UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

RESIGNIFICACIÓN DE LA SUMA DE FRACCIONES CON IGUAL Y DISTINTO DENOMINADOR EN ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO MEDIO

TESINA PARA OPTAR AL GRADO Y/O TÍTULO DE LICENCIATURA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA CON MENCIÓN EN ESTADÍSTICA EDUCACIONAL

AUTORAS: NICOLE CAROLINA ACUÑA CAMPOS

JAVIERA PAZ HUGHES RETAMAL

PROFESORA GUÍA: TAMARA CECILIA DEL VALLE CONTRERAS

SANTIAGO DE CHILE, MARZO DE 202

AGRADECMIENTOS

A mi familia, pilar fundamental en mi vida. A mis padres Jeannette y Fernando por su esfuerzo y sacrificio por darnos siempre lo mejor, a mis hermanos Fernando y Ana por su paciencia y apoyo, a mi sobrino Bruno porque su existencia me ha dado la fuerza y motivación para finalizar este proceso. Gracias también a mi madrina Jacqueline por estar presente en cada etapa de mi vida. Sin ustedes nada sería posible.

Agradecer a mi amigo Jose por estar conmigo en los buenos y en los malos momentos, por su cariño y amistad.

Finalmente, gracias a mi compañera de equipo Nicole, porque más allá de los enojos y las risas pudimos sacar esta investigación adelante.

Javiera Paz Hughes Retamal

Quiero agradecer a mi familia por estar presente siempre en cada momento de vida, por siempre apoyarme y por acompañarme en todo mi proceso universitario. Mis padres Mónica y Luis nunca dudaron de mí, aún en los momentos más difíciles y nunca dudaron de mi vocación, mis pilares fundamentales, mis hermanas Paula y Nataly, quienes son las personas que más amo en mi vida. Sin duda toda familia ha jugado un rol fundamental y siempre creyeron en mí, pero no puedo dejar de mencionar a mi pololo Diego, quien me ha acompañado en todos estos años y ha vivido cada proceso conmigo, muchas gracias por la paciencia y compañía.

Pero qué sería de la vida sin los amigos y amigas, y esta universidad me entregó grandes amigas(os) como Sebastián, Margot, Sofía, Ivonne y Javiera mi compañera en esta aventura, hemos avanzado juntas en nuestra carrera universitaria, profesional y en esta investigación que viene a darle un fin a un proceso que fue difícil, pero que nos llevó a ser quienes somo hoy y a desempeñarnos en algo que amamos.

Nicole Carolina Acuña Campos

Gracias a nuestra profesora guía Tamara del Valle por formar parte de nuestro proceso de finalización de la carrera, por su apoyo y ayuda en esta investigación que nos permitió elaborar la presente tesina.

Nicole y Javiera

TABLA DE CONTENIDOS

RESUMEN

La presente investigación busca estudiar la forma en la que tres estudiantes de primero medio pertenecientes a la Red de colegios Alma Máter Studiorum, resignifican el contenido de suma de fracciones con igual y distinto denominador. Mediante una metodología cualitativa e interpretativa, a través de una investigación-acción y dada una situación específica de aprendizaje, se aplicará previamente una evaluación diagnóstica en la cual determinaremos los errores más frecuentes en los estudiantes. Además, se planifica y ejecuta un taller de dos sesiones, con un enfoque socioepistemológico, que apunta al fortalecimiento y enriquecimiento del contenido presentado, dotando de significado las acepciones previas que puedan resultar incompletas o insuficientes en la comprensión del algoritmo de la suma de fracciones. Las sesiones realizadas se impartirán en vivo con ayuda de la aplicación Pear Deck sostenidas mediante videollamadas vía Google Meet. De acuerdo a la teoría Socioepistemológica se realizó un análisis de las respuestas obtenidas una vez realizadas las sesiones, reflexionando en torno a la manera en la que los estudiantes resignifican la suma de fracciones disipando con ello algunos de los fenómenos del discurso Matemático Escolar (dME).

Palabras clave: resignificación, suma de fracciones, discurso Matemático Escolar, Teoría Socioepistemológica, investigación-acción.

ABSTRACT

The following research aims at addressing manners in which three students on first grade of high school belonging to Red Alma Mater Studiorum, re-signify sum of fractions with both common and different denominators. Using a qualitative and interpretive approach, througout an action-research focus and considering a specific learning scenario, a diagnostic assessment will be applied previously in order to determine the most frequent mistakes students make. Besides, an alternative program with an epistemological approach was designed and implemented in two sessions with the aim of achieving affirmation and development of the subject of inquiry providing significance to prior meanings that may result insufficient or incomplete when dealing with comprehension of the sum of fractions algorithm. The alternative sessions designed will be implemented throughout online lessons with the aid of Pear Deck Application on videocallings assisted by Google Meet platform. According to a socioepistemological theory, an analysis on the results will be held after the conducted sessions considering both reflecting on a specific strategy in which students resignify sum of fractions and dispelling some phenomenal related to School Mathematical discourses.

Key concepts: Re-significance, sum of fractions, School Mathematical discourse, Socioepistemological Theory, action-research.

INTRODUCCIÓN

Diversas investigaciones tanto a nivel nacional como internacional evidencian que una de las dificultades más frecuentes en los estudiantes a lo largo de su escolaridad es la suma de fracciones con igual y distinto denominador. Si bien la enseñanza de dicho contenido de acuerdo a currículum aborda las diferentes formas de representación de las fracciones también establece una separación entre estas. Además de esto, al proponer el contenido de suma de fracciones con igual y distinto denominador se incurre en la mecanización, es decir, se establece una secuenciación de pasos que componen el algoritmo de la suma, lo que conlleva a que el estudiante no comprenda el porqué de cada uno de estos. Es por todo lo anteriormente expuesto que vemos necesario abordar esta problemática, elaborando un taller de dos sesiones que apunte a que los estudiantes resignifiquen la suma de fracciones con igual y distinto denominador mediante la integración de las diferentes formas de representación de dichas fracciones (concreta, pictórica y simbólica).

El primer capítulo abarca el planteamiento del problema, en el cual se detallan los antecedentes que nos llevan a generar esta problemática como lo es el bajo rendimiento de los estudiantes a nivel nacional en la prueba SIMCE y a nivel internacional en la prueba PISA. También se realiza una progresión de los objetivos de aprendizaje por nivel, relativos tanto a las fracciones como a los números racionales, todo esto desde 3° básico hasta 2° medio. Además de esto, revisamos de qué manera se presenta el contenido de fracción en textos del MINEDUC y las investigaciones previas que identifican los errores más frecuentes a la hora de sumar fracciones con igual y distinto denominador.

En el segundo capítulo se presenta el objetivo general y los objetivos específicos de la presente investigación. Nuestra investigación busca que los estudiantes resignifiquen la suma de fracciones a través de las diferentes formas de representación, tales como, la concreta, pictórica y simbólica, y que sea capaz de establecer una conexión entre ellas.

En el tercer capítulo se presentan los fundamentos teóricos de la teoría socioepistemológica, sus principios y fundamentos, así como su estrecha relación con el rediseño del dME y cómo fueron considerados aspectos del Marco para la buena enseñanza en el diseño e implementación del taller.

En el cuarto capítulo se plantea el marco metodológico de la presente investigación, exponiendo la metodología cualitativa e interpretativa bajo el punto de vista de una investigación-acción, describiendo los momentos que la componen, además se presenta el test de entrada y el análisis de las respuestas obtenidas en esta.

En el quinto capítulo analizamos los resultados obtenidos durante la ejecución del taller, donde la primera sesión se trabajó lo relativo a la suma de fracciones con igual denominador y en la sesión 2 se abarca la suma de fracciones con distinto denominador, discutimos sobre ellos, detallamos los ejercicios propuestos en los talleres realizados, los instantes, las respuestas obtenidas y preguntas gatillantes planteadas por las investigadoras que promovieron la comprensión y apropiación del contenido.

Finalmente, en el sexto capítulo se presentan las conclusiones y proyecciones de la presente investigación.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este capítulo se presentan los antecedentes necesarios para justificar nuestro tema de investigación y lo que nos lleva a tomar esta decisión.

I. 1 Antecedentes del problema

En Chile, para medir el nivel de aprendizaje de los estudiantes se emplean pruebas estandarizadas a nivel nacional, como es el caso de la prueba SIMCE (Sistema de Medición de la Calidad de la Educación). Por otra parte, a nivel internacional, una de las pruebas que miden los conocimientos y habilidades para la participación plena de los estudiantes en la sociedad del saber es la prueba PISA (Programme for International Student Assessment), ambas evaluaciones están destinadas a medir los conocimientos que tienen los estudiantes en distintas áreas a nivel escolar. En esta investigación nos enfocaremos en conocimientos, fenómenos y conceptos matemáticos.

La siguiente gráfica nos presenta los resultados de estudiantes de 4to básico, donde se expone el puntaje promedio obtenido en la prueba SIMCE de Matemática a nivel nacional desde el año 2008 hasta el 2018 y los resultados de acuerdo al nivel de aprendizaje alcanzado.

