estudiantes hayan comprendido el problema se inicia una nueva fase, la cual consiste en ciertas concepciones, cálculos o razonamientos que se utilizarán para llevar a cabo la resolución del problema. Este camino desde que se comprende el problema hasta que se tiene una concepción de cómo se desarrollara el problema puede ser muy largo o muy corto, todo dependerá de los conocimientos adquiridos previamente que tengan los alumnos.

Es por esto por lo que Pólya sugiere que lo mejor que puede hacer el maestro por sus alumnos es conducirlos a esa idea brillante que le guiará a la resolución del problema. Este camino de llegar a aquella idea brillante se puede abordar planteando ciertas preguntas, tales como: ¿Conocen algún problema relacionado con el que se está trabajando actual?, ¿existe algún problema que te sea familiar?

Estas preguntas bien comprendidas y analizadas en ciertas ocasiones logran provocar un encadenamiento correcto de las ideas. Cuando esto no ocurra es necesario buscar otras estrategias como por ejemplo tratar de transformar el problema planteando la siguiente pregunta: ¿es posible enunciar el problema de una forma diferente? Una vez que se plantea este tipo de preguntas que busca analizar el problema desde otra perspectiva, es importante no desenfocarse ni desviarse del problema inicial, es por esto que se sugiere plantear preguntas que permiten que la situación sea conducida directamente a él, como por ejemplo: ¿has empleado todos los datos?

3. Ejecución del plan: Durante esta fase lo que se desea lograr es que los alumnos ejecuten el plan que ha sido concebido en la fase anterior. Durante el proceso de la ejecución del plan pueden nacer algunos errores, es por esto que es necesario examinar los detalles uno tras otro, el profesor deberá insistir en que los estudiantes verifiquen cada paso que vayan realizando en la resolución del problema. Lo primordial de esta fase es que el alumno esté completamente seguro de la exactitud de cada paso y el profesor puede plantear la siguiente pregunta: ¿pueden ustedes ver claramente que el paso realizado es correcto?

4. Visión retrospectiva: Durante esta última fase se busca que los alumnos comprendan que ningún problema puede considerarse completamente terminado, enfatizando que siempre puede quedar algo que hacer, es decir, se puede mejorar la solución a la que se llegó o se puede mejorar la comprensión de la solución, para esto, el maestro puede plantear algunas preguntas como, por ejemplo: ¿Pueden verificar el resultado?, ¿pueden verificar el razonamiento?, ¿pueden obtener el resultado de una manera distinta?

Además, el profesor debe promover la imaginación de casos en los que se pueda utilizar el mismo proceso de razonamiento del problema o aplicar el resultado obtenido, para ello, puede plantear la siguiente pregunta: ¿Pueden utilizar el resultado o el método para resolver algún otro problema?

Además, George Pólya elaboró un diccionario de heurística que consiste en una colección de técnicas y notas históricas ordenadas alfabéticamente. Analiza en qué consiste la generalización, la analogía, las reglas de descubrimiento, el profesor de matemática tradicional, el razonamiento heurístico, etc. Pólya (1989) hace diferencia entre heurística y heurística moderna, en el primer caso, hace referencia al estudio de las reglas y métodos del descubrimiento y la invención. La que describe en el mismo párrafo como “una ciencia bastante mal definida y que se relacionaba tan pronto a la lógica, como a la filosofía o a la psicología” (p. 101). En el segundo caso, Pólya (1989) la define de la siguiente manera:

La heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso. Un estudio serio de la heurística debe tener en cuenta el trasfondo tanto lógico, como psicológico (p. 102).

En resumen, Pólya hace la diferencia entre la heurística y la heurística moderna señalando que en la heurística moderna se incluye, además del conjunto de técnicas y métodos de aprendizaje, el aspecto psicológico que se involucra en la resolución de problemas.

Por otra parte, también establece una de las primeras clasificaciones de problemas, donde sólo señala dos tipos: el problema por resolver y el problema por demostrar. Según Pólya (1989):

El propósito de un “problema por resolver” es descubrir cierto objeto, la incógnita del problema. La incógnita recibe también el nombre de “quaesitum”, o lo que se busca, o lo que se pide. Los “problemas por resolver” pueden ser teóricos o prácticos, abstractos o concretos; son problemas serios o simples acertijos.

El propósito de “un problema por demostrar” consiste en demostrar de modo concluyente la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada. (p. 161)

Propuesta de resolución de problemas por Alan Schoenfeld

Alan Henry Schoenfeld es un matemático y profesor estadounidense nacido el año 1947. Su lectura sobre Pólya y su primer libro en 1945, llamado *Cómo plantear y resolver problemas* lo lleva a interesarse sobre la Resolución de Problemas. Schoenfeld publicó su libro llamado *Mathematical Problem Solving* en 1985, basado en trabajos realizados en los años 80 del siglo XX, con especial énfasis en lo descrito por Pólya.

En su trabajo, Schoenfeld (1992) también entrega su definición respecto a lo que considera un problema, afirmando que es “algo que requiere ser hecho o que requiere hacer algo en matemática”(p. 336). También propone la siguiente definición: “Cuestión matemática que es confusa o difícil” (p. 337). Además, debe presentar una dificultad para el resolutor, la que no puede ser solamente de tipo operacional.

Al analizar lo descrito por Pólya, Schoenfeld (1985) concluye que en la resolución de problemas no influye únicamente la heurística, como lo mencionaba este último, sino que existen otros factores importantes que se deben considerar. Además de la heurística propuesta por Pólya, plantea como factores importantes las siguientes dimensiones: recursos, control y conjunto de creencias.

Schoenfeld (1985) señala que los recursos son los conocimientos previos que posee cada individuo, y representan las bases sobre las cuales se construye el desempeño de resolución de problemas. Aquí se pueden encontrar los conceptos, fórmulas, algoritmos y diversas nociones de cómo resolver un problema que pueda tener el estudiante. Asimismo, Barrantes (2006) señala que es importante considerar aquellos “recursos defectuosos” que posee el estudiante, que corresponden a falsas concepciones, procedimientos y fórmulas incorrectas o conocimientos mal aprendidos que el estudiante cree dominar correctamente.

Además, con respecto al control se refiere a cómo el estudiante controla su trabajo, para que, si es que en algún momento de su procedimiento se seleccionó una herramienta poco adecuada, pueda analizar su metodología y corregir los errores. Se menciona la importancia de llevar un constante monitoreo de los procedimientos que llevan a la resolución de un problema, e ir percatándose del nivel de seguridad con que el estudiante desarrolla el mismo.

Finalmente, Schoenfeld (1985) define el conjunto de creencias como “las perspectivas de uno mismo sobre la naturaleza de una disciplina y sobre cómo se trabaja en ella” (p.12), resaltando la importancia de este conjunto de concepciones que tenga tanto el estudiante, la sociedad y el profesor acerca de la matemática, debido a que las creencias influyen en la actitud que tenga un individuo en la resolución de problemas.

Bajo la conceptualización descrita por Pólya en su trabajo *How to solve it* de 1945, Schoenfeld (1985) indica que hay una problemática con las heurísticas en su trabajo, pues cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares. No todos los problemas pueden ser resueltos de la misma manera, en esta línea, las mismas tareas que requieren esfuerzos significativos para algunos estudiantes, pueden ser ejercicios de rutina para otros. Esto indica que, para resolver un problema, no basta sólo con seguir una metodología o procedimiento general para llegar a su solución, sino que se deben considerar todos los aspectos que describe Schoenfeld, que involucran tanto al estudiante como al docente.

Clasificaciones de problemas

Con el pasar del tiempo, algunos autores como Borasi (1986), Abrantes (1989), Boavida (1993), entre otros, han establecido sus propios sistemas de clasificación de problemas matemáticos que incorporan algunas categorías y subcategorías, basándose en antiguos autores (entre ellos Pólya), incorporando diversos aspectos anteriormente no

considerados. A continuación, se presentan algunos de los autores mencionados con sus respectivas clasificaciones.

1. Raffaella Borasi

Raffaella Borasi nacida en Italia el año 1958, profesora de la Universidad de Rochester realizó en el año 1986 un estudio educacional en matemática denominado *On the nature of problems* traducido al español como *En la naturaleza de los problemas*.

Borasi (1986) establece una posible organización donde cada problema se puede clasificar dependiendo del tipo de problema, contexto, de qué manera está formulado, cómo es la solución del problema, finalizando por los métodos de acercamiento que llevarán a una posible solución del problema.

Además, señala que a la hora de analizar problemas de una manera más profunda es necesario considerar ciertos aspectos estructurales. Para ello menciona 4 categorías que se detallan a continuación (p. 128 - 139):

1. Formulación del problema: se refiere a la definición explícita de la tarea a ser realizada, según Adams (1974) la formulación del problema es el primer paso para su resolución. Esta puede aparecer de forma específica como la pregunta a la que hay que responder, o puede dejarse para que sea formulada por el resolutor del problema, lo que da lugar a diferentes respuestas en función de la interpretación que hace cada persona.

2. Contexto del problema: se refiere a la situación en la que el problema mismo está situado. Su principal función es entregar al resolutor información suficiente del problema para encontrar e interpretar la solución de éste. El contexto dentro del problema puede aparecer de manera explícita totalmente, parcialmente o puede no aparecer.

3. Solución del problema: las soluciones dependen de la formulación del problema, se entiende como solución de problema el conjunto de soluciones que satisfacen las condiciones del problema propuesto. Esta puede ser única y exacta, general pero no única, tiene muchas soluciones posibles y éstas son aproximadas o no hay solución.

4. Métodos de aproximación: son los métodos, estrategias o actividades que podrían ser útiles a la hora de abordar un problema específico. Ellas deben incluir:

- Formas de recopilar la información necesaria.
- Estrategias de planteamiento de problemas para formular o reformular adecuadamente el problema
- Heurística que podría ayudar a alcanzar una solución una vez que se formula el problema y se identifica el contexto.

Estos 4 elementos estructurales proporcionan una herramienta para la evaluación y clasificación de problemas. Borasi menciona 7 tipos de problemas, donde plantea un ejemplo de cada uno de ellos, los cuales se detallan a continuación:

1. Ejercicio: *Encuentra el resultado de $4 \times 2 + 6 \times 3$*

Las habilidades que se trabajan en este ejercicio, con respecto a la resolución de problemas se ven muy limitadas, por el hecho de que en este caso la formulación se da explícitamente en el texto junto con toda la información necesaria.

2. Problemas del mundo: *María compró una hamburguesa por \$0,90 y una coca cola por \$0,30. Si el impuesto del local a las ventas es del 5%. ¿Cuánto cambio debería recibir si le entrega al vendedor \$2,00?* Kantowski (citado por Borasi, 1989)

Se presenta de manera explícita el contexto en el problema. El texto contiene precisamente la información necesaria para resolverlo. En este tipo de problemas generalmente se debe escoger un algoritmo aprendido combinándolo con los datos disponibles en el enunciado para así llegar a la solución de éste.

3. Problemas de Puzles: *Seis fósforos deben ser ensamblados para formar 4 triángulos equiláteros congruentes, donde cada lado tiene la misma longitud que los fósforos.* Scheerer (citado por Borasi, 1989)

En este caso para llegar a la solución del problema se debe reorganizar la información dada y eventualmente redefinir la formulación original.

4. Prueba de una conjetura: *Pruebe que: Si a , b y c son enteros impares, entonces las raíces de $ax^2 + bx + c = 0$ no son racionales.* HTll (citado por Borasi, 1989)

En este caso la formulación se establece de manera única y explícita, sin embargo, el contexto solo se da parcialmente en el texto, en términos de hipótesis del teorema. Para encontrar una solución se deberá considerar otros hechos matemáticos, como, por ejemplo, propiedades de ecuaciones de segundo grado y sus raíces, o nociones algebraicas elementales.

5. Problema de la vida real: *Se desea alfombrar una habitación pequeña de forma irregular, al hacer esto quieren estimar la cantidad de alfombra que deberán comprar* Kieren (citado por Borasi, 1989)

El contexto y la formulación no se han proporcionado completamente en el problema planteado. Para hallar una solución primero, se tendrá que adquirir más información sobre la habitación, sobre la forma en que se venden las alfombras. Los métodos para resolver el problema involucran tres pasos principales:

1. Creación de un modelo matemático de la situación
2. Aplicación de técnicas matemáticas al modelo
3. Traducción de estos resultados a la vida real para verificar su validez.

6. Situación problemática: *El teorema fundamental de la aritmética afirma que cualquier número natural mayor que 1 se puede representar como un producto de números primos de forma única. Comente qué sucedería si se reemplaza el producto por la suma.* Brown (citado por Borasi, 1989)

El contexto solo se da parcialmente en el texto (en términos de la información sobre el teorema fundamental de la aritmética), existen varias alternativas las soluciones son posibles y dependen en gran medida de redefiniciones más precisas de la formulación original. Los métodos de enfoque para este problema son claramente diversos y complejos. Las actividades que involucran la generación de nuevos teoremas podrían proporcionar a los estudiantes experiencias de planteamientos y resolución de problemas.

7. Situación: *Considere los siguientes tríos pitagóricos*

3 - 4 - 5, 5 - 12 - 13, 8 - 15 - 17, 7 - 24 - 25 Brown-Walter (citado por Borasi, 1989)

Se puede discutir si esto es considerado un problema o no, ya que falta una formulación y un contexto. Se puede decir que en este caso el objetivo principal es que el estudiante pueda establecer a partir de esta situación un problema. El resolutor podría encontrar y explorar tantas preguntas y conjeturas como sea posible con respecto a la situación dada.

2. Paulo Abrantes

Paulo Abrantes realiza una investigación en las matemáticas, referente a la resolución de problemas, en donde menciona la importancia de esta habilidad y la diferencia entre problema y ejercicio. También entrega 7 clasificaciones de problemas en su investigación *Um (bom) problema (não) é (só)...* traducido al español *Un buen problema no es solo...* donde a través de ejemplos da a conocer los tipos de problemas para luego explicarlos. Las clasificaciones entregadas por Abrantes (1989) son las siguientes:

1. **Ejercicio:** es cuando un alumno conoce el algoritmo para resolver la actividad.

Ejemplo: Calcular el valor de $x^2 - 3x$ para $x = 2$

2. **Problema de palabras:** el enunciado del problema está descrito cien por ciento en palabras, contrario a la primera clasificación, donde el alumno no debe traducir al lenguaje matemático el enunciado para llegar a la solución.

Ejemplo: un cliente compra el primer día 2,3 metros de un terreno. Al día siguiente, compra 1,5 metros más del mismo. ¿Cuántos metros de terreno compró en total?

3. **Problema para resolver:** en este caso, los problemas presentan un grado mayor de dificultad, donde el alumno debe recurrir a estrategias aprendidas para plantear una nueva estrategia para resolver el problema.

Ejemplo: João tiene la mitad de edad de su padre. Sabiendo que la suma de las edades es 72. ¿Cuántos años tiene João?

4. **Problema para demostrar:** son aquellos problemas donde el alumno debe ser capaz de encontrar una manera de probar una conjetura o una proposición.

Ejemplo: usando casos de similitud, muestra que la altura relativa a la hipotenusa divide un triángulo rectángulo en dos triángulos similares.

5. **Problema para descubrir:** son los tipos de problemas que buscan en el alumno despertar la curiosidad y el gusto por las matemáticas.

Ejemplo: usando apenas seis fósforos, forma cuatro triángulos equiláteros geoméricamente iguales.

6. **Problema de la vida real:** Son aquellos en donde los problemas matemáticos se adecuan a situaciones de la vida, que no necesariamente son del día a día del alumno, por ello no existe una solución única y las diversas soluciones aceptables no siempre serán rigurosas sino aproximadas.

Ejemplo: construye un plano de un estadio, un campo de fútbol y una pista de atletismo.

7. **Situación problemática:** este tipo de problemas presentan la matemática como contexto, donde se formulan uno o más problemas. Las soluciones no son únicas y se invita al alumno a realizar conjeturas para luego probarlas.

Ejemplo: El producto de tres enteros consecutivos es siempre un número par múltiplo de 3. Comente la situación si sustituimos la suma por un producto.