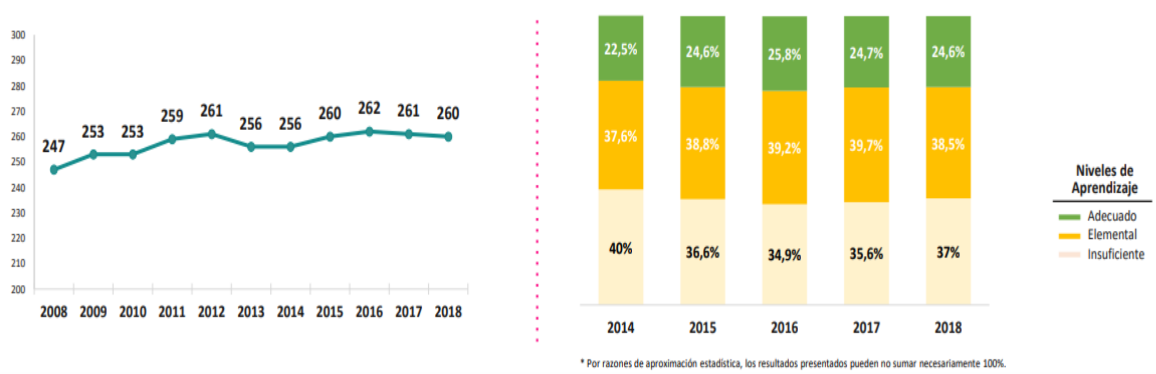


Figura 1: Gráfica resultados SIMCE 4to básico año 2018.

Fuente: Mineduc Chile, Base de datos 2018 (Sistema de Medición de la Calidad de la educación)

Podemos observar en el primer gráfico que desde el año 2012 los resultados de los estudiantes de 4to básico se han mantenido estables, pero lejos del puntaje máximo. En el gráfico derecho se puede observar que los resultados fueron clasificados en tres categorías: insuficientes; elemental y adecuado. En el año 2014 el mayor porcentaje obtenido fue insuficiente, posteriormente los resultados de las evaluaciones obtuvieron mejores resultados donde las categorías de insuficiente y elemental se mantuvieron relativamente constante, pero en el caso del porcentaje de estudiantes clasificados en la categoría adecuado es aún bajo.

A continuación, se presenta la gráfica correspondiente a estudiantes de sexto básico.

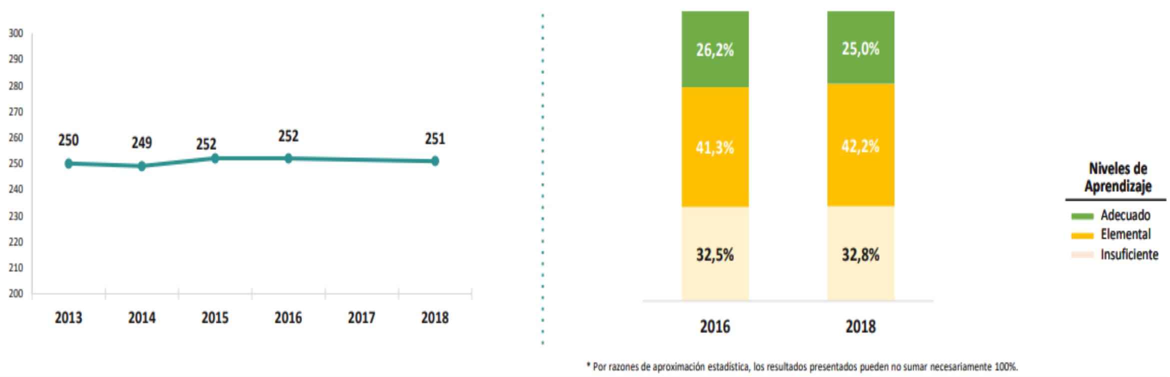


Figura 2: Gráfica resultados SIMCE 6to básico año 2018.

Fuente: Mineduc Chile, Base de datos 2018 (Sistema de Medición de la Calidad de la educación)

Al revisar los resultados obtenidos por los estudiantes de 6to básico presentes en el gráfico de la izquierda podemos observar que estos se mantienen constantes, pero al observar el gráfico de la derecha donde los resultados son clasificados por categorías, el mayor porcentaje es en la categoría de elemental, seguida de insuficiente y finalmente adecuado, donde se presenta el menor porcentaje de resultados.

La siguiente gráfica muestra los resultados de estudiantes de 8vo básico.

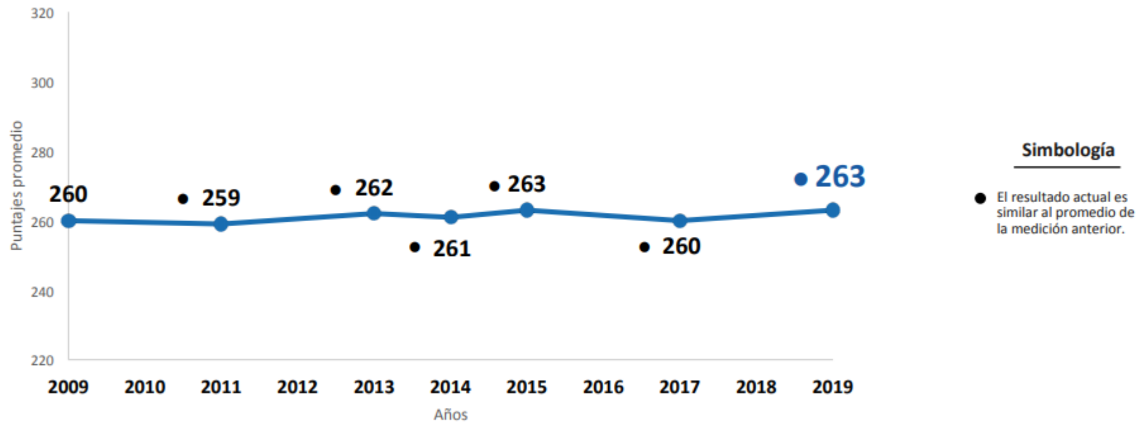


Figura 3: Gráfica resultados SIMCE 8vo básico año 2018.

Al observar los resultados educativos (2019) por los estudiantes de 8vo básico podemos ver que el promedio de los resultados se mantiene estable a través de los años.

La siguiente gráfica es la última correspondiente a los estudiantes de 2do medio.

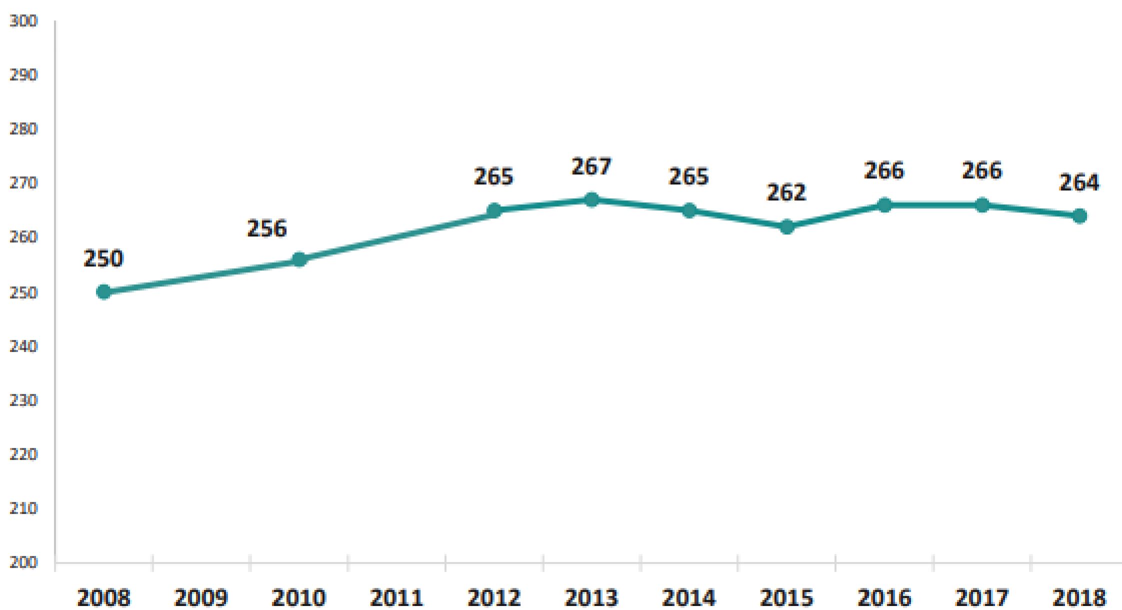


Figura 4: Gráfica resultados SIMCE 2do medio año 2019.

Al observar los resultados obtenidos por los estudiantes de segundo medio podemos ver que se obtuvieron resultados similares desde el año 2012.

Si analizamos los resultados obtenidos por los estudiantes a nivel nacional en la prueba SIMCE podemos mencionar que los puntajes obtenidos reflejan que se mantienen estables con el tiempo y por ello nos cuestionamos cómo podríamos contribuir a mejores resultados.

Ya expuestos los resultados obtenidos a nivel nacional en la evaluación SIMCE en el eje de matemáticas, continuaremos con la observación de los resultados obtenidos en la prueba PISA y como se encuentra nuestro país a nivel internacional en esta área.