8. **Situación:** este tipo de problemas invita al alumno a explorar más el contexto. En otras palabras:

Explorar aquí tiene exactamente el significado normal de la palabra: ingresar a terreno desconocido, recopilar datos, detectar diferencias, ser sensible a las repeticiones y analogías, reconocer regularidades y patrones, o tal vez un sentido aún más fuerte, investigar, buscar encontrar, buscar descubrir. El espacio a explorar no es ahora el Atlántico, sino, por ejemplo, una página llena de números. (APM,1988, p. 47)

Ejemplo: considere una página llena de números:

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
...	...	...	...

(APM, 1988, p. 47)

3. Ana María Boavida

Ana María Boavida es una investigadora matemática nacida en Portugal, en el año 1993 realiza una investigación denominada *Resolução de Problemas em Educação Matemática*, traducido al español *Resolución de Problemas en Educación Matemática*.

Boavida (1993) señala las clasificaciones que proponen Borasi (1986) y Abrantes (1989). Además, establece una clasificación donde abarca ambas propuestas por dichos autores, señalando con la letra A lo propuesto por Abrantes y con la letra B lo propuesto por Borasi, la tabla se presenta a continuación:

Tabla 2. Propuesta de Boavida en base a Abrantes y Borasi

Tipo de problema	Autor	Contexto	Formulación	Solución	Método de resolución
Ejercicio	A B	Inexistente	Explícita, única y cerrada	La mayoría de las veces, única y exacta	Utilización de algoritmos previamente conocidos.
Problemas de palabras	A B	Totalmente explícito no enunciado			
Problemas para resolver	A			Única y exacta	
Problema para demostrar	A		Explícita y cerrada		

Prueba de una conjetura	A	Solo en parte del enunciado; se supone el conocimiento de teorías	Única y explícita.	Generalmente pero no necesariamente única.	Exploración del contexto; reformulaciones: elaboración de nuevos algoritmos, etc.
Problema para descubrir	B	Totalmente explícito en el enunciado.		La mayoría de las veces única y exacta	Acto de visión, reformulaciones, elaboración de un nuevo algoritmo, etc.
Problema de la vida real	A B	Solo en parte del enunciado.	Parcialmente dada; muchas alternativas posibles; explícita y abierta.	Varias; solo soluciones aproximadas	Exploración del contexto; formulación de problemas, creación de un modelo, etc.
Situación problemática	A B	Solo en parte del enunciado que es problemático.	Implícitamente, abierta.	Varias	Exploración de contexto, reformulaciones, formulación de problemas.
Situación	A B	Solo en una parte del enunciado que no es problemático.	Inexistente ni siquiera implícitamente.		Formulación de problemas

Fuente: Boavida (1993)

4. *Claudia Herdeiro Cavaco*

Claudia Herdeiro Cavaco Cardoso doctora en Didáctica de la Matemática, realizó una investigación el año 2010 denominada *A resolução de problemas nos manuais escolares de Matemática do 9o ano de escolaridade*, traducido al español como La resolución de problemas en los textos escolares de 9º año escolar, donde el objetivo principal de su investigación es conocer el papel de la resolución de problemas en los libros de textos escolares.

Herdeiro (2010) plantea la siguiente pregunta ¿Qué tipo de actividades nos encontramos en los textos escolares? Para responder esta pregunta señala que se aplicará el modelo de Borasi (1986), incrementado por Abrantes (1989) y que Boavida resumió en la tabla 2.

Herdeiro considera los 4 elementos estructurales que señala Borasi (contexto, formulación, solución y método de aproximación). A pesar de adoptar esta propuesta de trabajo, Herdeiro señala dentro de las categorías antes mencionada establece subcategorías. (p. 104 - 157)

Dentro de la categoría *contexto*, establece 8 subcategorías, las cuales se mencionan a continuación:

1. Contexto
 - 1.1. Sin contexto
 - 1.2. Contexto de la vida real
 - 1.3. Contexto que no es de la vida real
 - 1.4. Contexto de datos que no son genuinos
 - 1.5. Contexto sin conexión
 - 1.6. Contexto con conexión con otras áreas de la matemática
 - 1.7. Contexto con otras áreas disciplinares

2. En cuanto a la formulación, establece 4 subcategorías:

2.1. Ilustración

2.1.1. Sin ilustración

2.1.2. Ilustración decorativa

2.1.3. Ilustración representativa

2.1.4. Ilustración informativa

2.2. Cantidad de preguntas

2.2.1. Formulación simple

2.2.2. Formulación agrupada

2.3. Información proporcionada

2.3.1. Información proporcionada suficiente.

2.3.2. Información proporcionada insuficiente.

2.3.3. Información proporcionada excesiva.

2.4. Representación

2.4.1. Exclusivamente verbal

2.4.2. Con recurso de tabla

2.4.3. Con recurso de expresión algebraica

2.4.4. Con recurso gráfico

2.4.5. Con recurso de diagrama (probabilidades)

3. En cuanto a la solución, establece 6 subcategorías:

3.1. Respuesta cerrada:

3.1.1. Respuesta cerrada corta

3.1.2. Respuesta cerrada de desarrollo

3.1.3. Respuesta cerrada de completitud

3.1.4. Respuesta cerrada de tipo verdadero/falso

- 3.1.5. Respuesta cerrada de asociación o correspondencia
- 3.1.6. Respuesta cerrada de selección múltiple
- 3.1.7. Respuesta cerrada de transformación
- 3.1.8. Respuesta pedida cerrada
- 3.1.9. Respuesta cerrada de diagrama
- 3.2. Respuesta abierta:
 - 3.2.1. Respuesta abierta corta:
 - 3.2.2. Respuesta abierta de desarrollo
 - 3.2.3. Respuesta de transformación abierta
 - 3.2.4. Respuesta abierta de diagrama
 - 3.2.5. Respuesta cerrada de verdadero/falso con respuesta abierta de desarrollo
 - 3.2.6. Respuesta cerrada de selección múltiple con respuesta abierta de desarrollo
 - 3.2.7. Respuesta cerrada corta de completación de diagrama
- 3.3. Justificación
 - 3.3.1. Respuesta sin justificación
 - 3.3.2. Respuesta con justificación
- 3.4. Con recurso
 - 3.4.1. Con recurso de tabla
 - 3.4.2. Con recurso de diagrama
 - 3.4.3. Con recurso de gráfico
 - 3.4.4. Con recurso de expresión algebraica
 - 3.4.5. Respuesta con recurso de diagrama (probabilidad)
 - 3.4.6. Respuesta sin recurso de tabla, diagrama gráfico o expresión algebraica.
- 3.5. Unicidad y exactitud
 - 3.5.1. Única y exacta
 - 3.5.2. No es única y exacta

3.6. Toma de decisión

3.6.1. Con toma de decisión

3.6.2. Sin toma de decisión

Capítulo III

Marco Metodológico

En el siguiente apartado se aborda el tipo de investigación que se llevó a cabo, los textos de estudio que se sometieron a análisis y finalmente se entrega el instrumento de categorización que se utiliza para clasificar los problemas con respecto al contenido de variaciones porcentuales, la que permite recopilar información necesaria para realizar el análisis y las posteriores conclusiones.

Tipo de Investigación

La presente investigación sigue una metodología de tipo cualitativa, pues “se orienta a analizar casos concretos en su particularidad temporal y local, y a partir de las expresiones y actividades de las personas en sus contextos locales” (Flick, 2007, p. 27), además se enmarca en el paradigma interpretativo desde la definición de Arnal, Del Rincón y Latorre (1992) siendo su finalidad el comprender e interpretar la realidad, los significados de las personas, percepciones, intenciones y acciones” (p.44). En este sentido, se pone énfasis en comprender el papel de la resolución de problemas en los libros de texto de octavo básico en Chile.

Esta investigación es categorizada como investigación aplicada, según Arnal et al. (1992) señala que la finalidad de una investigación aplicada es la transformación de las condiciones del acto didáctico y el mejoramiento de la calidad educativa. En este caso se busca que el análisis del texto escolar pueda mostrar un panorama acerca de cómo se trabaja actualmente la habilidad de resolución de problemas en las actividades propuestas en el texto escolar elaborado por el MINEDUC.

Además, se puede categorizar como una investigación transversal, ya que es un estudio realizado en un único momento determinado y no busca extenderse en un periodo prolongado de tiempo (Arnal et al., 1992)

Frente al análisis que se realizará, Hostil y Stone (1969) señalan: “El análisis de contenido es una técnica de investigación para formular inferencias identificando de manera sistemática y objetiva ciertas características específicas dentro de un texto” (p. 5).

En este análisis se pretende estudiar con objetividad el contenido del texto escolar, determinando aspectos que no se logran apreciar en un análisis superficial. Se seleccionará una parte del texto escolar y sobre ellas se definen categorías y subcategorías que serán examinadas de forma sistemática.

La investigación que se llevará a cabo hace referencia al estudio de casos, donde Goode y Hatt (1976) la describe como:

El método del estudio de caso no es una técnica particular para conseguir datos (como en la entrevista), sino una manera de organizar éstos con base en alguna unidad escogida, como puede ser la historia de vida del individuo, la historia del grupo o algún proceso social delimitado. Se pueden emplear todas las técnicas que utilice otro modo de organización: entrevistas intensivas, cuestionarios, historias personales, documentos, informes de casos hechos por otras personas, cartas, etc. La conservación del carácter unitario del caso viene ayudada por la amplitud de los datos reunidos y los niveles de casos que se añaden, por el empleo de índices y tipologías y por el hincapié que se hace de la interacción dentro de una dimensión del tiempo (p. 415).

Para denominar una investigación como estudio de casos, Arzaluz (2005), investigadora del Colegio de la Frontera Norte, basándose en Robert Yinn, entrega puntos que lo caracterizan. A continuación, se describen dos puntos descritos por Robert Yinn (1994):

- Sus preguntas deben ser el cómo y el porqué de los eventos contemporáneos.
- No controlar los eventos que está investigando, es decir, no es posible experimentar.

Además, Arzaluz complementa dos puntos más descrito como:

- El objetivo es hacer una investigación profunda sobre determinado proceso, conservando la visión total de fenómeno.
- No existe la intención de establecer una generalización en el sentido estadístico del término.

Por lo anteriormente mencionado, esta investigación se da a conocer como un diseño de estudio de casos, ya que recolecta información respecto a los problemas que plantea el libro de texto de octavo año básico, específicamente el contenido de variación porcentual, con el fin de generar un análisis pertinente y concluir si estos están enfocados en la habilidad de resolución de problemas.

Selección libros de textos

En Chile, los textos escolares son elaborados desde La Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación con la finalidad de ser un apoyo tanto para el docente como para los estudiantes en sus labores educativas. Como se ha mencionado anteriormente en esta investigación, el uso del libro de texto se ha transformado en un recurso importante en los procesos educativos, entre otras cosas, por el alcance que tienen estos libros.

Tal como señala el MINEDUC, quienes tienen derecho al acceso de los textos escolares son todos los estudiantes que se encuentren matriculados en un establecimiento municipal, particular subvencionado o de administración delegada, reconocido oficialmente por el Estado. Por lo anterior, los estudiantes desde el primer año de transición hasta el

cuarto año de enseñanza media, tienen acceso a los textos entregados por el Ministerio de Educación.

Dado que el currículum nacional sitúa la resolución de problemas como una habilidad fundamental en la enseñanza y que además casi la totalidad de estudiantes chilenos tienen acceso a los textos escolares elaborados y distribuidos por el MINEDUC, es que se considera pertinente realizar el estudio en base al texto de matemáticas de octavo año básico del año 2018 (también utilizado el año 2019) y el texto de matemática de octavo básico vigente el año 2020. El primer texto pertenece a la editorial SM Chile S.A y tiene por autores a Daniel Catalán Navarrete, Bernardita Pérez Ureta, Camila Prieto Córdoba y Pedro Rupin Gutiérrez. El segundo texto pertenece a la editorial Santillana y tiene por autores a Claudia Torres Jeldes y Mónica Caroca Toro.

En la presente investigación se realizará un análisis de los libros de texto donde se considerará un tema específico dentro de cada texto escolar. En este caso, se abordará las actividades del libro de texto 2018 - 2019 relacionadas al contenido de variaciones porcentuales perteneciente a la sección 3 de la unidad 1 y del libro de texto 2020 se abordarán las actividades del mismo contenido, variaciones porcentuales, perteneciente a la lección 3 de la unidad 1.

Unidad de análisis

La investigación presente, se desarrollará mediante distintas fases que servirán para esquematizar y ordenar el trabajo a realizar.

1. Categoría de análisis

López, Guerrero, Carrillo y Contreras (2015), en su publicación *La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis*, en la revista de Avances de Investigación en Educación Matemática (AIEM), agrupan algunas clasificaciones hechas

por Borasi, Abrantes, Boavida y Herdeiro para establecer una clasificación que responda a la aparición de nuevas características o tipos de problemas efectuando las incorporaciones necesarias a su instrumento.

López et al. (2015), establecen la siguiente clasificación de problemas para análisis de problemas de libros de texto, según distintas categorías (p. 77-89).

1. Tipos de problemas: En esta categoría se hace diferencia entre ejercicios, problemas de aplicación, problemas de la vida real, problemas de palabras, problemas para demostrar, problemas para descubrir y problemas de la práctica matemática.

1.1 Ejercicios: En este caso, solamente basta reconocer un concepto específico, o aplicar un algoritmo para conocer la solución del ejercicio. El resolutor no requiere utilizar su originalidad para resolverlo. El MINEDUC (2015) precisa esta conceptualización diferenciando el ejercicio del problema, siendo el primero cuando el estudiante conoce un procedimiento que lo lleve o conduzca a la solución.

Este tipo de ejercicios se suelen encontrar en pruebas como la PSU o SIMCE. En general, no suelen estar contextualizados, y se plantean con el fin de tener una respuesta rápida.

$$\text{Ejemplo: } \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{9} \right) : \frac{8}{15} =$$

Fuente: Elaboración personal

1.2 Problemas de palabras: Son aquellos problemas formulados en un contexto concreto, y para resolverlos es necesario traducir o transformar el enunciado a una expresión matemática. Además, el enunciado posee toda la información suficiente para plantear la resolución del mismo y pueden contener de manera implícita alguna estrategia a seguir.

Ejemplo: Camila tiene 20 años menos que Tamara. Si las edades de ambas suman menos de 80 años. ¿Cuál es la máxima edad que podría tener Camila?

En este caso, a pesar de que es posible utilizar técnicas como tablas de valores, la resolución de este problema necesita del planteamiento de una inecuación para obtener una solución.

1.3 Problemas de la vida real: Son aquellos problemas que se tratan de plantear lo más cercano posible a la realidad, y que requieren utilizar conceptos, sintetizar y utilizar la información de manera correcta. Por lo anterior, estos tipos de problemas dan lugar a la elaboración de diagramas, realización de estimaciones, cálculo de medidas o elaboración de análisis y síntesis enfocados en situaciones reales.

Ejemplo: Un balón de fútbol en una tienda de deportes a un precio \$25000, se está liquidando con un descuento del 30%. Si en un mes más el valor del balón aumentará en un 20%, ¿Cuál será el precio final de venta?

1.4 Problemas de aplicación: Son aquellos que no son problemas de palabras, pues no requieren de la traducción al lenguaje matemático como tal, pero que tampoco pueden considerarse como ejercicios, ya que plantean una situación en la que el alumno debe identificar un resultado relevante para poder solucionarlo, y su resolución no depende sólo de la utilización de un algoritmo simple.

La figura 1 muestra un caso de geometría plana. En este ejercicio se puede evidenciar que no es necesario plantear matemáticamente su enunciado, y a la vez para resolverlo requiere de la utilización de algún teorema como el de Pitágoras.

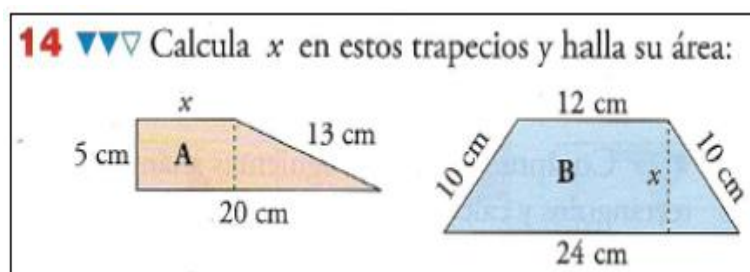


Figura 1. (Anaya, p. 183)

1.5 Problemas para demostrar: Son problemas en donde se utilizan teoremas o propiedades para justificar o refutar la validez de cierta proposición. Este tipo de problemas requiere de la utilización de un razonamiento deductivo para ser resueltos. En general, los teoremas utilizados sí tienen relación con la demostración solicitada. Respecto a la respuesta, esta es única, pero los caminos para llegar a ella pueden ser variados.