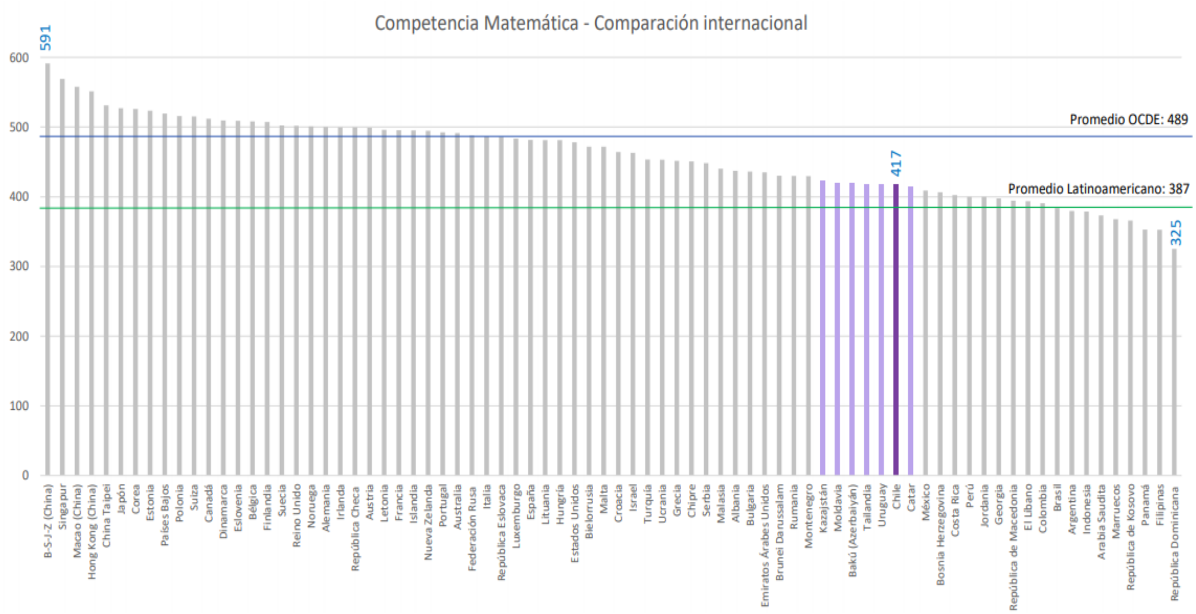


Figura 5: Gráfica resultados prueba PISA.

El resultado promedio obtenido por Chile es de 417 puntos en matemáticas, este resultado es bajo considerando que el promedio presentado por la OCDE (Organización para la Cooperación y desarrollos económicos) es de 489 puntos, este puntaje obtenido nos coloca bajo 53 países, pero sobre 18 países de los participantes en esta evaluación.

El puntaje promedio de los países latinoamericanos es de 387 puntos, por lo que el puntaje obtenido por Chile se encuentra sobre el promedio, pero más del 50% de los estudiantes de 15 años no han desarrollado las competencias mínimas requeridas en matemáticas y de hecho esta área es la más débil para Chile dentro de las que evalúa la prueba PISA.

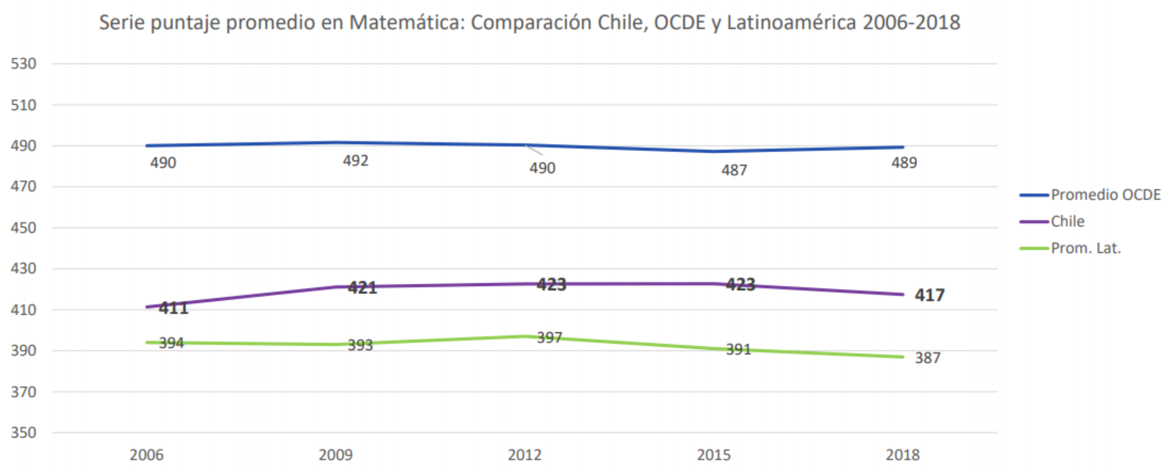


Figura 6: Gráfica resultados PISA para Chile y los países de la OCDE.

Fuente: OCDE. (2018) Base de datos PISA 2018. (Análisis de la Agencia de la Calidad de la Educación)

Finalmente, vemos que los resultados obtenidos por los estudiantes, tanto a nivel nacional en la prueba SIMCE, como a nivel internacional en la prueba PISA, se mantienen estables. Chile obtiene resultados sobre el promedio latinoamericano en la prueba PISA, pero aún se encuentra bajo el puntaje promedio a nivel internacional. Este bajo rendimiento puede ser un reflejo de que los formatos de enseñanza requieren de cambios donde se busque robustecer de significados el aprendizaje de los estudiantes, planteando propuestas provocativas que remuevan las formas tradicionales de enseñanza y por ello se busca el crear una propuesta para la suma de fracciones y que los estudiantes puedan resignificar esta operación.

La matemática tanto a nivel nacional como internacional es considerada una asignatura fundamental, ya que provee de herramientas útiles para desenvolverse en la sociedad para comprender y analizar la información. La matemática desarrolla el pensamiento crítico, el pensamiento analítico y fomenta la capacidad de razonar. Es por todo lo anterior que resulta sumamente importante para los docentes proveer a los estudiantes de las herramientas necesarias para que puedan adquirir conocimientos y potenciar sus habilidades en esta asignatura. De acuerdo a las orientaciones didácticas, un buen aprendizaje se alcanza cuando el estudiante es capaz de darle sentido a lo que está aprendiendo:

“El docente debe promover que los estudiantes den sentido a los contenidos matemáticos que aprenden y construyan su propio significado de la matemática para llegar a una comprensión profunda. En este sentido, se espera que el profesor desarrolle un modelo pedagógico que favorezca la comprensión de conceptos matemáticos y no la mera repetición y mecanización de algoritmos, definiciones y fórmulas. Para esto, debe establecer conexiones entre los conceptos y las habilidades matemáticas, debe planificar cuidadosamente situaciones de aprendizaje donde los alumnos puedan demostrar su comprensión por sobre la mecanización, usando una variedad de materiales, luego con imágenes y representaciones "pictóricas" para así avanzar, progresivamente, hacia un pensamiento simbólico que requiere de un mayor nivel de abstracción “.

(MINEDUC, 2012, p. 36)

Los contenidos de la asignatura de Matemática desde 1° básico hasta 6° básico se abordan mediante cinco ejes temáticos que son establecidos por el Ministerio de Educación (MINEDUC) estos son: Números y Operaciones, Patrones y Álgebra, Geometría, Medición y Datos y Estadística. El eje de Números es el que concentra más objetivos de aprendizaje, los que muestran los desempeños que son medibles y observables en los estudiantes. El eje de números y operaciones, el cual es descrito en documentos oficiales de la siguiente forma:

“Este eje abarca tanto el desarrollo del concepto de número como también la destreza en el cálculo mental y escrito. Una vez que los alumnos asimilan y construyen los conceptos básicos, con ayuda de metáforas y representaciones, aprenden los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división, incluyendo el sistema posicional de escritura de los números...

En todos los contenidos, y en especial en el eje de Números, el aprendizaje debe iniciarse por medio de la manipulación con material concreto, pasando luego a una representación pictórica que finalmente se reemplaza por símbolos. Transitar de lo concreto a lo pictórico y de lo pictórico a lo simbólico, en ambos sentidos, facilita la comprensión. Este método corresponde al modelo concreto, pictórico, simbólico (COPISI)” ([Organización Curricular Matemáticas],s.f.)

Esto nos indica la importancia de que los estudiantes puedan comprender y transitar entre las distintas representaciones que señala COPISI (concreta, pictórica y simbólica) lo cual no se evidencia en la progresión de objetivos de aprendizaje por nivel.

En el eje de Números y Operaciones se desarrolla el contenido de fracciones, el cual representa mayor dificultad, tanto para los docentes en la enseñanza como para los estudiantes en su aprendizaje. Investigaciones como la de Fazio y Siegler (2010) enfatizan el hecho de que comprender fracciones es una habilidad fundamental en todo plan de estudios de la asignatura de matemática y siembra las bases para poder comprender áreas como las de geometría, álgebra, estadística, entre otras. Además de esto mencionan que las fracciones representan una dificultad para la mayoría de los estudiantes a nivel mundial.

Tabla 1: Distribución de los objetivos de aprendizaje de los ejes temáticos 3° básico - 6°básico (Elaboración propia)

Nivel / Eje	3° básico	4°básico	5° básico	6° básico
Números y operaciones	11	12	13	8
Patrones y álgebra	2	2	3	3
Geometría	5	5	3	6
Medición	4	5	1	4
Datos y estadística	4	3	1	3

En la tabla observamos un considerable predominio de los OA del eje de Números y operaciones. Además de esto en 5° básico los OA relativos a fracciones es mayor, estando 5 de los 11 objetivos relacionados con las fracciones, es decir abarca aproximadamente el 45% de los objetivos del eje.