Ejemplo:

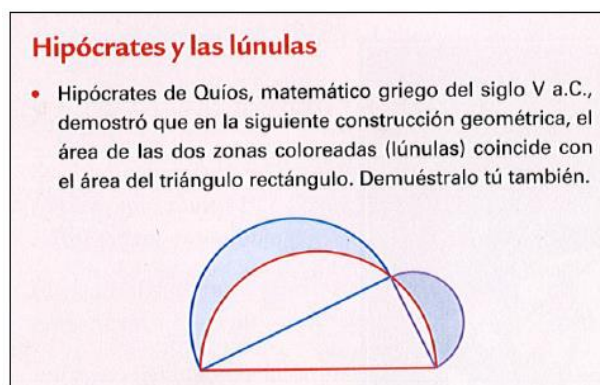


Figura 2. (Vincens Vives, p.137)

1.6 Problemas para descubrir: son los conocidos como “desafíos”, generalmente se encuentran al final de la unidad. La idea central de estos problemas es mostrarse de forma atrayente, entretenida o divertida, a menudo utilizan colores que resaltan respecto al resto de la página. Claros ejemplos de esto son los cuadrados mágicos o sudokus y en general todo tipo de ejercicios de completación, otro caso bastante común son los crucigramas, que suelen contener conceptos vistos en la unidad o la lección vista.

1.7 Problemas de la práctica matemática: son problemas que permiten la formulación de hipótesis para su posterior validación, además se realizan conjeturas, argumentaciones matemáticas y verificaciones.

2. Contexto: López et al. (2015), realizaron su clasificación en base al contexto tomando como base principalmente a Herdeiro (2010), pero también basándose en otros

autores, como Monterrubio y Ortega (2012). Así, se pueden encontrar las siguientes subcategorías:

2.1. Naturaleza del contexto

2.1.1. Contexto de la vida real: Se dirá que un problema está situado en un contexto de la vida real, cuando la raíz o esencia de este, esté asentado en el mundo real, o es una representación verdadera y válida de la realidad. El problema surge de la vida real, y también devuelve sus resultados a la vida real. A su vez, el contexto se puede subdividir en 4 categorías:

2.1.1.1 Contexto personal: relacionado con las actividades diarias de los alumnos, de manera que el problema resulte familiar.

2.1.1.2 Contexto interpersonal¹: Esta categoría hace referencia a aquellas actividades diarias donde no está involucrado el estudiante directamente.

2.1.1.3 Contexto público: se refieren a la localidad u otra zona más amplia en donde se encuentra el estudiante, requieren que los alumnos utilicen su comprensión, conocimiento y habilidades matemáticas para evaluar la situación y cómo repercute en la vida pública.

2.1.1.4 Contexto científico: estos problemas refieren la comprensión de un proceso tecnológico o alguna interpretación de una situación relacionada con las ciencias.

2.1.1.5 Contexto educativo o laboral: en este caso el estudiante se sitúa en un contexto de centro escolar, o bien entornos de trabajo. Se trata problemas en que la escuela o el lugar de trabajo proponen al estudiante una tarea o actividad matemática para encontrar la respuesta.

¹ Subcategoría (no incluida por López et al. (2015)) considerada necesaria, con la finalidad de entregar un contexto distinto a los problemas propuestos por el MINEDUC en los textos escolares.

2.1.2 Contexto puramente matemático: son aquellos donde el enunciado no evidencia un contexto de la vida real, es decir, que está expresado con datos netamente numéricos, geométricos o algebraicos sin evidenciarse una situación de la vida real.

2.2 Datos proporcionados: según cómo se proporcionan los datos, los problemas pueden clasificarse como realistas o no realistas.

2.2.1 Datos realistas: Se dirá que un problema tiene datos realistas cuando los datos en los que se basa el problema provienen del mundo real, o derivan de las acciones de los alumnos en el mundo real.

2.2.2 Datos no realistas: Se dice que un problema tiene datos no realistas, cuando los datos con los que se trabaja no son genuinos, es decir, son datos fabricados, y, por lo tanto, no se derivan de datos reales o de actividades del estudiante.

2.3 Conexión: esta categoría clasifica los problemas según el tipo de contexto evidenciado en los enunciados. Se distinguen 3 subcategorías:

2.3.1 Contexto con conexión con otras áreas de las matemáticas: Se dirá que un contexto tiene conexión con otras áreas de la matemática en un amplio sentido. Esto quiere decir, que no tan solo se considerarán las 4 grandes áreas de la matemática (álgebra y funciones, números y cálculo, geometría y datos y azar) sino que también las conexiones existentes entre dos elementos distintos pertenecientes a una misma “gran área” de la matemática.

2.3.2 Contexto con conexión con otras áreas disciplinares: Se dirá que el contexto de un problema tiene conexión con otras áreas disciplinares cuando se relacione el contenido matemático trabajado con otra área disciplinar, como las ciencias naturales, por ejemplo. Es decir, que se involucre una situación que sea parte de los contenidos de otras áreas.

2.3.3 Contexto sin conexión: Se dirá que un problema no tiene conexión, cuando el contexto carezca de relaciones entre los datos ofrecidos y otras áreas de la matemática u otras disciplinas.

3. Formulación: en este punto se abordan las ilustraciones, la cantidad de cuestiones que se da a conocer en el problema desde un punto de vista sintáctico o semántico, las representaciones y los recursos que se emplean. Entendiendo el término cuestión como “actividad” o “tarea” a realizar.

3.1 Ilustración: se presentan 5 subgrupos que clasifican el tipo de ilustración con el cual se formula un problema:

3.1.1 Ilustración decorativa: no presenta ningún tipo de información relacionada con el problema.

3.1.2 Ilustración motivadora: ayuda al estudiante, pero no entrega información realmente significativa.

3.1.3 Ilustración informativa: entrega información o datos esenciales que no están presentes en el enunciado.

3.1.4 Ilustración representativa: entrega los datos que presenta el enunciado.

3.1.5 Sin ilustración.

3.2 Cantidad de cuestiones desde el punto de vista sintáctico: en este punto se aborda la cantidad de interrogantes a desarrollar en un problema, ésta puede ser formulación simple o agrupada.

3.2.1 Formulación simple: Se dirá que un problema se formuló de manera simple cuando se tiene una sola pregunta donde se puede involucrar más de una fase de resolución.

3.2.2 Formulación agrupada: Se dirá que un problema se formuló de manera agrupada cuando se encuentran dos o más preguntas utilizando el mismo contexto.

3.3 Cantidad de cuestiones desde el punto de vista semántico: divididas en 2 subcategorías, de acuerdo a las estrategias cognitivas. Según Derry y Murphy (1986), la estrategia cognitiva se refiere a un conjunto de actividades mentales que emplea el sujeto en una situación de aprendizaje, para facilitar la adquisición de conocimiento.

3.3.1 Formulación sencilla: en la cual se utiliza solo una estrategia cognitiva.

3.3.2 Formulación compleja: donde se utiliza más de una estrategia cognitiva.

3.4 Información proporcionada: en esta categoría se define la información que entrega el problema, dividiéndose en 3 subcategorías:

3.4.1 Información suficiente: cuando el problema ofrece exactamente toda la información necesaria para resolver el problema.

3.4.2 Información insuficiente: cuando falta información en el problema, de manera que no resulta posible resolver el problema.

3.4.3 Información excesiva: cuando ofrece lo necesario para resolver el problema y además se añade información no relevante para alcanzar la solución.

3.5 Recursos: esta categoría indica los tipos de recursos utilizados en la formulación del problema, se distinguen 6 subcategorías, que se definen a continuación:

3.5.1 Formulación exclusivamente verbal: Es cuando el enunciado del problema no utiliza tablas, ni gráficos, ni otros recursos adicionales y se constituye solamente de texto.

3.5.2 Formulación con recurso de tabla: cuando además del texto, el enunciado se presenta acompañado de una tabla.

3.5.3 Con recurso de expresión algebraica: cuando al formular el problema, se utiliza la representación verbal acompañada de una expresión algebraica.

3.5.4 Utilizando una gráfica: cuando al formular el problema, se utiliza la representación verbal acompañada de un gráfico.

3.5.5 Utilizando diagramas: cuando además de la representación verbal se adiciona cualquier tipo diagrama para representar la situación, como, por ejemplo, diagramas de árbol.

3.5.6 Formulación verbal con ilustración: cuando se adicionan ilustraciones de apoyo o complemento al enunciado y que no corresponden a algún tipo de gráfico o diagrama u otro tipo de imagen que pueda ser clasificado en las categorías anteriores.

3.6 Recursos empleados: Esta categoría hace referencia al requerimiento de recursos extras.

3.6.1. Materiales manipulativos: Se dirá que un problema posee uso de materiales manipulativos cuando se sugiere trabajar con material concreto externo para representarlo.

3.6.2 Nuevas tecnologías: Un problema posee uso de nuevas tecnologías cuando se sugiere usar recursos computacionales o tecnológicos.

3.6.3 Ningún recurso extra: Cuando un problema no requiera recursos extras para su realización, entonces se clasificará dentro de esta categoría.

4. Tarea matemática: categorización referida a la acción del estudiante respecto al problema y su resolución. En este caso, esta categoría permite hacer explícita la tarea matemática para observar de manera más clara, dependiendo de la demanda cognitiva que exija el problema para ser resuelto.

4.1 Identificación y aplicación: problemas con el menor grado de exigencia, que demandan la identificación y el uso de conceptos sencillos y de procedimientos rutinarios tales como los algoritmos.

4.2 Razonamiento elemental: problemas con una exigencia mayor que la anterior subcategoría, pues, para resolverlo no basta solamente con la aplicación de simples algoritmos, sino que se necesita usar un razonamiento matemático y generar relaciones entre los distintos aspectos de una situación.

4.3 Razonamiento complejo: problemas en los que predomina el razonamiento matemático. Se requiere establecer relaciones más complejas que las señaladas anteriormente y suelen tener una respuesta única y exacta. No es necesario hacer generalizaciones, ni descubrir regularidades, conjeturar ni justificar resultados.

4.4 Investigación: Para resolver este tipo de problemas, es necesario que el estudiante comprenda y reflexione sobre los problemas para ser resueltos, además de creatividad tanto

para identificar conceptos como para enlazar conocimientos. Estos problemas exigen investigación, descubrimiento, descubrir regularidades, verificar conjeturas y explicar o justificar resultados. Pueden tener más de una respuesta.

5. Solución: considerando la “solución” como el resultado que se espera, se plantean las siguientes subcategorías:

5.1 Tipo de respuesta: dentro de esta subcategoría se establecen dos divisiones, respuesta cerrada y respuesta abierta.

5.1.1 Respuesta cerrada: son aquellas respuestas que son cortas, de desarrollo, de completitud, de tipo verdadero/falso, de asociación o correspondencia o de elección múltiple.

5.1.1.1 Respuesta cerrada corta: la respuesta es única y se da en una sola oración/frase y/o un breve algoritmo.

5.1.1.2 Respuesta cerrada de desarrollo: en donde la solución es única y se presenta al aplicar un algoritmo o procedimiento.

5.1.1.3 Respuesta cerrada de completitud: la respuesta es única y se presenta como la completación de una frase o expresión.

5.1.1.4 Respuesta cerrada de tipo Verdadero/falso: en este caso, la respuesta también es única pues representa el valor lógico de una proposición.

5.1.1.5 Respuesta cerrada de asociación: en este caso, el problema se plantea como un conjunto de datos o elementos asociados a otros conjuntos, ambos con relaciones en común, por ejemplo, los términos pareados.

5.1.1.6 Respuesta cerrada de selección múltiple: la respuesta es única en el sentido de que se presenta una pregunta y se ofrecen distintas alternativas como solución, siendo sólo una la correcta.

5.1.2 Respuesta abierta: se distinguen 3 subcategorías:

5.1.2.1 Respuestas abierta de tipo corta: Es cuando la respuesta del problema no es única y puede escribirse con una palabra, oración corta o el uso de un breve algoritmo.

5.1.2.2 Respuesta abierta de desarrollo: una respuesta se llamará abierta de desarrollo cuando la respuesta o solución no sea única y se presente en forma de aplicación de un algoritmo o procedimiento, o un texto.

5.1.2.3 Respuesta cerrada con respuesta abierta de desarrollo: acá se agrupan diversos problemas que exigen tanto respuestas cerradas como abiertas en un mismo problema. Acá se ubican, por ejemplo, las preguntas de verdadero y falso (respuesta cerradas) con justificación (respuesta abierta), o las respuestas de alternativas con justificación.

5.2 Representaciones pedidas: Las representaciones pedidas corresponden a la manera que exige el enunciado para que se resuelva el problema. Esta puede ser:

5.2.1 Representación con recurso de tabla: corresponde cuando el problema debe ser resuelto con el uso de una tabla. Cuando al estudiante se le pida elaborar una tabla, o completar una tabla que esté expuesta en el enunciado, entonces podemos clasificar los problemas en esta categoría.

5.2.2 Representación con recurso de diagrama: Esta categoría hace referencia a cuando el problema exija en la respuesta la utilización de un diagrama, (entendiendo un diagrama como una representación gráfica que describa las variaciones de un fenómeno, o las relaciones entre los elementos de un conjunto).

5.2.3 Representación con recurso de gráfico: Es cuando el problema requiera la utilización de un gráfico. El gráfico puede ser parte del enunciado o no.

5.2.4 Representación con recurso de expresión algebraica: Cuando el ejercicio requiera la utilización o formulación de una expresión algebraica. La expresión algebraica puede estar en el enunciado o no.

5.2.5 Representación exclusivamente verbal: Se dirá que un problema requiere una representación exclusivamente verbal cuando no se utiliza ningún recurso como tabla, diagrama, gráfico o expresión algebraica.

5.3 Unicidad y exactitud: se divide en 2 subcategorías:

5.3.1 Solución exacta y única: La resolución debe conducir a una solución única y precisa. El valor obtenido es exacto, pero el estudiante puede optar por presentar un valor aproximado o pedirle que lo haga.

5.3.2 Solución no única y exacta: La resolución de los problemas puede llevar a una solución que no sea única y su valor sea aproximado. El enunciado puede contener o no la petición de una estimación.

5.4 Toma de decisión

5.4.1 Con toma de decisiones: son aquellos problemas en donde el estudiante puede escoger su propio método para resolver el problema.

5.4.2 Sin toma de decisiones: es en donde se le señala al estudiante el método que debe utilizar para resolver un problema.

Para los fines de esta investigación, se ha decidido trabajar con la clasificación hecha por López et al. (2015) ya que posee fuertes influencias desde el trabajo hecho por la doctora en didáctica de la matemática Claudia Herdeiro Cavaco Cardoso, quien, a su vez, trabajó apoyada en José Carrillo, también reconocido doctor en didáctica de la matemática. López y sus colaboradores, complementan la clasificación hecha por Claudia Herdeiro Cavaco, utilizando elementos propios que otorgan mayor profundidad al análisis y también sintetizando y agrupando categorías similares propuestas por Herdeiro.

Algunos ejemplos de las categorías añadidas por López et al. (2015) son el uso de recursos empleados, estrategias cognitivas, la tarea matemática, las conexiones y cantidades de cuestiones según lo semántico.

Por otra parte, la categorización propuesta por López y colaboradores corresponde a una adaptación del instrumento de clasificación elaborado por Herdeiro y se ajusta a los parámetros necesarios para clasificar los problemas de cualquier tipo, lo que nos ayudará a clasificar los problemas referidos al contenido de variación porcentual. Por ejemplo, respecto a la clasificación hecha por esta última, en uno de sus puntos considera aspectos que corresponden netamente al contenido de estadística y probabilidades, de esta manera sería poco adecuado aplicar la categorización propuesta por Herdeiro sin las modificaciones pertinentes al objeto matemático de variaciones porcentuales.

2. Problemas y clasificación

En esta investigación se trabajará como se mencionó anteriormente, con los libros de texto de octavo básico del año 2018 – 2019 y 2020, donde se abordarán las actividades propuestas de ambos textos. De estos problemas, se realizará un análisis individual de cada uno de ellos mediante la tabla 2, organizando los resultados obtenidos en una tabla. Se destacarán las distintas subcategorías a la que corresponda el problema, dependiendo de los distintos criterios de clasificación. Esta clasificación mediante tablas permite realizar gráficos para evidenciar de mejor manera la distribución de las distintas categorías y subcategorías de los problemas.

Luego, se realizará un análisis de la información organizada, con el fin de contrastar lo obtenido con respecto a la información que entrega el currículum según los documentos analizados anteriormente. Esto permitirá evidenciar la relación que tienen los problemas propuestos con el currículum prescrito, y, por otra parte, la importancia que tienen los problemas en el texto para el desarrollo de la resolución de problemas como habilidad fundamental dentro de la educación que propone el MINEDUC.

Capítulo IV

Resultados

Análisis estructural de los libros de textos

Libro de texto 8° básico 2018-2019

El texto escolar de octavo básico 2018 - 2019 comienza con una presentación donde se responden preguntas como: ¿Qué es la matemática?, ¿qué aprenderé?, ¿cómo aprenderé? y ¿para qué? Continuando con un índice en donde se logra visualizar que el libro de texto se divide en cuatro unidades, cada unidad consta de 3 secciones, además, cada unidad está constituida de 11 a 14 lecciones cada una. A continuación, se presenta una tabla que especifica el nombre de cada unidad, con las respectivas secciones.

Tabla 3. Estructura texto escolar 8° básico 2018 - 2019

Estructura texto escolar 8° básico 2018 - 2019

Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3	Unidad 4
“Números”	“Álgebra y funciones”	“Geometría”	“Estadística y probabilidad”
Sección 1: <i>Operaciones con números positivos y negativos.</i>	Sección 4: <i>Expresiones algebraicas</i>	Sección 7: <i>Área y volumen de prismas y cilindros</i>	Sección 10: <i>Interpretación y comparación de gráficos</i>
Sección 2: <i>Potencias y raíces cuadradas.</i>	Sección 5: <i>Ecuaciones e inecuaciones.</i>	Sección 8: <i>Teorema de Pitágoras</i>	Sección 11: <i>Medidas de posición</i>
Sección 3: <i>Variaciones porcentuales</i>	Sección 6: <i>Función lineal y función afín</i>	Sección 9: <i>Transformaciones isométricas</i>	Sección 12: <i>Probabilidades</i>

Fuente: Elaboración personal

Al final de cada sección se presenta un ítem de evaluación denominado ¿Cómo voy?, que consta de una cantidad determinada de actividades para cada sección, además de un ítem para cada una denominado Resolución de problemas, donde se aborda un problema del contenido tratado en la sección.

Para finalizar, el libro de texto culmina con el solucionario de todas las actividades que se han trabajado.

Libro de texto 8° básico 2020

El texto escolar de octavo básico 2020 comienza con un texto de bienvenida, un resumen de la organización del texto, el índice y en seguida los contenidos, que se dividen en cuatro unidades, donde cada unidad consta de 2 a 3 lecciones, las cuales se detallan en la siguiente tabla:

Tabla 4. Estructura libro de texto 8° básico

Estructura texto escolar 8° básico 2020			
Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3	Unidad 4
“La era digital”	“Medioambiente”	“La geometría del arte”	“El deporte”
Lección 1: <i>Números enteros</i>	Lección 1: <i>Expresiones algebraicas</i>	Lección 1: <i>Área y volumen de prismas y cilindros</i>	Lección 1: <i>Estadística</i>
Lección 2: <i>Números racionales</i>	Lección 2: <i>Ecuaciones e inecuaciones</i>	Lección 2: <i>Teorema de Pitágoras</i>	Lección 2: <i>Probabilidades</i>
Lección 3: <i>Potencias, Raíz cuadrada y porcentajes</i>	Lección 3: <i>Funciones</i>	Lección 3: <i>Transformaciones isométricas</i>	

Fuente: Elaboración personal

Al final de cada lección se presenta una evaluación de lección, y al finalizar la unidad se presenta una evaluación final, además de síntesis y repaso de cada unidad.

Para finalizar, el libro de texto culmina con el solucionario de todas las actividades que se han trabajado.

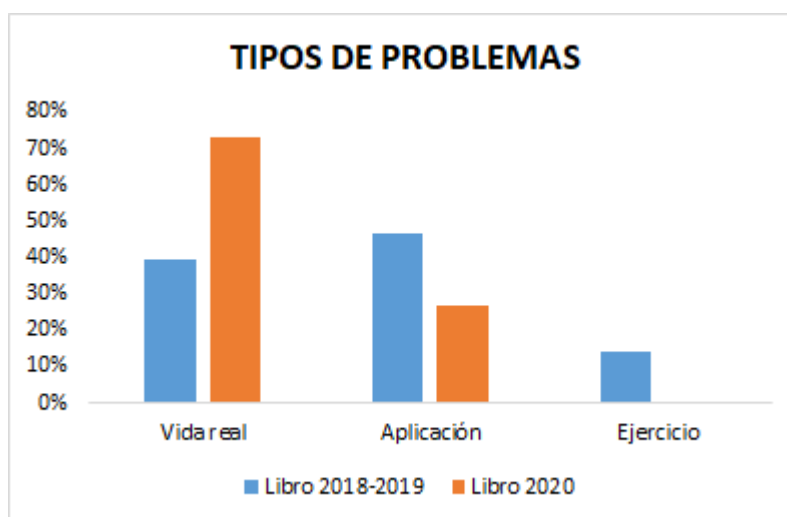
Clasificación de problemas

A continuación, se presentan los resultados obtenidos al clasificar los problemas propuestos en la lección de variaciones porcentuales de la unidad de números en los textos escolares. En total, se abordaron 28 problemas propuestas en el libro de texto 2018 y 15 problemas en libro de texto 2020.

Como se mencionó anteriormente, la clasificación a la cual fueron sometidos los problemas hace referencia a los grandes aspectos estructurales propuestos principalmente por Borasi (1986) y modificado por López, et al. (2015). Estas categorías son el tipo de problema, el contexto, la formulación, la tarea matemática y la solución.

Respecto al tipo de problema, en el gráfico 1 se logra apreciar las subcategorías presentes en los problemas de los libros de textos que se han trabajado los años 2018 - 2019 y 2020.

Gráfico 1. Tipos de Problemas



Fuente: Elaboración propia

Se puede evidenciar que en el texto del estudiante de los años 2018 - 2019 hubo una presencia de un 39,3% de problemas *de la vida real*, un 46,4% de problemas de *aplicación* y un 17,3% de *ejercicios*. Esto, se comparó con los datos arrojados tras el análisis del libro de texto del año 2020, donde el 73% de los problemas corresponden a problemas *de la vida real*, el 27% corresponden a problemas *de aplicación*, y no se encuentran presentes *ejercicios*. El resto de las subcategorías (problemas de palabras, para demostrar, para descubrir, problemas de la práctica matemática) no estuvieron presentes en los textos analizados. En resumen, hubo un aumento considerable entre la cantidad de problemas *de la vida real* entre el texto del estudiante que se trabajó durante los años 2018 - 2019 y el que se trabaja el año 2020. Además, una disminución en la cantidad de problemas del tipo *de aplicación* y la total ausencia de *ejercicios* en el texto escolar vigente al año 2020.

La figura 3, muestra un problema de *aplicación*, perteneciente al texto del año 2018 - 2019. Siguiendo la definición, se puede observar que el estudiante debe identificar un resultado relevante para conseguir la resolución del problema. En este caso, debe obtener la constante de cambio porcentual y luego poder aplicar esta variación para determinar el área del cuarto cuadrado.

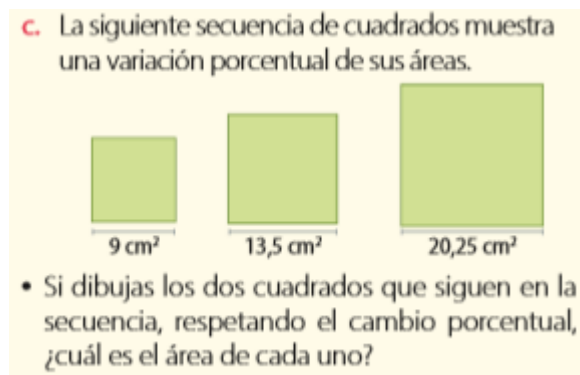


Figura 3. Texto de estudio, 8° básico, 2018

Respecto a los problemas clasificados como *ejercicios*, la figura 4 muestra un ejemplo de esta categoría, ya que pertenece al grupo de actividades que demandan netamente el uso de algoritmos y no representa un problema para el estudiante, es decir, que no requiere mayores reflexiones y análisis para su realización. Además, que, entre otras cosas, tampoco posee un contexto que le permita al estudiante motivarse ni observar con facilidad la utilidad de resolver estos planteamientos. Se debe destacar que sólo se encontraron ejercicios en el texto de 2018 - 2019, y además todos ellos siguen una estructura similar. El enunciado consiste en una indicación clara del procedimiento y no se observa contexto.

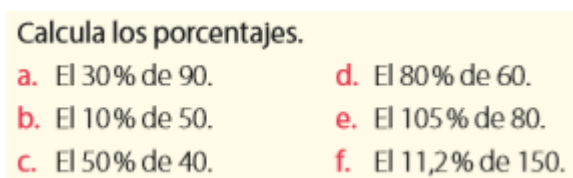


Figura 4. Texto de estudio, 8° básico, 2018

La figura 5, muestra un problema de tipo *vida real*. En este caso, se considera esta clasificación debido a que la información entregada por el problema se apega a la realidad del estudiante. La problemática planteada no afecta directamente al resolutor, pero realizar compras y comparar ofertas sí es una acción que se podría catalogar como cotidiana, y que en general no es ajena a los estudiantes.

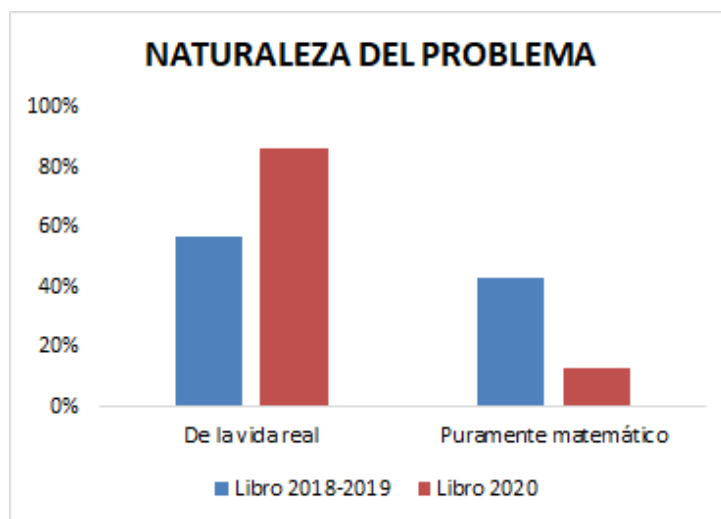
4. José observa las ofertas que promocionan dos supermercados.
- ¿En qué supermercado conviene más comprar 6 paquetes de fideos? Justifica.
 - ¿Cuál es aproximadamente el porcentaje de descuento al comprar 6 paquetes de fideos en cada supermercado?



Figura 5. Texto del estudiante, 8° básico, 2020

La categoría contexto presenta 3 subcategorías, donde una de ellas corresponde a la *Naturaleza del problema* que, a su vez, se subdivide en dos categorías: *De la vida real* y *Puramente matemático*. Tal como se muestra en el gráfico 2, en el libro de texto 2018-2019 hubo una presencia de 57,1% de problemas contextualizados en *la vida real* y un 42,9% bajo un contexto *puramente matemático*. Por otra parte, en el libro de texto 2020 se evidencia un 86,7% contextualizados en *la vida real* y un 13,3% *puramente matemático*. En ambos textos analizados, predomina el uso de problemas de la vida real antes que los problemas puramente matemáticos.

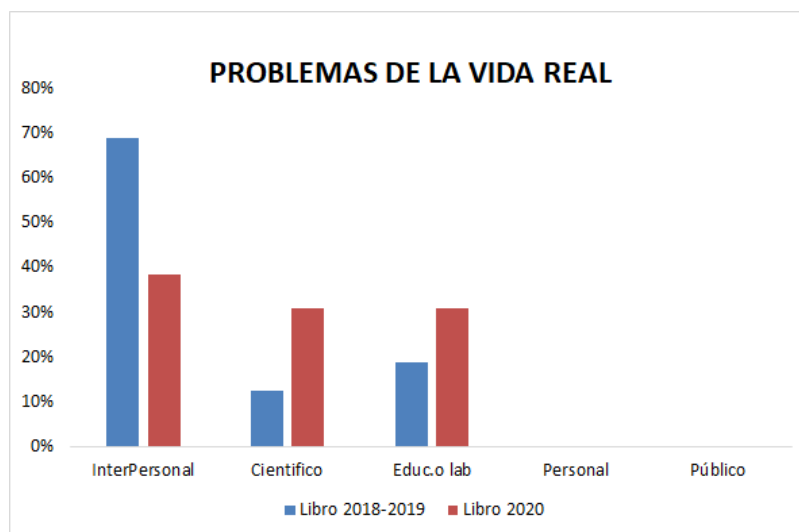
Gráfico 2. Naturaleza del problema



Fuente: Elaboración personal

La subcategoría *De la vida real*, a su vez se divide en cinco categorías que son: *Contexto personal, interpersonal, laboral o educativo, público y científico*. En el libro de texto 2018 - 2019 se evidencia un 68,8% de problemas contextualizados en el ámbito *interpersonal*, un 12,5% en el ámbito *científico* y un 18,7% en el ámbito *educativo o laboral*. Mientras que en el texto escolar 2020 se evidencia un 38,5% en problemas contextualizados en el ámbito *interpersonal*, un 30,8% en el ámbito *público* y de igual manera un 30,7% contextualizado dentro del ámbito *laboral o educativo*. Es importante señalar que no se evidenciaron problemas contextualizados en el ámbito personal en el libro de texto 2018 - 2019 y 2020.

Gráfico 3. Problemas de la vida real



Fuente: Elaboración propia

Además, dentro del texto de 2018 - 2019 se puede encontrar un 42,9% de problemas de contexto *puramente matemáticos*, reduciéndose a un 13,3% en el texto de 2020. La figura 4 indica un ejemplo de este tipo de problemas, encontrados en el texto de 2018 - 2019. Como se puede apreciar, no se observa una contextualización que pueda acercar esta situación a la realidad de los estudiantes, sino más bien representa una indicación para resolver los ejercicios planteados.

El contexto de la vida real *interpersonal*, podemos apreciarlo en la figura 5, ya que presenta un contexto en donde el alumno no es ajeno a la situación declarada, pero que no está directamente involucrado en ella, exponiendo una situación cotidiana dentro de su contexto, ya que gran parte del día una persona se ve rodeada de publicidad, anuncios, ofertas u otras situaciones que no discriminan al receptor.

Por otra parte, frente a la sub categoría *laboral o educativo*, la figura 6 demuestra una situación dónde está involucrado el ámbito laboral o educativo, ya que se contextualiza de tal manera al alumno que se inserta como un miembro más de esa realidad, realizando cálculos acordes a este contexto.

Una persona tiene un sueldo líquido de \$300.000. Si el sueldo bruto se lo aumentan en un 5%. ¿Cuál será su nuevo sueldo líquido?

Figura 6. Texto del estudiante, 8° básico, 2020.

Además, un 100% de los problemas analizados en ambos libros de textos, presentan datos proporcionados *no reales*, esto quiere decir que, tal como se definió, son totalmente fabricados y no derivan de actividades propias del estudiante tal como se muestra en las figuras 3, 4, 5 y 6 donde el estudiante no es partícipe en la construcción y recolección de datos del problema.

Frente a la subcategoría de *conexión*, con respecto al texto escolar 2018 - 2019 se evidencia que un 4% de los problemas corresponde a *conexión con otras áreas disciplinares*, un 7% presenta *conexión con otras áreas de las matemáticas* y un 89% está planteado *sin conexión*. En el texto escolar del año 2020 el 100% de los problemas planteados solo se evidencia la categoría *sin conexión*. La figura 3 indica un ejemplo de conexión con otras áreas de la matemática, pues en este caso conecta la geometría (en específico el área de un cuadrado) con las variaciones porcentuales.