Tabla 2: Distribución de los objetivos de aprendizaje priorizados 2020 de los ejes temáticos 3° básico - 6°básico (Elaboración propia)

Nivel / Eje	3° básico	4°básico	5° básico	6° básico
Números y operaciones	3	3	3	2
Patrones y álgebra	1	1	1	1
Geometría	1	1	1	1
Medición	1	1	1	1
Datos y estadística	1	1	1	1

En la tabla se observa una disminución significativa de objetivos de aprendizaje en todos los ejes, pero mayor en los relativos al eje de Números y operaciones.

Tabla 3: Progresión OA por nivel en el eje de Números y Operaciones

Nivel / Eje	3° básico	4° básico	5° básico	6° básico
Números y operaciones	**OA 11** Demostrar que comprenden las fracciones de uso común: $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ • Explicando que una fracción representa la parte de un todo, de manera concreta, pictórica, simbólica de forma manual y/o con software educativo. • Describiendo situaciones, en las cuales se puede usar fracciones. • Comparando fracciones de un mismo todo, de igual denominador.	**OA 8** Demostrar que comprenden las fracciones con denominadores 100, 12, 10, 8, 6, 5, 4, 3, 2: • Explicando que una fracción representa la parte de un todo de un grupo de elementos y un lugar en la recta numérica. • Describiendo situaciones en las cuales se pueden usar las fracciones. • Mostrando que una fracción puede tener representaciones diferentes. • Comparando y ordenando fracciones, (por ejemplo: $\frac{1}{100}, \frac{1}{8}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$) con material concreto y pictórico.	**OA 7** • Demostrar que comprenden las fracciones propias: • Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica. • Creando grupos de fracciones equivalentes - simplificando y amplificando- de manera concreta, pictórica y simbólica, de forma manual y/o con software educativo. • Comparando fracciones propias con igual y distinto denominador de manera concreta, pictórica y simbólica.	**OA 5** Demostrar que comprenden las fracciones y números mixtos. • Identificando y determinando equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos usando material concreto, representaciones pictóricas de forma manual y/o usando software educativo. • Representando estos números en la recta numérica. **OA 6** Resolver adiciones y sustracciones de fracciones propias e impropias y números mixtos con denominadores de hasta dos dígitos.

		OA 9 Resolver adiciones y sustracciones de fracciones con igual denominador (denominadores 100, 12, 10, 8, 6, 5, 4, 3, 2) de manera concreta y pictórica en el contexto de la resolución de problemas **OA 10** Identificar, escribir y representar fracciones propias y los números mixtos hasta el número 5, de manera concreta, pictórica, simbólica, en el contexto de la resolución de problemas.	**OA 8** Demostrar que comprenden las fracciones impropias de uso común de denominadores 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 y los números mixtos asociados: • Usando material concreto y pictórico para representarlas, de manera manual y/o con software educativo. • Identificando y determinando equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos. • Representando estas fracciones y estos números mixtos en la recta numérica. **OA 9** Resolver adiciones y sustracciones con fracciones propias con denominadores menores o iguales a 12: • De manera pictórica y simbólica. • Amplificando o simplificando.	

			OA 10 Determinar el decimal que corresponde a fracciones con denominador $2, 4, 5\ y\ 10$.	

En la tabla se muestran los objetivos de aprendizaje relativos a las fracciones, donde la enseñanza de estas inicia en **3° básico** abarcando las fracciones unitarias, identificando numerador y denominador, utilizando material concreto y/o representaciones simbólicas, y comparando fracciones de igual denominador.

En **4° básico** los estudiantes siguen trabajando con fracciones unitarias resolviendo pictóricamente situaciones de la vida cotidiana que involucran la repartición de un objeto en partes iguales y entre dos fracciones unitarias, son capaces de reconocer cuál es la fracción menor identificando entre ellas la fracción con mayor denominador.

En **5° básico** representan una fracción propia en cuadrículas, en superficies de círculos dividiéndolos en el número que indica el denominador y coloreándolo de acuerdo al número de partes que indica el numerador; comprenden el concepto de fracción equivalente y dan ejemplos de dichas fracciones; además de eso **determinan sumas y restas de fracciones con igual y distinto denominador.**

En **6° básico** comprenden el concepto de fracción impropia, expresan fracciones impropias como números mixtos y números mixtos como fracciones impropias, utilizan para ello material concreto o representaciones pictóricas; además de eso realizan sumas y restas de manera pictórica, mental y escrita amplificando o simplificando según sea el caso.

Como podemos notar en la progresión de los Objetivos de Aprendizaje (OA) por nivel desde 3° básico hasta 6° básico y en los aprendizajes esperados (AE) para cada uno de los Objetivos la suma de fracciones se introduce por medio del uso de material concreto y luego se enseña a través del algoritmo de la suma. Esta forma de disponer el contenido y organizarlo imposibilita que el estudiante comprenda y otorgue significado real a dicho contenido que está aprendiendo y lo lleva a una espiral de mecanización, automatización y memorización del algoritmo de la suma de fracciones con distinto denominador. Esto nos hace plantearnos como investigadoras la posibilidad de incorporar otros métodos (concreto y pictórico) de forma simultánea y en las posibles ventajas que esto conllevaría para el estudiante.

> *La razón de que estos algoritmos se pueden convertir en reglas sin sentido puede ser debida a una introducción demasiado temprana en la escuela (traslación demasiado rápida hacia el manejo de símbolos sin la existencia de un esquema conceptual), pero también en algunos casos por una introducción desvinculada de un fundamento suficientemente concreto y natural a la operación (falta de la existencia de un «modelo de compresión»). (Llinares & Sánchez, 1988, p.133)*

Al analizar los OA por nivel desde 3° básico hasta 6° básico podemos decir que para el caso de las fracciones la principal representación utilizada es la pictórica a través de los arreglos rectangulares y los círculos seccionados. Sin embargo, estas representaciones se suelen utilizar con mayor frecuencia para representar fracciones en sí (distinguir el numerador del denominador) y no se le da mayor énfasis a uso y utilidad para comprender el por qué utilizar algoritmo de la suma y cómo se llega a él.

En el caso de los contenidos de la asignatura de Matemática desde 7° básico hasta 4° medio se abordan mediante cuatro ejes temáticos, estos son: Números, Álgebra y Funciones, Geometría, Probabilidad y Estadística. El eje de Números está descrito en documentos oficiales de la siguiente forma:

> *"En este eje, las y los estudiantes trabajan la comprensión de nuevos números y las operaciones entre ellos. Progresan desde los números enteros hasta los números reales. En este camino, comprenden cómo los distintos tipos de números y sus reglas respecto de las operaciones básicas permiten modelar situaciones cotidianas más amplias. El trabajo con potencia comienza con la base diez y su uso en la notación científica, y su intención es tratar el concepto de manera concreta, pictórica y simbólica. Se espera,*

además, que comprendan y manejen adecuadamente los porcentajes y las posibilidades de este concepto para modelar situaciones de otras áreas."(MINEDUC, 2015)

Se espera que los y las estudiantes luego de finalizar el ciclo logren transitar por las diferentes formas de representación (concreta, pictórica y simbólica).

A continuación, se presenta la distribución de los objetivos de aprendizaje de los ejes temáticos de acuerdo al Ministerio de Educación (MINEDUC, 2021)

Tabla 4: Distribución de los objetivos de aprendizaje de los ejes temáticos 7° básico - II medio (Elaboración propia).

Nivel / Eje	7° básico	8° básico	I medio	II medio
Números	5	5	2	2
Álgebra y funciones	4	5	3	4
Geometría	5	4	6	3
Probabilidad y estadística	5	3	4	3

En la tabla observamos un considerable predominio de los OA del eje de Números y operaciones. Además de esto en 7° básico los OA relativos a fracciones es mayor, estando 2 de los 5 objetivos relacionados con las fracciones, es decir, abarca el 40% de los objetivos del eje.

Tabla 5: Distribución de los objetivos de aprendizaje priorizados 2020 de los ejes temáticos 7° básico - II medio (Elaboración propia).

Nivel / Eje	7° básico	8° básico	I medio	II medio
Números	2	2	1	1
Álgebra y funciones	1	1	2	1
Geometría	1	1	1	1
Probabilidad y estadística	1	1	1	1

En la tabla vemos una disminución significativa en los OA relativos al eje de números. A continuación, se presenta una tabla con los objetivos de aprendizaje relativos a fracciones y a racionales en el eje de Números por nivel:

Tabla 6: Objetivos de aprendizaje de los ejes temáticos 7° básico - 2° medio (Elaboración propia)

Nivel / Eje	7° básico	8° básico	I medio	II medio
	OA 2 Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas:	**OA 2** Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales em el contexto de la	**OA 1** Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.	**OA 1** Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales:

Números	• Utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. • Relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales. **OA 3** Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con software educativo).	resolución de problemas: • Representándolo en la recta numérica. • Involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros).	**OA 2** Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero. • Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes. • Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades. • Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.	• Utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces. • Combinando raíces con números racionales. • Resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos. **OA 2** Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos. • Comparando representaciones de potencias de exponente racional con raíces enésimas en la recta numérica.

				• Convirtiendo raíces enésimas a potencias de exponente racional y viceversa. • Describiendo la relación entre potencias y logaritmos. • Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que involucren potencias, logaritmos y raíces enésimas.

En **7° básico** los estudiantes realizan con fracciones positivas operaciones de multiplicación y división, para ello utilizan representaciones, concretas, pictóricas y simbólicas; además relacionan las operaciones mencionadas con la multiplicación y división de números decimales. Crean y resuelven problemas relativos a fracciones y a números decimales.