La figura 7 representa uno de los dos problemas propuestos en el texto de estudio 2018 - 2019 que presenta una conexión con otras áreas disciplinares, en este caso con la biología, pues relaciona el cambio variacional con la masa corporal de la jirafa. Además, se aportan datos como la clasificación de seres vivos a la que corresponde dicho animal, la altura que alcanza, la masa corporal que posee una jirafa en el momento de nacer y cómo se relaciona con la masa corporal de una jirafa adulta.

Conecta con la Biología. La jirafa es el mamífero terrestre más alto entre las especies existentes: puede alcanzar una altura de hasta 6 metros. Considera que la masa corporal de una jirafa recién nacida es de 84 kg, lo que corresponde al 7 % de la masa de una jirafa adulta.

- ¿Cuál es la masa corporal de una jirafa adulta?
- Considerando que una jirafa que vive en cautiverio estabiliza su masa a los 30 años y el aumento de esta es constante, entonces ¿en qué porcentaje aumenta su masa año a año?

Figura 7. Texto del estudiante, 8° básico, 2018 - 2019

La categoría *formulación* se divide en 6 subcategorías, una de ellas es *ilustración*, la cual se divide en 5 subcategorías, donde sólo se logró evidenciar dos de las 5 propuestas en ambos textos escolares (2018 - 2019 y 2020), por otra parte, ningún problema se clasificó bajo los 3 restantes (*ilustración decorativa*, *motivadora* y *representativa*). El 93% de problemas propuestos en el texto escolar 2018 se clasificó como *sin ilustración*, mientras que el 7% presentó *ilustración informativa*. Frente al texto escolar 2020 el 80% de los problemas clasificaron como *sin ilustración* y el 20% como *ilustración informativa*.

Un automóvil se encuentra a la venta con el siguiente aviso:



¿Cuánto es el IVA que se paga por el automóvil?

Figura 8. Texto del estudiante, 8° básico, 2020.

La figura 8 indica un problema con *ilustración informativa*, pues entrega datos esenciales e información complementaria al enunciado y que no está presente en él. Además, esta información es importante para la resolución del problema pues entrega datos

que son relevantes para encontrar la solución. Por otra parte, las figuras 3, 4, 6 y 7 muestran ejemplos de problemas sin *ilustración*.

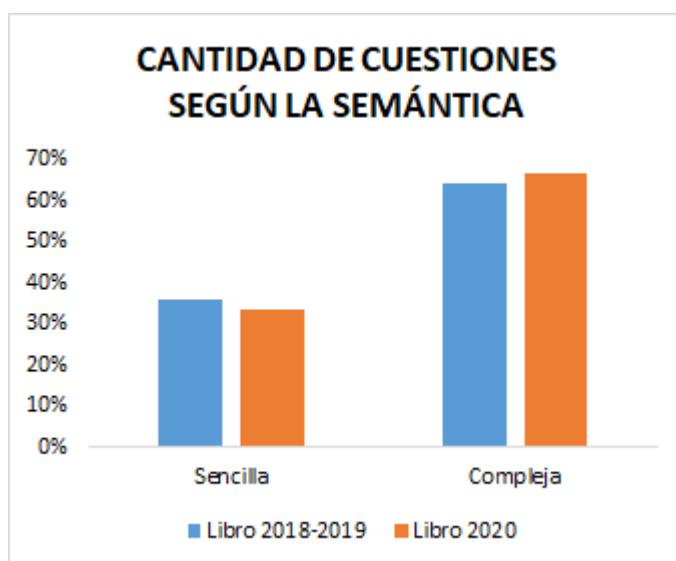
Al clasificar los problemas en relación a la subcategoría *cantidad de cuestiones* se presentan dos divisiones desde los puntos de vista *sintáctico* y *semántico*, frente a la primera división mencionada, se puede observar que en el libro de texto 2018 - 2019 un 25% de los problemas está formulado de manera *simple* y un 75% está formulado de una manera *agrupada*. Por otra parte, en el libro de texto 2020 un 66,7% de los problemas están formulados de manera *simple* y un 33,3% están formulados de manera *agrupada*.

Se puede apreciar las figuras 6 y 8 que los problemas están formulados de una manera simple, pues se plantea solamente una pregunta en cada situación. Por el contrario, las figuras 4, 5 y 7 muestra problemas formulados de una manera agrupada pues se plantean dos o más preguntas en cada problema haciendo uso del mismo contexto que lo involucra.

El gráfico 4 señala los datos obtenidos al clasificar los problemas *desde el punto de vista semántico*. En él, se puede observar que el 35,7% de los problemas propuestos en el libro de texto 2018 - 2019 pertenecen a una *formulación sencilla* mientras que el 64,3% corresponden a una *formulación compleja*.

Además, en el libro de texto 2020 el 33,3% de los problemas propuestos se exponen a través de una *formulación sencilla* y un 66,7% presentan una *formulación compleja*. Tal como se señala en el siguiente gráfico:

Gráfico 4. Cantidad de cuestiones desde el punto de vista semántico



Fuente: Elaboración personal

La figura 4 expuesta anteriormente presenta una *formulación sencilla* pues se requiere de una sola estrategia cognitiva, donde básicamente se les pide a los estudiantes que calculen el porcentaje de cierto número, además, se pide realizar el mismo procedimiento 6 veces.

Por el contrario, la figura 9 que se presenta a continuación, representa un tipo de problema con una *formulación compleja*, pues el proceso para llegar a la respuesta no es inmediato, sino que se requiere del uso de más de una estrategia cognitiva.

Felipe realizó las siguientes inversiones. Primero, abrió una cuenta bancaria con la mitad del capital. Luego gastó 25% de lo que le quedaba en un viaje de vacaciones. Por último, invirtió \$3.600.000 en una empresa de tecnología. Si al final se quedó con \$2.400.000 responde:

¿Cuánto dinero tenía Felipe antes de invertir en la empresa?

¿Cuánto dinero tenía Felipe antes de salir de vacaciones?

Figura 9. Texto del estudiante, 8° básico, 2020

Respecto a la subcategoría *Información proporcionada*, el 96,4% de los problemas analizados en el texto escolar 2018 - 2019 presentaron *información suficiente* y un 3,6% presentó *información excesiva*, mientras que en el libro de texto 2020 el 100% de los problemas presenta *información suficiente*. Cabe destacar que ningún problema presenta *información insuficiente*. En la figura 7, se aprecia la categorización de información excesiva, pues gran porcentaje de la información proporcionada en el problema no tiene relación con el desarrollo del problema, sino que es información adicional que podría llegar a distraer y confundir al resolutor.

Por otra parte, en la subcategoría *Recursos*, el texto 2018 - 2019 se presentan 4 de las 6 subdivisiones analizadas (todas a excepción de *recursos de expresión algebraica y utilizando diagramas*), un 67,9% de los problemas presenta *recurso exclusivamente verbal*, un 21,4% presenta *recurso de tabla*, sólo un 3,6% *recurso de gráfico* y un 7,1% *recurso verbal con ilustración*. Respecto al texto 2020 sólo se aprecia un 66,7% de problemas que utilizan *recurso exclusivamente verbal*, un 13,3% *recurso de tabla* y un 20% *recurso verbal con ilustración*.

Las figuras 3 y 8 muestran un ejemplo de *recurso verbal con ilustración*, pues los enunciados indican el uso de imágenes como complemento a lo expuesto en el enunciado. Por otra parte, la figura 10 indica un ejemplo de formulación con *recurso de gráfico*.

En este caso, la función del gráfico es representar información importante para la resolución del problema, y que además no se encuentra en el enunciado como tal. La figura 11 presenta una formulación con recurso de tabla, pues además del enunciado expuesto se presenta una tabla que cumple con la función de presentar información relevante para la resolución del problema.



Figura 10. Texto del estudiante, 8° básico, 2018-2019

Luis tiene un taller de bicicletas en Lota y para abastecerlo compra mensualmente en Concepción los productos que se muestran en la tabla.

Cantidad	Producto	Precio unitario (\$)
12	Casco infantil	8900
26	Asiento bicicleta	5000
12	Llantas aro 26	6700
40	Frenos	15000

- ¿Cuál es el precio total que debe pagar Luis si debe cancelar con factura, es decir, si debe incluir el IVA?
- Si el dueño del local donde compró los productos le ofrece un descuento del 6% al total facturado, ¿cuál es el porcentaje que pagó finalmente Luis?

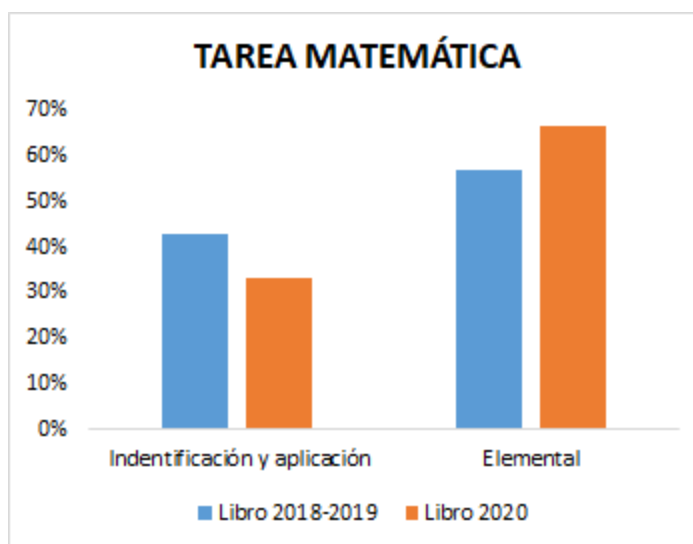
Figura 11. Texto del estudiante, 8° básico 2018 - 2019

Respecto a la subcategoría de *Recursos empleados*, el 100% de los problemas no utiliza *ningún recurso extra*.

Al clasificar los problemas dentro de la categoría *Tarea matemática*, se evidencia que en el libro de texto 2018 - 2019 el 42,9% de los problemas propuestos corresponden a *Identificar y aplicar*, mientras que el 57,1% exige un *razonamiento elemental*. Sin embargo, en los problemas propuestos en el libro de texto 2020 un 33,3% de los problemas propuestos corresponden a *identificar y aplicar* y un 66,6% como *razonamiento elemental*.

En los libros de texto 2018 - 2019 y 2020 no se evidencian problemas relacionados con el *razonamiento complejo* ni con la *investigación*. Frente a esto, el gráfico 5 da evidencia de lo descrito anteriormente.

Gráfico 5. Tarea matemática



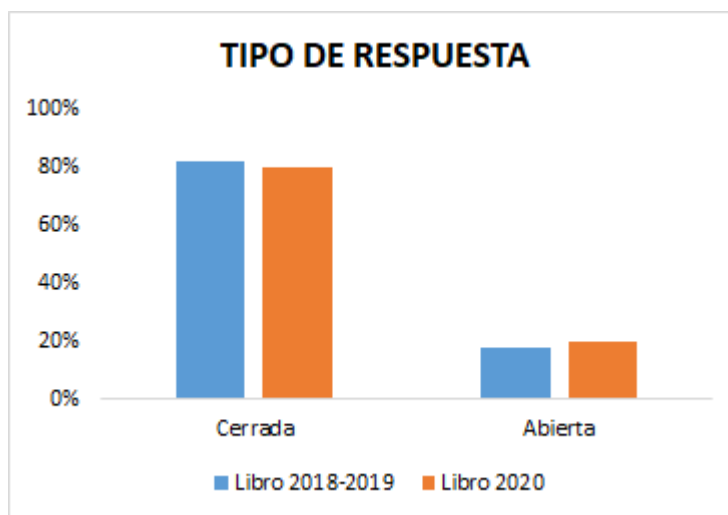
Fuente: Elaboración personal

Se puede observar que la Figura 3 aborda un problema donde el resolutor debe utilizar un *razonamiento elemental*, puesto que para la resolución de este problema se debe utilizar algo más allá de un simple algoritmo, es decir, el estudiante debe trabajar profundamente el concepto de proporcionalidad y debe razonar matemáticamente sobre este contenido y las implicaciones que conlleva para poder establecer conclusiones y analizar la variación que presentan las figuras expuestas. Por otro lado, la Figura 4 es clasificada en la categoría de *identificación y aplicación*, puesto que el resolutor debe simplemente dominar un algoritmo que le ayude a resolver problemas y no hay mayores reflexiones necesarias para poder solucionar esto.

Por último, la categoría *Solución* se divide en 5 subcategorías, donde una de ellas es *tipo de respuestas*, en el libro de texto 2018-2019 el 82,1% de los problemas responden a *respuestas cerradas* y el 17,9% a *respuestas abiertas*. Mientras que en el texto escolar 2020

el 80% de los problemas planteados corresponden a *respuestas cerradas*, mientras que el 20% corresponde a *respuestas abiertas*. Tal como se presenta en el gráfico 6:

Gráfico 6. Tipo de respuesta



Fuente: Elaboración personal

Con respecto a las *respuestas cerradas*, en el texto escolar 2018 - 2019 se logra evidenciar que el 78,3% son del tipo *cerrada corta*, siendo la figura 8 un claro ejemplo de esto, ya que se pregunta por el valor del IVA de un artículo (en este caso un automóvil), el cual es único. Por otra parte, un 8,7% son del tipo *cerrada de completitud*, un 8,7% del tipo *cerrada de asociación* y un 4,3% del tipo *cerrada de desarrollo*.

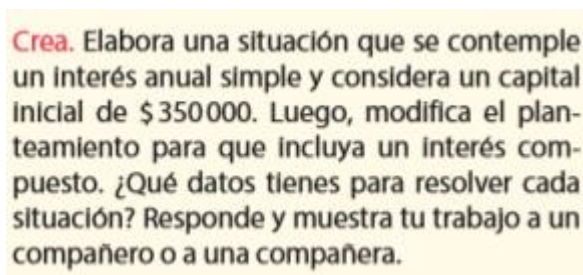
Escribe la letra mayúscula que corresponde al porcentaje final de cada situación.

a. Aumento del 2%. _____	A. 83,3%
b. "Lleve 6 y pague 5". _____	B. 50%
c. Reducción a la mitad. _____	C. 81%
d. Rebaja en un quinto. _____	D. 80%
e. Reducción del IVA. _____	E. 102%

Figura 13. Texto del estudiante, 8° básico, 2018 - 2019

La figura 13 indica un problema con respuesta cerrada de *asociación*, pues los términos pareados indican relación entre dos conjuntos de elementos que guardan coherencia entre ellos. En base a esto, se debe asociar los elementos la primera columna con la segunda, y según con las definiciones anteriormente planteadas, se indica una respuesta de asociación. En relación a la *respuesta abierta* (17,9%), se evidencia que un 40% son del tipo *abierta de desarrollo* y el 60% del tipo *cerrada con respuesta abierta de desarrollo*.

En la figura 14 la solución del problema corresponde a un tipo de *respuesta abierta de desarrollo*, pues se espera que los estudiantes elaboren una situación ligada al interés simple y luego cambien el planteamiento del problema para que incluya un interés compuesto.



Crea. Elabora una situación que se contemple un interés anual simple y considera un capital inicial de \$ 350 000. Luego, modifica el planteamiento para que incluya un interés compuesto. ¿Qué datos tienes para resolver cada situación? Responde y muestra tu trabajo a un compañero o a una compañera.

Figura 14. Texto del estudiante, 8° básico, 2018 - 2019

Por otra parte, bajo las *respuestas cerradas*, en el texto escolar 2020, se evidencia que el 91,7% son del tipo *cerrada corta* y el 8,3% del tipo *cerrada de completitud*, por otra parte, las *respuestas abiertas* presentes son solo del tipo *respuesta cerrada con respuesta abierta de desarrollo*.

La figura 15 representa un tipo de problema de respuesta *cerrada corta*. Este es el tipo de respuestas que se esperan en un gran porcentaje de los problemas propuestos en los textos escolares 2018 - 2019 y 2020. Se considera una respuesta del tipo *cerrada corta* donde los estudiantes entregaran una respuesta concreta al problema planteado. En el caso

de la figura 15, el problema podría ser resuelto escribiendo brevemente el dinero que deberá pagar por comprar las pizzas.

Una pizzería está de aniversario y ofrece todas las pizzas con un 30% de descuento. Si la pizza familiar tiene un precio de \$11.350 y la mediana cuesta \$8.490, sin descuento, ¿Cuánto dinero pagará una persona que compre una pizza familiar y dos medianas?

Figura 15. Texto del estudiante, 8° básico, 2020

Por otra parte, la figura 16 indica una solución de tipo *cerrada de completitud*, ya que en este caso, la respuesta a la problemática es representada por la completación de una tabla.

Completa la siguiente liquidación de sueldo con las cantidades que faltan.

Liquidación de sueldo	
Sueldo bruto	
Descuentos	
AFP (13 %)	
Salud (7 %)	\$42 000
Total descuentos	
Sueldo líquido	

-
- Sueldo bruto: es la cantidad de dinero sin los descuentos de aportes del trabajador ni las retenciones que debe hacer el empleador.
 - Sueldo líquido: es la suma de dinero que efectivamente se recibe luego de haberse realizado todos los descuentos aplicables.
-

Figura 16. Texto del estudiante, 8° básico, 2020

Frente a la subcategoría *Representaciones pedidas* y sus 5 divisiones, en ambos textos los problemas sólo presentan *representación exclusivamente verbal* y *representación con recurso de tabla*. El texto de 2018 - 2019 evidencia un 14,3% de problemas que utilizan *representación con recurso de tabla* y un 85,7% de problemas con *representación exclusivamente verbal*. Por otra parte, el texto de 2020 sólo un 6,7% de problemas utilizan *representación con recurso de tabla* y un 93,3% *representación exclusivamente verbal*.

Con respecto a lo mencionado anteriormente, en la figura 16 se logra apreciar que el problema adquiere todas las características del tipo representaciones pedidas con *recurso de*

tabla, debido a que le indica al resolutor exponer su respuesta haciendo uso de una tabla. La figura 16 y 17 indican la representación con uso de tabla utilizados en los textos 2018-2019 y 2020 respectivamente. Siendo la figura 17 el único problema en el libro de texto del año 2020 que exige la representación del problema con *recurso de tabla*.

Completa la tabla.

Situación	Aumento o rebaja
Todos los productos tienen un 20% de descuento.	Rebaja
A un producto se le debe agregar el 19% de IVA.	
Al sueldo imponible se le descuentan el 7% por salud y el 12% por AFP.	
El crecimiento de la población es de un 1,2%.	
La bencina de 95 octanos baja de \$700 el litro a \$680.	

Figura 17. Libro de texto, 8° básico, 2018 - 2019.

En cambio, en la figura 14 y 15, la representación de ambos problemas es *exclusivamente verbal*, debido a que no se entrega o induce al resolutor a exponer la respuesta en una tabla, diagrama, expresión algebraica o gráfico, si no que más bien responder con palabras.

En lo referente a la subcategoría de *Unicidad y exactitud*, el texto de 2018 - 2019 presenta un 89,3% de problemas con solución *única y exacta* y un 10,7% clasificados con solución *no única y exacta*. Por otro lado, en el texto de 2020 se presenta un 100% de problemas con solución *única y exacta*.

Para lograr hacer referencia a lo expuesto en el párrafo anterior, la figura 15 y 16 son clasificadas como respuesta *única y exacta*, dado que el resolutor del problema sólo

entregará un resultado, y este será exacto, ya que el problema no tendrá más de una solución.

Caso contrario es la figura 14, donde se aprecia que el problema tomará distintas respuestas debido a que la situación planteada exige al resolutor crear o elaborar un problema para llegar a la misma solución. De acá se desprende que cada estudiante elaborará problemas distintos y existirá abundancia y variedad en ellos. La elaboración de esta situación debe ser agregando las modificaciones explicitadas en la formulación del problema. Esto genera que la solución *no sea única y exacta*, y que pueda haber variedad respecto a los datos del problema.

Respecto a la subcategoría *Toma de decisión*, en el texto 2018 - 2019 se evidencia un 85,7% de problemas *con toma de decisión* y un 14,3% *sin toma de decisión*. Por otra parte, el texto de 2020 presenta un 66,7% de problemas *con toma de decisión* y un 33,3% *sin toma de decisión*. Se evidencia un alto porcentaje de problemas que involucren la toma de decisión por parte del resolutor, tanto en el texto escolar utilizado los años 2018 - 2019 como en el texto utilizado el 2020. Frente a esto, la figura 14 muestra un ejemplo donde ocurre lo anteriormente señalado, ya que es posible apreciar que no se le induce al estudiante la manera de resolver la problemática o el algoritmo correcto que debe realizar. Por el contrario, se le entrega al resolutor una pregunta, donde debe buscar la solución por sus propios medios y utilizar los algoritmos que conoce.

Discusión de los resultados obtenidos

En esta investigación, se abordó un tema de gran relevancia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, como lo es la habilidad de resolución de problemas. Se analizaron los libros de texto entregados por el MINEDUC los años 2018 - 2019 y 2020.

Tras la extracción y análisis de los resultados, es posible elaborar discusiones respecto a los resultados obtenidos al examinar el cómo se aborda el contenido de variaciones porcentuales en los textos anteriormente mencionados. Uno de los primeros tópicos que se discutieron fue el tipo de problema, donde se obtuvo gran presencia de problemas de tipo real en los libros de texto. Consideramos que es importante que se trabaje con problemas de tipo real, porque tal como lo señala Herdeiro (2010), a este tipo de problemas se le atribuyen las funciones de motivación y justificación de la necesidad de estudiar los temas debido a que tienen aplicabilidad en la vida real, consiguiendo que el estudiante pueda aplicar el conocimiento que ya ha adquirido en situaciones menos abstractas, permitiendo que pueda matematizar la situación problemática. Considerando la importancia del trabajo con este tipo de problemas, es importante destacar el incremento porcentual que ha tenido los problemas del tipo real desde el texto del año 2018 - 2019 con respecto al texto del año 2020 con un aumento del 34% consiguiendo presentarse en el 73,3% de los problemas presentes en las unidades analizadas en esta investigación.

Por otra parte, se destaca también el hecho de que en el último año no se utilizan ejercicios, como sí sucedió en el texto de 2018 - 2019, donde un 14,3% del total de actividades propuestas en el libro corresponden a ejercicios. Este aspecto resulta importante, ya que el ejercicio es solamente la aplicación de algoritmos y no implica un trabajo intelectual donde se involucre al alumno, donde haya dificultad o donde haya una exploración activa del problema buscando estrategias para la resolución.

En otro contexto, se evidencia la completa ausencia de problemas de tipo demostrativo. Como plantea Martínez (2001), la demostración matemática potencia el pensamiento deductivo y otros métodos de validación, formulación de conjeturas y procesos de generalización. Además, como indica Crespo (2005), “en la enseñanza de la matemática no se debe descartar ninguna forma de razonamiento: inductivo o deductivo” (p. 24), realzando la importancia de la existencia de este tipo de pensamientos. Por lo tanto, podría ser importante considerar este tipo de problemas en los libros de textos escolares,

para que sea una herramienta de apoyo para desarrollar y ejercitar tipos de razonamiento como el inductivo y deductivo.

En otro ámbito, López et al. (2015) definen los problemas para descubrir como aquellos problemas que son atractivos, entretenidos o divertidos y que muchas veces se utilizan para sintetizar el contenido o a modo de desafío para el alumno. Sin embargo, no hay presencia de este tipo de problemas en el texto usado los años 2018 - 2019 y tampoco en el texto usado el 2020. Bajo esta mirada, consideramos que sería pertinente la presencia de este tipo de problemas para entregarle un carácter lúdico a ciertos problemas, y así poder favorecer a que el estudiante se motive y entretenga en el aprendizaje del contenido y el desarrollo de habilidades. Siendo de esta manera un problema atractivo para el alumno, donde se aborde el lado divertido en las matemáticas y los problemas que se exponen

Cuando se habla de promover la habilidad de resolución de problemas, uno de los aspectos importantes es involucrar al alumno con su entorno social, frente a esto el MINEDUC (2015) señala que “comprender las matemáticas y ser capaz de aplicar sus conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos y las ciudadanas en el mundo moderno.” (p.94). Es por esto que, para lograr comprender el mundo moderno se debe involucrar directamente las matemáticas con la realidad, esto permitirá que los alumnos logren evidenciar que los contenidos tratados en sus niveles escolares están presentes en su vida cotidiana. Además, el hecho de desarrollar la habilidad de resolución de problemas, hará posible que el estudiante pueda enfrentarse a distintas situaciones cotidianas - no necesariamente matemáticas- y le será más fácil elaborar ideas o estrategias para la resolución de este problema.

Por lo anterior, al realizar el análisis de los problemas planteados en los textos escolares se logra evidenciar el avance que ha tenido el MINEDUC con respecto a la manera de plantear los problemas en los libros de texto, pues en el año 2018 - 2019 el texto evidencia aproximadamente un 43% de problemas con contexto puramente matemático y 57% de problemas contextualizados en la vida real, situación diferente a los problemas

propuestos en el texto escolar 2020, donde se plantea una mayor cantidad de problemas de la vida real (73%) que problemas puramente matemáticos (27%), lo que demuestra que hay un avance y una intencionalidad de involucrar la matemática en la cotidianidad del alumno.

Como se ha mencionado en otros apartados de esta investigación, López et al. (2015) subdividen el contexto de la vida real en personal, público, laboral o educativo y científico. Además, consideramos que era pertinente agregar una nueva subcategoría denominado contexto interpersonal, que se ha descrito anteriormente. De esta subclasificación, un alto porcentaje de los problemas presentes en los textos 2018 - 2019 y 2020 corresponden al contexto interpersonal y no existen problemas que sean del ámbito personal. Esto se señala porque el ámbito personal es el aspecto más cercano a la realidad del estudiante, donde realmente se le puede hacer partícipe, como por ejemplo en la recopilación de datos y en el análisis de estos. Una consecuencia de esta situación es que mayoritariamente se trabaje con datos no realistas (datos fabricados por los autores de los textos escolares) y muchas veces estos datos pueden generar una sensación de ajenez por parte del alumno frente al problema tratado.

Otro punto a comentar es la importancia de conectar la matemática con otras áreas de investigación. Según Van del Linde (2007), la interdisciplinariedad se define como una estrategia pedagógica que conlleva a una interacción entre diferentes disciplinas, entendida el diálogo y colaboración de estas con el objetivo de generar un nuevo conocimiento. Bajo esta perspectiva, los resultados del análisis muestran un 89% de problemas que no presentan relación alguna con otra disciplina en el año 2018 - 2019, y en el año 2020 un 100% de problemas no presenta conexión con otras áreas disciplinares y tampoco con otras áreas de la matemática, lo que indica el poco trabajo articulador entre la matemática como tal y otras ciencias, como por ejemplo la física o la química.

Martínez, Marín & Otálvaro (2014) indican que se hace importante plantear el proceso educativo bajo una mirada interdisciplinar a través de la resolución de problemas

para la creación de una educación integral que permita contextualizar los contenidos a enseñar. Por lo tanto, resulta importante que los problemas planteados en los textos escolares se relacionan además con otras áreas científicas, mejorando así el proceso de aprendizaje.

Adicionalmente, Perales y Jiménez (2002), se refieren a que el uso de ilustraciones mejora el recuerdo y facilita la comprensión del contenido en los textos, siempre y cuando las imágenes estén relacionadas con el tema en cuestión, añadiendo además que las ilustraciones provocan reacciones afectivas y hacen más atractivos los documentos para el estudiante.

El resultado obtenido en esta investigación, es que el uso de ilustraciones en los textos estudiados es bastante bajo, utilizándose sólo un 7,1% respecto al total de problemas analizados en el texto de 2018 - 2019 y un 20% el 2020, siendo en ambos casos sólo de tipo informativa, lo que indica la necesidad de un mejor uso de estos recursos y así involucrar de mejor manera al resolutor con los problemas planteados.

Un tipo de ilustración que ha estado ausente en los textos escolares analizados, es la ilustración motivadora, que tiene el potencial de ser un gran aporte para que el estudiante pueda trabajar en la resolución de problemas. Se ha mencionado anteriormente en esta investigación, que la motivación del resolutor cumple un papel fundamental en la resolución de problemas, ya que permite que este despierte su interés y le llame la atención involucrarse en el problema para así idear estrategias para resolverlo.

Otro tipo de ilustración que no se ha presentado en los textos escolares analizados es la ilustración representativa, que tiene por finalidad entregar los datos que presenta el enunciado del problema. Es importante considerar que este tipo de representación puede ser un apoyo importante para aquellos estudiantes que no comprendan el problema de manera verbal, pues como señala Pólya (1989) la primera fase para resolver un problema consta de la comprensión de éste, fase que señala como imprescindible. Este tipo de ilustración

generará que el problema sea comprendido por parte de los estudiantes, despertando el interés y deseo por encontrar la solución a oeste.

Un gran porcentaje de la información entregada por los problemas propuestos en ambos textos escolares es suficiente, esto quiere decir, que otorga la información necesaria para llegar a la solución del problema. Una de las preguntas que plantea Pólya (1989) en la primera fase con el fin de comprender el problema y llegar a una solución es ¿Es suficiente la información? El que la información sea suficiente produce que no se generen ambigüedades, situaciones de incertidumbre o estrés a la hora de abordar el problema, ya que puede existir algún vacío si es que la información proporcionada es insuficiente.

Por otro lado, es importante señalar que sería una buena estrategia plantear problemas que no contengan la información necesaria para resolver el problema, señalando que la finalidad de este tipo de planteamiento es que el estudiante se involucre en la invención o recolección de datos presentes en su entorno, haciendo más significativo su trabajo, la recolección de datos provocaría que el problema se contextualice en un ámbito personal, que a su vez generaría datos proporcionados realistas.

Así también, en los problemas analizados en ambos textos escolares, se evidencia que la formulación de los problemas está totalmente desligada al uso de Tecnologías de la Información y Comunicación (TICS). Si bien un problema puede o no estar planteado en un contexto matemático, científico u otra área, puede o no estar ligado a una situación cotidiana, es importante señalar la importancia y lo que genera el uso de TICS, según esto, Fernández (2010) señala:

Dentro del contexto social, los alumnos/as mantienen una estrecha relación con las tecnologías de la información y la comunicación debido a que se han convertido en una poderosa herramienta que les facilita información, comunicación y potencia el desarrollo de habilidades y nuevas formas de construcción del conocimiento (p. 7).

Dentro de lo expuesto anteriormente se logra destacar que si los textos escolares comenzarán a abordar ciertos problemas donde se trabaje el uso de TICS podrían generar motivación e interés de parte del estudiante para resolver problemas, ya que actualmente mantienen una estrecha relación con la tecnología. Así mismo, si en los problemas propuestos en los libros de textos se involucrara el trabajo con materiales manipulativos, se podría generar una mayor atracción y motivación en los alumnos, tal como señala Pólya (1989) en la primera fase de trabajo para la resolución de un problema, se debe despertar el interés y deseo de parte del estudiante para encontrar una solución y el uso de TICS sería un aporte para ello.

A su vez, Botsmanova (1989) señala:

El planteamiento de los problemas matemáticos adopta tradicionalmente una formulación verbal. Pero dar cuenta con la palabra de los elementos y las relaciones que caracterizan la situación de un problema tiene sus ventajas y limitaciones, y a veces el estudiante no alcanza a representar correctamente los hechos: no alcanza a encontrar los referentes concretos que soportan esas expresiones verbales con cierto grado de abstracción. Se ha sugerido que la ayuda de representación y esquemas gráficos facilita una mejor comprensión del problema que la formulación verbal (p. 17).

Es por esto que es necesario formular problemas que involucren gráficos, tablas, diagramas, uso de TICS y uso de materiales manipulativos. Se deben plantear problemas que vayan más allá de la formulación exclusivamente verbal pues se facilitará una mayor comprensión del problema.

García (1998) señala que los procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas están relacionados con “identificar, comparar, clasificar, resumir, representar, relacionar variables y elaborar conclusiones que requieren del uso de las más altas capacidades cognitivas de análisis, síntesis, evaluación y creatividad (p. 60). En los textos analizados se logra evidenciar desde el año 2018 - 2019 al año 2020 un aumento de problemas con una demanda cognitiva relacionada al razonamiento elemental, donde esta

subcategoría presenta procesos cognitivos mayores que la demanda cognitiva de identificar y aplicar, pues no basta con la aplicación de simples algoritmos, sino que es necesario un razonamiento matemático y generar relaciones entre los diferentes aspectos que se pueden presentar en el problema.

Cabe mencionar, que como se señaló con anterioridad, los ejercicios desaparecen dentro del texto escolar 2020, y esto trae como consecuencia la disminución de demandas cognitivas relacionadas a identificar y aplicar enfocándose en procesos cognitivos de orden superior.