En **8° básico** realizan las operaciones de suma, resta, multiplicación y división tanto de fracciones positivas como de negativas y utilizan distintos tipos de notaciones para representarlas (decimal, fraccionaria y mixta).

En **1° medio** calculan operaciones con números racionales de manera simbólica, realizando operaciones mixtas, respetando la jerarquía de las operaciones y de los paréntesis. Además, trabajan con potencias de base racional y exponente entero.

En **2° medio** resuelven ejercicios que involucran operaciones con números reales utilizando la descomposición de las raíces y sus propiedades, combinándola además con números racionales. Relacionan y caracterizan las raíces por medio de potencias de base racional; resuelven problemas que involucran raíces y números racionales.

Observamos que las fracciones siembran las bases para construir la noción de número racional, por ello es importante tener en consideración que el hecho de trabajar las fracciones de manera inadecuada generará en los estudiantes una visión de ellas que carece de sentido, esto conlleva muchas veces a una separación entre los componentes de una fracción tales como numerador y denominador en contraposición de lo que se espera, que es una unificación entre ambas partes.

Predomina en los estudiantes el hecho de resolver ejercicios de manera mecanizada, lo que los hace incurrir en errores frecuentes entre los que destaca el de "sumar hacia al lado", aun cuando los denominadores de las fracciones involucradas son distintos, es decir operan de manera usual los numeradores correspondientes y, por otra parte, suman los denominadores. Surge en ellos la interrogante: *¿por qué* para sumar fracciones los denominadores deben ser iguales? Además de lo anteriormente mencionado se suma al hecho de que los estudiantes a la hora de presentarse problemas relativos a la suma de fracciones que requieren analizar e interpretar información para su solución no son capaces de realizarlos pues no saben *cómo* utilizar recursos como el pictórico o concreto para representar dichas situaciones propuestas y poder resolverlas. En esta investigación buscaremos que los estudiantes sean capaces de ligar ambos aspectos y que puedan comprender el *por qué* se deben realizar los pasos que secuencian y componen el algoritmo de la suma y *cómo se* llega a dicho algoritmo, por ejemplo, a través del apoyo de la representación concreta mediante bandejas de huevo con distintas capacidades y para el caso de la representación pictórica, por medio de arreglos rectangulares y círculos seccionados.

I.2 Problema de investigación

El currículum educacional chileno se encuentra establecido y delimitado por el ministerio de educación y los contenidos matemáticos organizados de manera secuenciada por eje y nivel, lo que en muchas ocasiones conlleva a que el estudiante perciba el proceso de enseñanza- aprendizaje de manera estructurada donde no se da el espacio suficiente para la construcción del conocimiento propiamente tal, ya que se le resta importancia al proceso de aprendizaje y se le otorga al objeto matemático.

Al pensar en cómo mejorar los resultados obtenidos en las evaluaciones estandarizadas, pensamos en primera instancia en buscar cómo corregir los errores frecuentes que tienen los estudiantes y así mejorar las puntuaciones, pero consideramos que hay que relevar aún más la importante de que los estudiantes sean capaces de darle significado real a las fracciones, esto puede implicar en algunos casos enriquecer las ideas o nociones previas del concepto de fracción, modificarlas o incluso en ocasiones puede resultar necesario volver a reformularlas completamente. De este modo, podrán comprender por qué es un error la acción u operación que están realizando al operar y podrán así lograr la resignificación de la adición de fracciones de igual y distinto denominador.

Esta investigación pretende mostrar una herramienta que permita que los estudiantes de primer año medio resignifiquen la adición de fracciones, pero durante ella también apuntamos a generar espacios que permitan una retroalimentación en conjunto, lo que es en beneficio del conocimiento de los estudiantes y también es de utilidad para el desarrollo profesional de las docentes participantes.

Por lo tanto, esta tesina tiene como problemática el indagar en el proceso de resignificación de fracciones en los estudiantes de primero medio, para ello se busca dar respuesta a las siguientes interrogantes: ¿Cómo resignifican los estudiantes de primero medio la suma de fracciones con igual y distinto denominador?, ¿Qué situaciones permiten atender a la comprensión del significado de la suma de fracciones con igual y distinto denominador?

CAPÍTULO II

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN Y JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

II. 1. Objetivos de la Investigación

Para dar respuesta a las interrogantes planteadas con anterioridad y poder organizar la investigación se definen el siguiente objetivo general y tres objetivos específicos, los cuales se presentan a continuación:

II.1.1 Objetivo general:

- Estudiar cómo los estudiantes resignifican la suma de fracciones con igual y distinto denominador en estudiantes de primer año medio de la Red Alma Máter.

II. 1. 2. Objetivos específicos:

- Identificar situaciones que permitan atender a la comprensión del significado de la suma de fracciones y no a la mecanización de esta.
- Rediseñar una situación de aprendizaje para realizar un taller de adición de fracciones con igual y distinto denominador en una modalidad virtual a estudiantes de primer año medio de la Red Alma Mater Studiorum.
- Analizar los significados otorgados por los estudiantes durante la aplicación del taller de adición de fracciones con igual y distinto denominador en una modalidad virtual.

II. 2 Justificación de la Investigación

Debido al bajo rendimiento que presentan los estudiantes de distintos niveles en la educación escolar con respecto al aprendizaje de las fracciones y las operatorias relacionadas con estas, es que es de suma importancia poder crear instancias donde puedan comprender el concepto de fracción y la adición de fracciones con igual y distinto denominador.

En ocasiones los estudiantes logran realizar un adecuado proceso aritmético al sumar fracciones, pero de forma mecánica, es decir, memorizan el procedimiento dejando de lado la comprensión conceptual que esto conlleva, ya que ven el numerador y denominador de una fracción de forma separada, cuando estos dos conceptos forman un todo dentro de la fracción.

Cabe destacar que el uso de material concreto y las representaciones visuales ayudan a mejorar la comprensión conceptual de las fracciones. El uso de estos materiales y representaciones ha mostrado un efecto positivo en los estudiantes a través de algunos estudios realizados (UNESCO, 2011).

Debido a la situación actual en la que se encuentra nuestro país por la pandemia, es que el uso de representaciones visuales en los talleres a realizar es de suma importancia para que los estudiantes puedan lograr resignificar el concepto de fracción, comprender conceptualmente la adición de fracciones y poder aprender de sus errores relacionados principalmente por no entender el significado de una fracción y esto conlleva a una mecanización del algoritmo de adición de fracciones, pero también cabe destacar que el poder reconocer estos errores es una oportunidad para crear nuevos conocimientos tal como se plantea en el Marco para la buena enseñanza y es por esta razón que analizaremos algunos aspectos del Marco para la buena enseñanza que se pueden ver dentro de esta investigación, tanto en la elaboración de la evaluación diagnóstica y los talleres que se realizaron.

El Marco para la buena enseñanza (MINEDUC, 2003) plantea cuatro distintos dominios que serán de gran importancia en la aplicación de los talleres, el primer dominio o Dominio A, se refiere a la preparación de la enseñanza y en este sentido el realizar un test de diagnóstico y la investigación previa para la preparación de los talleres va muy ligado a este dominio, ya que se investigarán los errores más frecuentes y se planificarán talleres respecto a las dificultades que presentan los estudiantes al momento de resolver problemas que involucran fracciones y la adición de fracciones, también así el material y programa web al realizar los talleres. Con respecto al segundo dominio o Dominio B, este nos habla de la creación de un ambiente propicio para el aprendizaje y en este sentido se les entregará a los estudiantes las instrucciones para el desarrollo de los talleres, pero también los espacios para realizar las preguntas que surjan a medida que se avanza en cada taller, respetando las opiniones y sugerencias de cada estudiante así como también de las docentes, entregando un ambiente grato y propicio para poder lograr el aprendizaje esperado. A continuación, el tercer dominio o Dominio C, nos habla de la enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes y es en este ámbito donde se quiere promover el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, que puedan ver los errores como instancias para aprender y no como fracasos, se formularán preguntas y problemas relacionados con la adición de fracciones y se dará el tiempo adecuado para que puedan plantear sus respuestas y desarrollos. Finalmente, el cuarto dominio o Dominio D, plantea las responsabilidades profesionales, que en este caso lo más destacado es la relación profesional y buena comunicación entre las docentes a cargo de este trabajo y todas las responsabilidades profesionales que esto conlleva.

II. 3 Limitaciones:

En esta investigación se presentan las siguientes limitaciones:

- Debido al contexto de pandemia que atravesamos actualmente la ejecución de las sesiones debieron realizarse a través de la modalidad online y no presencial.
- Algunos estudiantes presentan problemas de conexión por lo que podrían no responder a preguntas que se les realicen durante las sesiones en vivo.
- Muestra reducida de datos debido a la falta de interés de los estudiantes dado que la investigación se realizó a fin de año.

CAPÍTULO III
MARCO TEÓRICO

En este capítulo abordaremos la teoría Socioepistemológica, sus inicios, que busca, sus alcances y todos lo que esto incluye, como la resignificación, el discurso Matemático Escolar, entre otros y algunos aspectos y dominios del Marco para la buena enseñanza, los cuales fueron considerados en la elaboración e implementación del taller.

III. 1 Teoría Socioespistemológica y discurso Matemático Escolar

Al referirnos a Socioepistemología hablamos de tres elementos que la componen: socio - episteme – logos, estos tres elementos hacen referencia a lo social (socio), el conocimiento (episteme) y al razonamiento, lo cual sostiene una rama de la epistemología que estudia la construcción social del conocimiento. Es aquí donde nace el tema de la construcción social del conocimiento. Aplicarla a la Matemática, genera un reto mayor, pues se deben analizar las relaciones entre una ciencia formal y la vida en sociedad.

La Socioepistemología tiene su origen en la escuela mexicana de Matemática Educativa a finales de los años ochenta y se extiende hacia Latinoamérica y otras latitudes durante los noventa, su objetivo es atender en forma colaborativa un problema mayor: explorar formas de pensamiento matemático, fuera y dentro del aula de modo que puedan difundirse de forma social y se logre un uso efectivo en la sociedad. Desde sus inicios la manera de enseñar está estructurada por prácticas de enseñanza instituidas, es decir, es estructurante de la socialización del conocimiento, por tanto, de los procesos de pensamiento implicados.

La Socioespistemología, plantea estudiar todo lo relacionado con la construcción social del conocimiento matemático, es decir, examinar su producción y difusión con el fin de generar nuevas situaciones y proposiciones con respecto al conocimiento matemático.

"*Plantea una relación social al saber que la ubica como teoría que modela la construcción social del conocimiento"* (Cantoral 2013, pág 69), con respecto a lo que señala Cantoral el fin de esta teoría es la construcción y resignificación del conocimiento matemático.

Cabe mencionar que hay distintos autores involucrados en esta teoría, pero cuando hablamos de la resignificación del conocimiento matemático, podríamos mencionar que es *"el* *proceso continuo de darle significado al saber matemático a través de sus usos, esto es, la significación que subyace a la actividad y no necesariamente al objeto matemático"* (Montiel & Buendía 2012, pág 144). Esta resignificación, nace de la necesidad de la problematización del saber matemático escolar, ya que la socioepistemología cuestiona el cómo se enseñan los conceptos matemáticos, que deben ser replicados por los estudiantes, pero no se realiza un cuestionamiento o análisis con respecto al porqué realizamos cada acción o procedimiento matemático y tampoco se le da una relación a la matemática con lo cotidiano, es decir, el saber debe situarse en el estudiante y su entorno, cuestionando la matemática educativa que deja de lado la cotidianidad y su funcionalidad.

La teoría Socioepistemológica distingue que para generar conocimiento matemático son necesarias las prácticas sociales, las cuales consideran tres funciones, que Soto (2014) establece como: *"identitaria, aquella que provee identidad cultural; reflexiva – discursiva, la cual construye argumentaciones de acción; y pragmática, organiza y regula la acción de los comportamientos de los individuos".* (Soto, 2014, en Carrasco, Dinamarca, Gatica, Riquelme, & Rojas, 2016, p.24)

Estas funciones permiten que el sujeto logre a través de las prácticas sociales, construir el conocimiento, pero un conocimiento funcional que considera su realidad social y cultural. Pero para poder lograr este conocimiento funcional debemos considerar cuatro principios, los cuales fomentan la resignificación.

Estos cuatro principios (Cantoral, 2013) los define como: la normatividad de la práctica social que es el pilar y guía de los procesos de la construcción del conocimiento; la racionalidad contextualizada que corresponde a la relación entre el sujeto y al saber, que estará estrechamente relacionado con el momento y lugar donde esté se dé, es decir, el contexto sociocultural en el que se encuentre; el relativismo epistemológico que se refiera a la validez del saber que dependerá de cada individuo y grupo social, es decir, los puntos de vistas son diferentes y subjetivos, no hay una verdad absoluta y por último la resignificación progresiva que no es indica que la significación no es estática, ésta dependerá de las interacciones con el medio en diversos contextos, los cuales van evolucionando, por lo que también es funcional, relativa y contextual.

Las funciones y principios de las prácticas sociales, nos permiten determinar que la matemática escolar se encuentra regida bajo un sistema donde se imponen símbolos matemáticos que los estudiantes replican, pero sin sentido para ellos y a esto se le denomina Discurso Matemático Escolar, el cual denominaremos dME desde ahora, está centrado en objetos matemáticos, como función, fracción, sucesión, etc., considerados como objetos acompañados de procesos algorítmicos al ser tratados en el aula, por lo que en el aula no se realiza en la clase de matemática más que una colección jerarquizada de procedimientos y procesos algorítmicos centrados en objetos abstractos.

La Teoría Socioepistemológica expresa su preocupación en el foco que muestra el dME, ya que la Construcción Social del conocimiento no es estática y tampoco se centra en el objeto, también considerando algunas características que se pueden evidenciar en el dME como indica, (Soto, 2014) tales como: el carácter utilitario (prevalece la utilidad en la organización del contenido matemático); la atomización en los conceptos (no se consideran aspectos sociales, contextuales y culturales); carácter hegemónico (preeminencia de argumentaciones y significados); y falta de marcos de referencia para la resignificación (no se consideran otras prácticas para una base de significados naturales).

El dME presenta tres fenómenos, los cuales son: adherencia, exclusión y opacidad, comenzando con el fenómeno de adherencia, según Cordero, Gómez, Silva-Crocci & Soto (2014) nos señalan que no permite cuestionar la matemática escolar, ya sea por el estudiante o el docente; el fenómeno de exclusión establece la imposición de procedimientos matemáticos, definiciones y argumentos que son adquiridos de forma obligatoria (Soto, 2014). Para finalizar, el fenómeno de la opacidad indica la brecha entre la matemática escolar y la cotidiana, esto caracterizado por la violencia simbólica presente en esta.

Ya mencionados los fenómenos presentes en el dME, la Teoría Socioepistemológica propone un rediseño de dME en el cual se reconozca la importancia de las prácticas sociales, que estas sean las bases para el conocimiento, que la Construcción Social del Conocimiento Matemático sea funcional y esté basado en las prácticas sociales. Cuando se menciona un rediseño del dME se busca que el rol del docente sea crear conocimiento a través de sus propias realidades, la matemática y el conocimiento no son estáticos, evolucionan con el tiempo, con el contexto, por lo que, no deben estar regidos por argumentos, significados y procedimientos que son impuestos. Como docentes se deben entregar las herramientas necesarias para que los estudiantes puedan relacionar la matemática escolar con la matemática cotidiana, no verlos de forma aislada y es aquí donde el docente actúa de guía en esta Construcción Social del Conocimiento Matemático.

Finalmente, a través de la Socioepistemología se busca que el rediseño del dME tenga un modo funcional, donde se organice la matemática escolar, de tal forma que se le entregue el reconocimiento como base y creador a las prácticas sociales para potenciar la construcción del conocimiento, que dependerá de cada contexto sociocultural, realidad social y cultural en la que se encuentra cada persona, que el docente pueda lograr una resignificación con diversos marcos de referencia que no están condicionados por un sistema.

En esta investigación se propone resignificar el concepto de fracciones y la suma de estas con igual y distinto denominador, ya que a través del dME se impone el enseñar un algoritmo de tal manera que los estudiantes recuerdan y replican de manera mecánica, pero carece de significado, es por ello que en esta investigación se plantean que los estudiantes puedan ver diferentes representaciones de las fracciones y de esta forma lograr que resignifiquen y logren ver más allá de un algoritmo que deben repetir.

El dME presenta tres fenómenos que lo caracterizan y que podría explicarnos el por qué los estudiantes no logran comprender el algoritmo de adición de fracciones y como este procede, estos fenómenos son: opacidad, exclusión y adherencia.

La opacidad se refiere a como en la escuela se entregan conocimientos formales que opacan el conocimiento cotidiano. Por otro lado, los Objetivos de Aprendizaje presentes en nuestro currículum son transversales, lo que provoca una exclusión de la cultura y realidad de cada estudiante, es decir, toma una base cultural, lo cual presenta diferencias dependiendo de nuestra realidad sociocultural. Finalmente, la adherencia está relacionada con el nulo cuestionamiento que se realiza hacia las matemáticas, ya que las definiciones y enseñanzas se encuentran predeterminadas lo que provoca que los estudiantes obtengan un conocimiento mecánico carente de significado.

III. 2 Errores y obstáculos en el aprendizaje

Ante lo recién mencionado podríamos mencionar que a largo de nuestra vida adquirimos distintos conocimientos, estos conocimientos en algunas ocasiones son incorrectos o erróneos y es en este punto donde podríamos decir que el error está estrechamente relacionado con el obstáculo, como lo menciona Brousseaau (1997) citado en Bohorquez, Boscán, Hernández, Salcedo & Morán (2009), donde señala que *"un obstáculo se manifiesta por errores, pero errores que no son debidos al azar, sino que son reproducibles y persistentes (...) Estos errores no desaparecen completamente de una sola vez; se resisten, persisten, luego reaparecen, se manifiestan mucho tiempo después de que el sujeto ha rechazado el modelo defectuoso de su sistema cognitivo consciente" (p.480)*.