Además cabe destacar que en ambos textos escolares las habilidades cognitivas que se requerían en cada problema fueron más de una, primero en el texto utilizado los años 2018 - 2019 se logró divisar que las características que priman son del tipo sintáctica-agrupada y semántico-compleja lo que nos indica que se induce a que los alumnos utilicen más habilidades para responder a una variedad de preguntas, en cambio en el texto escolar 2020 se logró observar que el lado que primaba fueron del tipo sintáctico-simple y semántico-compleja demostrando que la cantidad de preguntas se redujo pero que buscaban involucrar más habilidades al momento de resolver los problemas.

Cuando se busca encontrar una solución a un problema, esta puede estar determinada por diversos procedimientos o algoritmos que los alumnos conocen o han aprendido en el transcurso de sus vidas. Por ello, al plantear un problema se debe tener en consideración no inducir de forma explícita la resolución o el procedimiento a seguir para lograrlo, sino más bien plantear la problemática de tal manera que el estudiante sea quien decida.

Según García (2014), la toma de decisiones consiste en encontrar un procedimiento adecuado para resolver una situación problemática. En este sentido, emplear preguntas abiertas permite abrir distintos caminos para resolver un problema, ya que una respuesta abierta no es única. Es en este aspecto donde se pueden apreciar algunos aspectos

importantes en los textos escolares analizados. Al respecto, un gran porcentaje de los problemas analizados propuestos en los textos escolares, no induce de manera explícita la forma de llevar a cabo la resolución de los problemas, sino que dan libertad de acción al alumno para responder, lo que se refleja en un 85,7% de respuestas con toma de decisión en el texto de 2018 - 2019 y un 66,7% en 2020.

Sin embargo, a pesar de que los problemas analizados son mayoritariamente con toma de decisión, prima el tipo de solución única y exacta, con un 89,3% en 2018 - 2019 y 100% en 2020. Lo anterior, implica que en general el estudiante puede decidir cómo resolver los problemas que se le proponen, pero el tipo de respuesta sigue siendo única y exacta en su mayoría, no así con el tipo de respuestas, ya que más del 80% de los problemas son del tipo respuesta cerrada y además son exactas y únicas lo que permite determinar que la mayor parte de los problemas propuesto por el MINEDUC no entregan las características de una respuesta abierta.

Coherencia entre los problemas planteados y lo que señala el currículum

Duk y Loren (2010) señalaron que el currículum nacional es una herramienta indispensable en cada país, ya que proyecta las visiones de la sociedad y establece el objetivo de la educación por medio de la selección de competencias que son vitales para desarrollar y crear participación de las personas en la vida. Frente a esto, los textos escolares son una de las herramientas primordiales para dar reflejo del currículum prescrito, ya que son emanados desde el MINEDUC y, por lo tanto, se espera que manifiesten todo aquello que desde el Ministerio se declare.

Considerando que los libros de textos responden al currículum particular de cada país, el análisis de contenido del texto escolar demuestra que éste participa activamente en la creación de identidades sociales. En este sentido, tanto en el sistema escolar como el

texto escolar en particular, seleccionan de la totalidad de productos culturales creados en una sociedad concreta algunos de ellos y excluyen otros (Ajagán y Turra, 2009).

Para Fernández et al. (2017), el libro representa una estructura en la que se incluyen los distintos elementos para la incorporación por parte del alumno de los contenidos del currículo. En esta línea, es importante que el libro de texto desarrollado por el MINEDUC refleje de fiel manera lo que indica el currículum. Como se describió anteriormente, la enseñanza que propone el Ministerio de Educación sitúa la resolución de problemas como habilidad fundamental en el aprendizaje de los estudiantes, por lo mismo es necesario analizar cómo los problemas planteados en el texto escolar podrían llegar a facilitar o no el desarrollo de esta habilidad.

Respecto a la relación entre el currículum y la resolución de problemas, Pozo (1994) plantea que “orientar el currículo hacia la solución de problemas implica buscar y diseñar situaciones lo suficientemente abiertas como para inducir en los alumnos una búsqueda y apropiación de estrategias adecuadas para encontrar respuestas a preguntas no sólo escolares, sino también de su realidad cotidiana” (p. 4). En esta línea, es importante que esta búsqueda de situaciones induzca el desarrollo de la resolución de problemas promovida desde el mismo currículum nacional.

Como se describe anteriormente, el MINEDUC ha propuesto la resolución de problemas como protagonista en la educación que se plantea desde las Bases Curriculares de 2015. Por lo anterior, es que destaca la resolución de problemas en el sentido de la importancia que tiene para las ciudadanas y los ciudadanos en la sociedad moderna.

El MINEDUC (2015), indica dentro de las Bases Curriculares que “se pretende que las y los estudiantes desarrollen el razonamiento lógico” (p. 95), a pesar de lo anterior, y considerando la definición que propone Martínez (2001) que describe la demostración matemática como potenciador del pensamiento deductivo y lógico, en el análisis y clasificación de problemas se obtuvieron 0% de problemas de demostración, lo que claramente contradice lo planteado en las Bases Curriculares. Por otro lado, señalan además

resolver problemas en lugar de ejercicios, pues una situación problemática contextualizada o no, necesita de aplicar estrategias, evaluar respuestas obtenidas y su pertinencia (MINEDUC, 2015). En esta línea se debe destacar el hecho que hubo una disminución del uso de ejercicios en los textos analizados, pasando de un 17,3% en 2018 al 0% en 2020.

Es importante señalar que dentro del propósito de la unidad 1 del programa de estudio de matemática de octavo básico, el MINEDUC (2016) menciona que “se vuelve al concepto de porcentaje para profundizar su comprensión y tratar las variaciones porcentuales en la resolución de problemas contextualizados” (p.25). Al clasificar los problemas presentes en el libro de texto 2018 - 2019, éste presenta un 57,1% de problemas contextualizados, a pesar de que el propósito señalado anteriormente está vigente desde el 2016, año en que se produjo la primera edición.

Ahora bien, es importante mencionar que existe un alza en cuanto a problemas contextualizados, evidenciándose un aumento desde un 57,1% (año 2018 - 2019) hasta un 86,7% (año 2020). Esto quiere decir que de alguna manera se ha tratado de abordar los problemas tal como se señala dentro del propósito de la unidad en cuanto al contenido de variaciones porcentuales, pero de una manera muy superficial pues no existen contextos efectivos de situaciones reales que permitan a los alumnos relacionar realmente la matemática con sus vidas, es decir, que un problema esté contextualizado no implica necesariamente que será relevante para el estudiante.

Esto se ve reflejado en la clasificación dentro del contexto de la vida real, donde el 68,8% de los problemas propuestos en el texto escolar 2018 - 2019 están contextualizados en el ámbito interpersonal y no se presentan problemas contextualizados en el ámbito personal. Así mismo en el texto escolar del año 2020, se presenta solo un 38,5% contextualizado en el ámbito interpersonal donde, además, no se vuelven a presentar problemas relacionados con el ámbito personal. De alguna manera se trata de ligar al estudiante a situaciones de la vida cotidiana pero que son ajenas a él y no permiten generar la relación de la matemática con su vida personal.

Dentro del programa de estudio, el MINEDUC (2016) en el eje temático de números, indica que “se espera, además, que comprendan y manejen adecuadamente los porcentajes y las posibilidades de este concepto para modelar situaciones de otras áreas” (p.99). Frente a esto, al analizar la relación que tiene el contenido de variaciones porcentuales con otras áreas, se logra evidenciar que la existencia de esta relación es casi nula, ya que en el texto 2018-2019 presenta un 10,7% y en el texto 2020 presenta un 0%, dejando en evidencia que, el paso de un texto a otro perdió en su totalidad el querer interrelacionar este contenido con el área de las ciencias u otras áreas disciplinares en donde se trabaje el contenido de porcentajes, o para ser más específicos, variaciones porcentuales.

Respecto al aprendizaje como tal, el MINEDUC (2016), plantea que “los estudiantes son participantes activos en este proceso. Ellos construyen conocimiento basados en sus propias experiencias y saberes previos e interactuando constantemente con nuevos conocimientos y experiencias, muchos de los cuales provienen del medio en que se desenvuelven” (p. 14). En esta línea, es importante destacar que de ambos textos analizados, el 100% de los problemas clasificados utilizan datos no reales, por lo tanto, a pesar que desde el texto 2018 al 2020 hubo un incremento de problemas con contexto de la vida real (de 39,3% a 73%), las problemáticas planteadas no relacionan al estudiante directamente, pues ninguna de ellas propone datos de tipo realista, por el contrario, si el estudiante participa activamente, construyendo el conocimiento basado en sus propias experiencias, llevará a generar datos realistas en la formulación del problema.

Respecto al Objetivo de Aprendizaje 5, expuesto en el programa de estudio por el MINEDUC (2016) se plantea de la siguiente manera: “Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro” (p. 68) Al respecto, se debe destacar que tanto el texto de 2018 como de 2020 presentan sólo problemas de representación con recurso de tabla y exclusivamente verbal, habiendo un incremento en estos últimos desde 2018-2019 a 2020 y pasando de 85,7% a 93,3%, no

encontrándose resoluciones de tipo gráficas o pictóricas en la muestra analizada, contradiciendo lo planteado en el Objetivo de Aprendizaje.

En otra línea, es importante dar cuenta de cómo se relacionan los indicadores de evaluación que propone el MINEDUC respecto a los problemas planteados en los libros de texto analizados. En este sentido, se debe destacar la ausencia de problemas contextualizados en ofertas de compra en cuotas, y a pesar de que el MINEDUC (2016) señala dentro de sus indicadores “Comparan críticamente varias ofertas de la compra en cuotas y calculan el costo total de la compra” (p. 68), este no se ve reflejado en las actividades propuestas, por lo tanto, es contradictorio evaluar a los estudiantes en base a situaciones que no hayan sido trabajadas en el texto..

En resumen, tras la discusión de los resultados obtenidos en esta investigación y el análisis entre lo que señala el MINEDUC y lo que se expone en los textos escolares, es posible aseverar que los textos escolares no presentan suficiente concordancia respecto a lo planteado en el currículum escolar y aquello que se percibe en los libros de textos. Además, se evidencian varios aspectos deficitarios dentro de los textos escolares, como por ejemplo el contexto personal, los datos proporcionados realistas, conexión con otras áreas disciplinares y las representaciones pictóricas para la resolución de problemas.

Capítulo V

Conclusiones

Del estudio y análisis realizado a lo largo de esta investigación, se puede señalar que la resolución de problemas como habilidad, es fundamental en el proceso de aprendizaje del estudiante, en primera instancia, porque es considerada por el currículum como una de las cuatro grandes habilidades, enfatizando que la asignatura de matemática se focaliza en el desarrollo de la misma y, además, porque promueve el desarrollo de otras habilidades.

Siguiendo la línea que entrega el MINEDUC (2016) en el programa de estudio, donde señala que los problemas se plantean de una manera que motive a los estudiantes a buscar evidencias y usar argumentos coherentes y bien documentados. En este sentido, y bajo los resultados obtenidos en el análisis de los problemas de variaciones porcentuales, es necesario que los textos de estudio presenten variación en los tipos de problemas que plantean, para así construir actividades que realmente motiven y llamen la curiosidad del estudiante. Por otra parte, además de despertar el interés y la motivación por resolver problemas, pueden generar en los estudiantes el deseo por el descubrimiento e investigación, lo que permite desenvolverse mejor no sólo en la matemática como tal, sino también sortear obstáculos en el día a día.

Para analizar la manera en que los textos promueven el desarrollo de esta habilidad, se consideró necesario clasificar los problemas propuestos en ambos textos escolares. Para esto, se utilizó como base la clasificación propuesta por López et al. (2015). Con respecto al tipo de problema propuesto en los textos analizados se puede concluir que hay de 3 tipos: ejercicios, problemas de aplicación y problemas de la vida real, donde es posible concluir que los ejercicios en el texto de 2018 - 2019 se plantean sin contexto, además son de una simple aplicación de algoritmo que permite al resolutor dar con la solución.

3. Calcula en cada caso el 100%.
- | | |
|-----------------|------------------|
| a. 8 es el 20%. | d. 56 es el 80%. |
| b. 40 es el 5%. | e. 9 es el 0,5%. |
| c. 3 es el 10%. | f. 2,1 es el 9%. |

Figura 18. Texto del estudiante, 8° básico, 2018 - 2019

La figura 18 muestra el estilo de problemáticas en las que se sitúan los ejercicios encontrados en el texto mencionado, cabe destacar además que todos los ejercicios son de ese mismo tipo. Por otra parte, ambos textos indican diferencias significativas en lo que se refiere a contexto, pues desde 2018 - 2019 hacia 2020, disminuyen los problemas con contexto puramente matemático y aumentan los problemas de la vida real. Esto indica una mejoría bajo lo que plantea el MINEDUC en el currículum, tratando de aproximar las situaciones descritas al estudiante con contextos más familiares.

También se encuentran diferencias no menos importantes respecto al uso de ejercicios, disminuyendo de un 14,3% en 2018 - 2019 hasta el 0% en el texto de 2020, lo que puede estar relacionado con lo mencionado anteriormente en el sentido de la necesidad de contextualizar mejor las actividades propuestas.

De acuerdo con la categorización planteada, se debe hacer la diferencia entre utilizar una problemática conocida para el estudiante pero que no lo afecta directamente, y otra muy diferente es relacionarlo de manera directa, distinguiéndose el contexto interpersonal del personal. En este sentido, se encuentran similitudes entre ambos textos analizados respecto a la cantidad de problemas interpersonales y puramente matemáticos, siendo este tipo de contextos los que priman en los textos analizados y, por otra parte, la ausencia de problemas de contexto personal.

Lo señalado anteriormente provoca un desapego del contenido matemático con la realidad del alumno. Si bien se describen en el texto escolar actividades contextualizadas, estas resultan ser limitadas para promover el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas, ya que se dispone de situaciones cotidianas para la realidad del alumno, pero

muchas veces resulta difícil apreciar la importancia de resolver el problema al no estar relacionada directamente con el estudiante.

En resumen, se logra apreciar que los problemas que se proponen en los textos analizados no vinculan de forma directa al estudiante, ya que no es él quien recoge la información ni tiene un rol de protagonismo para dar respuesta a un problema, sino más bien, se le entrega información que podría ser parte de la realidad del alumno, pero no generaría la motivación ni el vínculo necesario entre el estudiante y el problema para provocar la resolución de este.

En lo referente a la ilustración, existen similitudes entre ambos textos. Los problemas que se plantean son mayormente sin ilustración, de hecho, en el texto de 2018 - 2019 un 92,9% de los problemas analizados no presentan ilustraciones, y en el único caso de ilustración, esta es informativa. Para el texto escolar 2020 la situación es similar, disminuyendo a 80% de problemas sin ilustración, pero el 20% restante es sólo informativa. Esto da cuenta de la poca relevancia que representa el uso de las ilustraciones dentro de la estructura de los problemas propuestos. Al respecto, es necesario emplear estos estímulos visuales, pues podrían desempeñar el papel de motivar al estudiante haciendo el texto escolar más ameno visualmente, más colorido y evitando páginas completas dedicadas a texto.

Respecto a los requerimientos cognitivos que se le exigen al estudiante para la resolución de problemas presentes en los textos escolares, se encuentran ausentes el razonamiento complejo y la investigación. Siguiendo los razonamientos propuestos anteriormente, el aumento de este tipo de problemas permitiría el trabajo investigativo y el descubrimiento.

En referencia a las interrogantes planteadas al inicio de esta investigación, es importante destacar algunos aspectos que fueron relevantes. En primer lugar, se ha podido concluir que la manera de abordar las variaciones porcentuales por parte de ambos textos

escolares ha sido deficiente respecto a cómo que se plantea desde el MINEDUC. En este sentido, el texto de 2018 - 2019 muestra un gran número de problemas utilizados (28) y ofrece más variedad respecto a los contextos y formulaciones que utiliza, pero se dan situaciones dentro del texto en que hay una cantidad excesiva de ellos, y son utilizados mayormente como ejercitación del contenido matemático más que en la enseñanza como tal, lo que indica que la estructura que adoptan los problemas dentro del texto 2018 - 2019 no es el adecuado para fomentar el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas.