Tras lo planteado anteriormente, podríamos establecer que los errores en el aprendizaje son conceptos o conocimientos adquiridos de forma errónea que nos acompañan mucho tiempo y de los cuales no estamos conscientes, pero que sin duda si tienen una solución y los cuales podemos enmendar, por eso podemos llamarlos obstáculos y la definición de estos que declara Brousseau, *"consisten en viejos conocimientos, útiles dentro de un cierto dominio durante algún tiempo, pero que en un momento dado, ante un nuevo conocimiento, se revelan contradictorios, inadaptados y falsos, obrando en consecuencia como un impedimento para adquirirlo"*. (Bohorquez, 2008, pag 478)

En el ámbito del aprendizaje matemático podemos mencionar que este aprendizaje es progresivo, y tras lo mencionado por Brousseau podemos considerar la importancia que tiene el comprender y expresar de distintas formas las fracciones, ya que esto es solo la base para poder a futuro realizar una correcta interpretación de estas, comprender y realizar de forma correcta los algoritmos relacionados con distintas operaciones que impliquen a las fracciones. Pero no podemos olvidar que las fracciones son uno de los contenidos que genera mayor error, es decir, que presenta más obstáculos, y a continuación se presentaran tres orígenes fundamentales que son distinguidos por Brousseau (1987) citado en Caronía, Mayol, Operuk y Rivero (2014) y estos son: Origen, ontogenético, origen didáctico y origen epistemológico.

Ya que los obstáculos se presentarán en más de una oportunidad durante la vida escolar de un estudiante y que no todos presentan los mismos obstáculos, podríamos decir que estos serán particulares, pero a pesar de que se presente el mismo obstáculo en dos o más estudiantes, estos podrían aparecer en diferentes niveles educativos. Parte de que esta investigación se realice en estudiantes de primer año medio, es que en este nivel los estudiantes ya debieran saber y manejar el algoritmo de suma de fracciones.

Ya que los obstáculos que pueden presentar los estudiantes son particulares a cada uno de ellos, el rol del profesor es fundamental, porque no solo debe tener un manejo de los contenidos matemáticos a tratar, sino que también debe saber reconocer cada obstáculo de sus estudiantes y cómo estos pueden ser tratados, con respecto a este último punto Ortiz (2006) declara que:

"el profesor de matemáticas requiere de otros conocimientos relativos a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que le ayudarán a conformar su competencia profesional. Esto significa reconocer la necesidad, entre otras, de dotar al profesor de habilidades y destrezas para: planificar programas de matemáticas escolares, diseñar actividades didácticas, establecer dificultades y obstáculos, diagnosticar y prevenir errores"

Ahora que ya hemos definido error y obstáculo, su estrecha relación y el rol que debe llevar a cabo el docente, es que debemos mencionar que el referirnos a los errores y obstáculos no es el centro de la investigación, el foco es la resignificación de la suma de fracciones y dentro de ello encontramos errores, los cuales pueden ser problematizados por los estudiantes para darle significado a la adición de fracciones.

CAPÍTULO IV

MARCO METODOLÓGICO

IV. 1 Metodología de la investigación

La presente investigación se adscribe bajo un enfoque cualitativo e interpretativo, mediante la investigación-acción a través de una situación específica de aprendizaje. Determinaremos cómo estudiantes de primero medio de la Red Alma Mater Studiorum resignifican la suma de fracciones con igual y distinto denominador. Esta Red de colegios se compone de tres establecimientos educacionales ubicados en la región Metropolitana, en las comunas de Maipú, Pudahuel y La Granja, los dos primeros establecimientos consideran cursos desde primero medio hasta cuarto medio, mientras que el establecimiento ubicado en la comuna de La Granja tiene cursos desde prekínder hasta cuarto medio. Los establecimientos pertenecientes a la red están adscritos a la gratuidad, por lo que los apoderados no deben cancelar ningún tipo de matrícula y arancel mensual, también es importante mencionar que estos establecimientos cuentan con una variedad de especialidades, tales como; contabilidad, electrónica, telecomunicaciones y turismo. La visión y misión de la red apunta a ser los mejores colegios tecnológicos de Chile, para impulsar a los estudiantes para que logren un ascenso social, a través de la innovación y aprender haciendo, como también la formación de competencias, es por ello que busca entregar una educación integral de excelencia.

Lo primero que realizaremos será un test de entrada a través del cual determinaremos cuáles son los errores más comunes de los estudiantes a la hora de efectuar sumas de fracciones bajo el algoritmo de la suma y al resolver problemas que involucran dicho contenido. Una vez identificados estos errores meditaremos en torno a ellos para así buscar estrategias pertinentes que permitan resignificar bajo las premisas del *por qué* y con *qué intención* se efectúa dicho algoritmo de la suma de fracciones. Posterior a la ejecución de los talleres determinaremos cuáles son las preguntas gatillantes que promueven la resignificación de la suma de fracciones en los estudiantes y además reflexionaremos en torno a las formas de representación (simbólica, concreta o pictórica) que los estudiantes utilizan.

IV. 1. 1Enfoque de la investigación

El enfoque metodológico de la presente investigación se centra en un estudio cualitativo debido a que estudiaremos el cómo resignifican el contenido de suma de fracciones con igual y distinto denominador durante la ejecución de las sesiones del taller vía online a través de la plataforma de *Google Meet* con ayuda de *Pear Deck*, para ello describiremos y analizaremos los sucesos a través de registros de observación de las respuestas que los estudiantes dan a través de dicha aplicación. Cabe destacar que también es interpretativa puesto que se centra en reconocer los sucesos relevantes y el sujeto investigador es partícipe interactuando con los estudiantes (sujetos de investigación) a través de la implementación del taller.

IV. 1.2 Momentos de la investigación-acción participativa

Esta investigación sigue la estructura de una Investigación – Acción, descrita en momentos de la siguiente forma por Sonia Teppa (2014):

El **momento 1** es relativo al **proceso de inducción** o de inicio cuya finalidad es la de sensibilizar, motivar e incentivar a los participantes de la investigación. Lo anterior se logra por medio de talleres informativos, charlas, actualizaciones, entrenamientos por medio de los cuales también se puede diagnosticar y explorar el escenario relativo a la IAP.

El **momento 2** referente al pr**oceso de elaboración del plan de acción** el cual contempla objetivos, estrategias, recursos y fortalezas en el cual se buscan estrategias de planificación, dicha planificación se elabora con tiempo con los estudiantes o con los coinvestigadores. También es necesario determinar desde este momento de qué forma se recolectarán los datos y la información necesaria para su posterior análisis.

El **momento 3** relativo a la **ejecución del plan de acción,** se detectan las dificultades y los logros alcanzados luego del desarrollo de las actividades propuestas en el plan. Es necesario destacar el hecho de que no se puede separar la observación de la acción, en este caso se debe acompañar la observación con evidencias, tales como: videos, grabaciones de voz, fotografías, anotaciones, relatos, etc.

El **momento 4** se denomina **producción** en el cual se reflexiona en torno a los resultados obtenidos posterior a la ejecución. El docente - investigador debe ser consciente de sus errores y autocrítico con ellos, tiene la oportunidad de conversar con los estudiantes y buscar estrategias para generar discusiones tales como: entrevistas, encuestas, cuestionarios, etc. Se espera que en este momento se comprueben teorías o emerjan otras nuevas adaptadas a la práctica pedagógica contemporánea.

En el **momento 5** es de **transformación**, posterior a obtenidos los resultados de las observaciones y las reflexiones se replanifica el proceso general de acuerdo a diversas estrategias, talleres, evaluaciones o recursos del plan de acción. Se discute en torno al proceso de cambio o replanteamiento de las estrategias a utilizar.

La Investigación- Acción Participativa no solamente apunta a comprender la realidad observada en el proceso de investigación, sino que apunta mediante una planificación establecida de acuerdo a las necesidades, dificultades, carencias o inconvenientes, a concientizar al sujeto de estudio.

Yuni y Urbano (2005) indican que la Investigación- acción participativa es una de las investigaciones con mayor compromiso con los cambios sociales, ya que apunta hacia la reflexión del conocimiento de la práctica propia y de las maneras en las que un individuo interpreta la propia realidad en la que está inmerso, para que ambos actores se comprometan con su proceso de cambio tanto personal como colectivo u organizacional.

MOMENTO 1: INDUCCIÓN

Diagnóstico

Para poder diagnosticar las dificultades que tienen los estudiantes a la hora de sumar fracciones con igual y distinto denominador es que elaboramos un Evaluación diagnóstica. Este consiste en 4 ejercicios y 2 problemas. Dicho Test de entrada se realizó en Google Forms y los estudiantes debían subir sus respuestas con los procedimientos correspondientes a través de fotos. Obtuvimos un total de 3 estudiantes que respondieron el formulario de Google. La fundamentación de la evaluación diagnóstica, los ejercicios y problemas de los cuales se compone, además de las respuestas obtenidas en cada caso se detallan a continuación.

IV 1. 3 Fundamentación evaluación diagnóstica

ÍTEM I:

El primer ítem presenta cuatro ejercicios, los dos primeros ejercicios corresponden a una suma de fracciones con igual denominador, mientras que los dos ejercicios restantes atañen a una suma de fracciones con distinto denominador. El objetivo de estas preguntas es evidenciar el uso, y manejo del algoritmo de la suma de fracciones.

El error más frecuente de este grupo de estudiantes se relaciona con no comprender lo que implica realizar estas operaciones y, por tanto, no considerar que para poder realizarlas se deben igualar los denominadores (y que eso implica amplificar las respectivas fracciones). De esta manera, opera sin considerar las fracciones como un solo número y realiza un procedimiento que implica sumar o restar directamente los numeradores y los denominadores respectivamente; o bien, multiplica los denominadores, pero suma o resta, según corresponda, los numeradores.