Por otra parte, el texto del año 2020 evidencia un menor número de problemas planteados (15), lo que deja al estudiante frente a una menor densidad de trabajo, pero a diferencia del texto 2018 - 2019, se debe destacar que el texto 2020 presenta menor variedad respecto a las problemáticas que utiliza, es decir, las situaciones en las que se ve envuelto el estudiante no varían mucho unas de otras. Esta situación se refleja, por ejemplo, en las categorías de tipos de problema y contexto, donde gran porcentaje de los problemas planteados pertenecían a las categorías problema de la vida real. y de contextos interpersonal

Respecto a la coherencia de los textos estudiados con lo planteado en el currículum prescrito, se debe destacar que no se aprecia una relación suficientemente estrecha para conseguir los propósitos expuestos. En general, y considerando los resultados obtenidos, los problemas planteados sí reflejan contextos familiares para el estudiante, pero no relevantes. A pesar de lo anterior, es importante el hecho de que dentro de la transición del texto 2018 - 2019 al 2020 se haya reducido el uso de ejercicios, como también de problemas de aplicación, sin embargo, esta situación no implica el uso de otros tipos de problemas como son los de demostración o de descubrimiento. En consecuencia, los textos escolares mantienen el mismo uso de problemas, dejando de lado la implementación de nuevas propuestas que fomenten el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas

Así mismo, respecto a los problemas analizados en los textos escolares, se evidencia que el 100% de ellos está formulado en un contexto de datos no realistas, resultando así, un

impedimento en la vinculación efectiva de los problemas con la realidad de los alumnos. Además, es posible afirmar que existe un grado de incongruencia entre lo que se explicita en el texto y lo que señala el currículum citado, ya que los problemas planteados resultan impersonales y se señala que los problemas de matemáticas debieran estar vinculados a aspectos cotidianos del estudiante y ser participantes activos en el proceso de aprendizaje, donde construyan conocimiento basado en sus experiencias.

Por otra parte, a pesar de que el MINEDUC destaca la importancia de la matemática y de la resolución de problemas en la sociedad moderna, no se puede apreciar una notoria presencia de conexión con otras áreas de la ciencia, ni tampoco con otras áreas de la matemática misma, lo que contradice el hecho de usar la matemática como una herramienta en la sociedad actual. Esto porque, como se ha mencionado, la resolución de problemas tiene gran importancia para el desarrollo de la sociedad, y es aplicable en diversos ámbitos como la ciencia. De aquí, la necesidad de vincular la habilidad de resolución de problemas con otras áreas disciplinares.

Por otro lado, dentro del programa de estudio, el MINEDUC (2016) sugiere trabajar la resolución de problemas utilizando distintas estrategias, las que pueden ser: destacar la información dada, usar un proceso de ensayo y error, aplicar procesos reversibles e incluso ser selectivo con la información, para usar sólo aquella que es relevante. En lo expuesto anteriormente se hace referencia a que existen diversas estrategias para resolver problemas y, de alguna manera, el rol del docente debería ser de monitoreo frente al desarrollo de los estudiantes y propiciar la utilización algunas de las estrategias antes mencionadas. A pesar del importante rol docente dentro del aula, se considera que, como el texto escolar destaca la habilidad de resolución de problemas en la matemática, sería pertinente que dentro de los textos escolares se expliciten algunas estrategias para llevar a cabo el desarrollo de dicha habilidad.

En consecuencia, se recomienda que los textos escolares comiencen a abordar actividades en contextos efectivos que vinculen directamente al estudiante con la realidad y

la resolución de problemas, no en simples actividades que tengan solo relación con su entorno, si no que sea él el protagonista de dicha situación.

Además, se recomienda fomentar el planteamiento de actividades en los libros de textos haciendo uso de herramientas tecnológicas y material manipulativo con el fin de despertar el interés, la motivación, la creatividad y el deseo por resolver el problema planteado. Sumado a lo anterior, pensamos que es importante trabajar con recursos visuales que entreguen información relacionada con el problema, que sean motivadoras y que representen una verdadera ayuda al resolutor del problema.

Para terminar, se propone fomentar el trabajo colaborativo enfocado en la resolución de problemas. Es importante este tipo de trabajo porque cada persona puede aportar distintas miradas y puntos de vista frente a una situación además de favorecer la creatividad, y así generar discusiones que enriquezcan a cada uno de los participantes frente a la habilidad de resolución de problemas.

Proyección

Pólya (1989) señala que el alumno en la última fase a la hora de resolver un problema denominada visión retrospectiva, debe comprender que ningún problema puede considerarse completamente terminado. Relacionando la idea de Pólya con el presente estudio, se debe considerar que una investigación nunca debe llevarse a cabo para solucionar un problema de manera puntual, si no que puede ser modificada o adaptada con la finalidad de ser aplicada en otra instancia.

La primera proyección en la que se hará énfasis es en que se recomienda generar un nuevo estudio en base al contenido de variaciones porcentuales, si se estima conveniente utilizando la misma clasificación de problemas que se utilizó en esta investigación, pero analizando las actividades propuestas en el cuaderno de actividades que acompaña el libro

de texto elaborado por el MINEDUC, pues es otra herramienta que sirve como apoyo complementario para el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Una segunda proyección es que se sugiere seguir realizando investigaciones en base al abordaje de la resolución de problemas de las actividades propuestas en los libros de textos, abarcando otros contenidos o unidades, puesto que la resolución de problemas es una de las cuatro grandes habilidades planteadas por el currículum.

Una tercera proyección que es importante a considerar es el realizar una investigación donde se aborde el uso de las TICS en la resolución de problemas, puesto que hoy en día la tecnología cumple un rol fundamental dentro de la sociedad y se logra evidenciar la estrecha relación que tienen los alumnos con la tecnología. De hecho, el MINEDUC (2015) señala en el programa de estudio dentro de las orientaciones didácticas que:

La tecnología puede ayudar a los estudiantes a aprender matemática. Utilizando las herramientas tecnológicas, pueden ejecutar los procedimientos rutinarios en forma rápida y precisa, liberando tiempo para razonar, elaborar modelos, buscar patrones, comprobar conjeturas y resolver problemas complejos que antes no eran accesibles para ellos. (p. 44)

Finalmente se establece una última proyección, donde se plantea la siguiente pregunta que podría dar el puntapié para una nueva investigación: ¿Cómo se aborda la resolución de problemas en la formación inicial docente en Chile? Se considera importante abordar este tema, ya que en los programas de estudio se señala la resolución de problemas como una habilidad en la que la asignatura de matemática está focalizada. Por lo tanto, si tal habilidad se considera dentro del currículum prescrito y además los textos de estudio de alguna manera promueven el desarrollo de ella, es pertinente cuestionarse cómo se aborda la resolución de problemas en la formación inicial docente, con el objetivo de evaluar si los futuros docentes están siendo formados a favor del desarrollo de la resolución de problemas.

Referencias bibliográficas

- Abrantes, P. (1989). *Um (bom) problema (não) é (só)...* Educação e Matemática, 8, 7-10 y 35.
- Adams, J. (1974), Conceptual Blockbursting, San Francisco, Freeman.
- Ajagán, L., y Turra, O. (2009). El texto escolar: hacia una didáctica crítica. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 8(16),87-99.
- Arnal, J., del Rincón, D. y la Lorre, A. (1992) *Investigación Educativa: Fundamentos y Metodología*. Editorial Lapor, Barcelona. pp. 245-263.
- Arzaluz, S. (2005). La utilización del estudio de caso en el análisis local. *Región y sociedad*, 17(32), 107-144.
- Balderas, R., Block, D. y Guerra, M. Sé cómo se hace, pero no por qué. Fortalezas y debilidades de los saberes sobre la proporcionalidad de maestros de secundaria *Educación Matemática*, (26), 7-32.
- Boavida, A. (1993). *Resolução de Problemas em Educação Matemática* (Tesis de maestría). Universidad Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal.
- Boisnard D., Houdebine J., Julo J., Kerboeuf M-P. et Merri M. (1994). *La proportionnalité et ses problèmes*. Hachette, Francia.
- Borasi, R. (1986). *On the nature of problems*. Educational Studies in Mathematics, 17(2), 125–141. doi:10.1007/bf00311517
- Botsmanova, E. (1989) *El papel del análisis gráfico en la resolución de problemas aritméticos*, *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 1: 3-4, 17-21, DOI: [10.1080 / 02147033.1989.10820897](https://doi.org/10.1080/02147033.1989.10820897)

- Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de investigación y relaciones*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones
- Castro E. (2008). *Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España*. Granada, España.
- Ceballos, J., y Blanco, L. (2008). *Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad*. Publicaciones: Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla, (38), 63-88.
- Chamorro M. y Vecino, F. (2003). El tratamiento y la resolución de problemas. En Chamorro, M (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Cap. 9. Pearson Educación. Madrid. 273-299.
- Colera, J., Colera, L., Gaztelu, I. y Oliveira, M.J. (2011). *Matemáticas 3 Educación Secundaria*. Madrid: Anaya.
- Crespo, C. (2005). La importancia de la argumentación matemática en el aula. Premisa (Revista de la Sociedad Argentina de Educación Matemática), 7(23), 23-29.
- Cuicas, M. (1999). Procesos Metacognitivos desarrollados por los alumnos cuando resuelven problemas matemáticos. Enseñanza de la Matemática, 8(2), 21-29.
- División de educación general. Coordinación básica, 2015. *Conversemos Cuaderno Docente N°2*. Santiago, pp.5-6.
- División de educación general. (2018). Monitoreando la implementación curricular y los logros de aprendizaje. Santiago, Chile.

- Derry, S. J., & Murphy, D. A. (1986). Designing Systems that Train Learning Ability: From Theory to Practice. *Review of Educational Research*, 56(1), 1–39.
- Duk, C. y Loren, C. (2010). Flexibilización del currículum para atender la diversidad. *Revista Latinoamericana de Inclusión Educativa*, 4(1), 187-210.
- Espinel, M., Bruno, A. y Plasencia, I. (diciembre de 2010). La comprensión de gráficas de porcentaje de variación en situaciones cotidianas. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, 1, 83-102
- Eyzaguirre, B. y Fontaine, L. (1997). *El futuro en riesgo. Nuestros textos escolares*. Santiago, Chile. ISBN: 956-7015-26-0
- Felmer, P. y Perdomo-Díaz, J. (2017). Un programa de desarrollo profesional docente para un currículo de matemática centrado en las habilidades: la resolución de problemas como eje articulador. *Educación matemática*, 29(1), 201-217.
- Felmer, P., Perdomo-Díaz, J. y Reyes, C. (2019). La experiencia ARPA en Chile: resolución de problemas para el desarrollo profesional de los docentes. Serie Springer en Geomecánica y Geoingeniería.
- Fernández, M., Caballero, P. y Fernández, J. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 20(1), 201- 217
- Fernández, I. (2010). *Las TICS en el ámbito educativo*. Educación, 9. Recuperado de http://www.eduinnova.es/abril2010/tic_educativo.pdf
- Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid, España: Morata. pp. 15-51.

- García, J. (1998). La creatividad y la resolución de problemas como bases de un modelo didáctico alternativo. *Revista educación y pedagogía*, 10(21), 145-173.
- García, J. (2018). El proceso de toma de decisiones y de resolución de problemas. Recuperado de <http://files.fundamentosdeorientacion.webnode.es/200000026-0c0fd0e03b/El%20proceso%20de%20toma%20de%20decisiones%20y%20de%20resoluci%C3%B3n%20de%20problemas.pdf>
- González, M. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas: los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408.
- Goode, W. y Hatt, R. (1972). *Métodos De Investigación Social*. 1era ed. México: Editorial Trillas.
- Herdeiro, C. (2010). *A resolução de problemas nos manuais escolares de matemática do 9º ano de escolaridade*. Tesis Doctoral. Universidad de Huelva (pp. 427 y 428). Huelva, España.
- Holsti, O., 1969. *Content Analysis For The Social Sciences And Humanities*. 1st ed. Reading. Addison-Wesley, p. 5.
- Lemmer, M., Edwards, J. A., & Rapule, S. (2008). Educators' selection and evaluation of natural sciences textbooks. *South African Journal of Education*, 28, 175-187
- Liljedahl, P. y Santos-Trigo, M. (Eds.). (2019) Solución de problemas matemáticos. Monografías ICME-13. doi: 10.1007 / 978-3-030-10472-6
- López, E., Guerrero, A., Carrillo, J. y Contreras, L. (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (8), 73-94.

Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). *Revista de Investigación en Psicología* 9 (1), 123-146.

Martínez, Marín y Otálvaro (2014). (2014). La interdisciplinariedad a través de la resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje de la física. Medellín, Colombia: CODI.

(Martínez, J., Rodríguez, J. (2010). El currículum y el libro de texto escolar. Una dialéctica siempre abierta. En Gimeno, J, *Saberes e incertidumbre sobre el currículum* (246 - 268). Madrid, España: Editorial Morata)
<https://www.uv.es/bonafe/documents/Curric%20y%20libr%20texo.pdf>

Mendoza, T., & Block, D. (2010). El porcentaje: lugar de encuentro de las razones, fracciones y decimales en las matemáticas escolares. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 13(4), 177-190.

MINEDUC. (2007) *Primer seminario escolar de textos escolares*. Unidad de Currículum y evaluación. Santiago, Chile.

MINEDUC (2013), *Matemática, Estándares de Aprendizaje Octavo básico*. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago, Chile

MINEDUC (2015). *Bases curriculares de 7° básico a 2° medio. Matemática*. Santiago, Chile.

MINEDUC. (2015). *Estudio de políticas educativas*. Estudio de políticas educativas, 1, 70. Santiago, Chile.

MINEDUC. (2018). *Matemática, Plan de Estudio, 7° y 8° básico*. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago, Chile.

MINEDUC (2016). Matemática, Programa de estudio Octavo básico. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago, Chile

Monterrubio, M. y Ortega, T. (2012). Creación y aplicación de un modelo de valoración de textos escolares matemáticos en Educación Secundaria. *Revista de Educación*, (358), 471-496.

Occeli, M. y Valeiras, N. (2013). Los libros de texto de ciencias como objeto de investigación: una revisión bibliográfica, *Enseñanza de las Ciencias*, 31(2), pp. 133-152. Recuperado de <https://ensciencias.uab.es/article/view/v31-n2-occelli-valeiras/761-pdf-es>

OCDE. (2018). *El programa PISA de la OCDE Qué es y para qué sirve*. París: OCDE. recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>

Pancorbo, L. (2011). *Matemáticas 3 Educación Secundaria. Nuevo Vector*. Barcelona: Vicens Vives.

Perales, F., Jiménez, J. (2002). Las ilustraciones en la enseñanza-aprendizaje de las ciencias. Análisis de libros de texto. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, [en línea], 2002, Vol. 20, n.º 3, pp. 369-86,

Pólya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Pozo, J.I. (coord.) (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Santillana

Sánchez, N. (2017). Análisis de problemas en Estadística y Probabilidad en libros de texto de segundo año de Educación Secundaria. *Revista Científica*, 30 (3), 181-194. Doi: <https://doi.org/10.14483/23448350.12289>

San Martín, C., Salas, N., Howard, S., y Blanco, P. (2017). Acceso al Currículum Nacional para Todos: Oportunidades y Desafíos de los Procesos de Diversificación de la

- Enseñanza en Escuelas Diferenciales Chilenas. Revista latinoamericana de educación inclusiva, 11(2), 181-198.
- Schoenfeld, A. H. (2007). Problem solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics. ZDM, 39(5-6), 537-551.
- Stevenson Valdés, A. (2003). El texto escolar: un material curricular al servicio de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Educación, 12(22), 77-98
- UNESCO. (2009). Aportes para la enseñanza de la matemática. Santiago, Chile. Recuperado de <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000180273>
- Van del Linde, G. (2007, Jul-Dic). ¿Por qué es importante la interdisciplinariedad en la educación superior? Cuadernos de Pedagogía Universitaria, Año 4. No. 8. 11-13. Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra, República Dominicana.
- Vila, A. y Callejo, M. (2004). Matemáticas para aprender a pensar, el papel de las creencias en la resolución de problemas. (Vol. 100). Madrid: Narcea Ediciones
- Wilhelmi, M. R. (2017). Proporcionalidad en Educación Primaria y Secundaria. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos
- YIN, R. K. (1981). The Case Study Crisis: Some Answers. Administrative Science Quartely. Cornell University, 26.
- Zubiría, J. (2005). Los retos a la educación en el siglo XXI. Bogotá, Colombia: Editorial Bonaventuriana