ÍTEM II:

El segundo ítem tiene por objetivo diagnosticar cómo los estudiantes interpretan la información en los problemas, los traducen a lenguaje simbólico, realizan las operaciones respectivas para resolverlo, es decir, ejecutan el algoritmo de la suma de fracciones y representan pictóricamente dicha situación, ya sea en dos figuras o más las fracciones involucradas en el proceso; o en una sola figura que muestre el resultado obtenido.

Con base en los errores y obstáculos que presentan los estudiantes en el test de entrada es que decidimos elaborar dos sesiones de talleres donde abordar la suma de fracciones con igual y distinto denominador.

Evaluación diagnóstica

ÍTEM I: Resuelva

- ***Pregunta 1:*** $\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+\frac{4}{5}=$

- ***Pregunta 2:*** $\frac{5}{3}+\left(\frac{7}{3}+\frac{3}{3}\right)=$

- ***Pregunta 3:*** $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{6}=$

- ***Pregunta 4:*** $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=$

ÍTEM II Resuelva e indica con su respectivo desarrollo.

- ***Problema 1***

  En un cumpleaños hay una torta para 15 personas, Sofía se come un trozo de torta, Martina se come 2 trozos de torta y Diego se come 5 trozos de torta. ¿Cuál es la fracción de torta que representa el total de lo que comieron los tres?

- ***Problema 2***

  Rodrigo demora $\frac{4}{3}$ *h en estudiar matemática y* $\frac{3}{4}$ *h en hacer su tarea de Lenguaje, ¿Cuál es la fracción que representa el total de horas que demora Rodrigo en cumplir con sus tareas?*

El análisis de las respuestas obtenidas de los tres estudiantes participantes, se encuentra en los anexos, este se utilizó como antecedente para la elaboración del taller posterior.

Al finalizar el análisis de las preguntas del diagnóstico podemos evidenciar que los estudiantes no le otorgan un significado real el algoritmo de la adición de fracciones con igual y distinto denominador, solamente es un procedimiento mecánico, o bien cuándo deben utilizarlo, ya que se suele incurrir en el abuso de la amplificación de fracciones, incluso en ocasiones un estudiante amplifica solo el numerador, aun cuando no es necesario amplificar en la adición de fracciones con igual denominador. Es por esta razón que se diseñará un taller de dos sesiones de adición de fracciones, a través de la plataforma digital *Pear Deck*, la cual nos permite que los estudiantes puedan responder en una diapositiva que se puede ver en un panel del profesor el cual se puede proyectar, pero donde no aparece el nombre de quién está respondiendo en cada hoja, por lo que se pueden analizar una a una todas las respuestas de los estudiantes y ellos mismos pueden ver sus errores y corregirlos, de todos modos se diseñará un taller con dos sesiones; la primera sesión es de adición de fracciones con igual denominador y la segunda sesión es de adición de fracciones con distinto denominador, se plantean así para ir aumentando la dificultad y que los estudiantes puedan resignificar bien la adición de fracciones con igual denominador y luego continuar con la adición de fracciones con distinto denominador y lograr una resignificación de ésta.

Solo se considera un taller de dos sesiones, ya que los estudiantes que participan en esta investigación son tres, quizás si el número de estudiantes fuese mayor se consideraría realizar más sesiones del taller por cada tipo de adición.

CAPÍTULO V

PRESENTACIÓN DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el presente capítulo se da a conocer de qué forma se llevan a cabo las dos sesiones del taller, los resultados que se obtuvieron de los estudiantes y cómo se trabajó con ellos en la búsqueda de la resignificación de la suma de fracciones. En primer lugar, se mencionarán dos momentos que están inmersos dentro de la metodología de Investigación – Acción participativa en la cuál se basó esta investigación y los cuales corresponden al análisis de los resultados y las correcciones posteriores a la ejecución de las sesiones del taller y su rediseño con base en estas.

Momento III: Ejecución del Plan (Observación - Acción)

Durante este momento se ejecuta el plan de acción y se observan las acciones de los participantes de manera simultánea, con el propósito detectar logros y dificultades que nos permitan redefinir los propósitos de la investigación.

Momento IV: Producción (Reflexiones)

Durante este momento se procede a reflexionar acerca de las respuestas de los estudiantes y las acciones realizadas durante las sesiones de talleres (preguntas, comentarios y acotaciones).

V. 1 APLICACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS TALLERES

V.1.1 SESIONES Y DESCRIPCIÓN DE LOS INSTANTES

SESIÓN N°1

- **INSTANTE 1**

Se plantea una actividad de dos adiciones de fracciones con igual denominador, donde el resultado de la primera adición corresponde a una fracción propia y el resultado de la segunda adición corresponde a una fracción impropia. Los estudiantes deben expresar su respuesta de manera simbólica y pictórica.

Esta actividad tiene como objetivo poder evidenciar el apoyo visual de los estudiantes mediante la representación pictórica, ya que los estudiantes, deben aplicar el algoritmo de la adición de fracciones con igual denominador y, a su vez, expresar esta adición de manera pictórica, pero libre, es decir, ellos deciden qué figura utilizar para representar lo solicitado.

1) Realice las siguientes sumas con sus respectivos desarrollos, luego represente esta situación a través de un dibujo.

$$\boxed{\frac{6}{10}+\frac{7}{10}=}\qquad\qquad \boxed{\frac{3}{10}+\frac{5}{10}=}$$

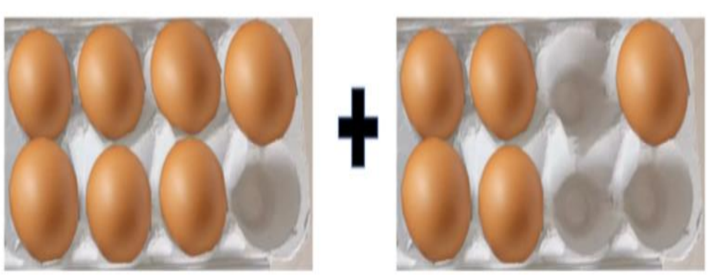
- **INSTANTE 2**

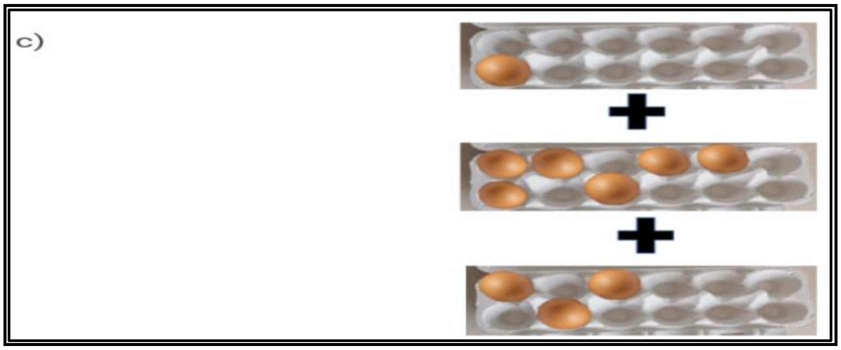
Se plantea una actividad de distintas adiciones de fracciones con igual denominador, pero esta vez las adiciones se representan mediante bandejas de huevos los estudiantes deben representar esta vez de manera simbólica las fracciones, posteriormente deben efectuar las operaciones de manera simbólica y pictórica. Se plantean 4 situaciones distintas y en cada una de ellas tanto la capacidad de las bandejas como la cantidad de huevos cambia.

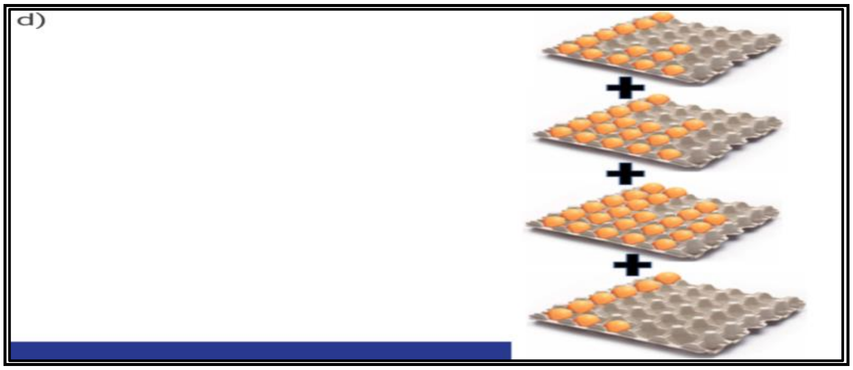
2) Observa las siguientes imágenes y representa las sumas en cada caso:

a)

b)







V. 1. 2 ANÁLISIS DE RESULTADOS

- **INSTANTE 1**

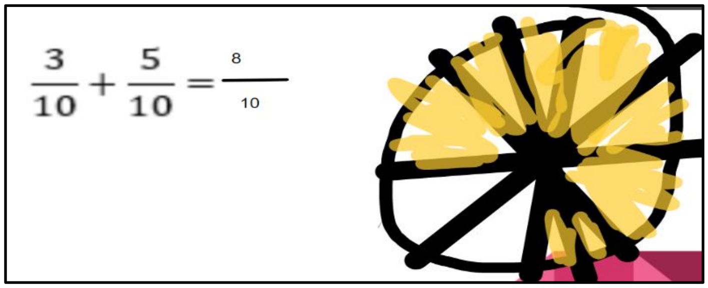
Cuando los estudiantes finalizan el desarrollo de las actividades podemos ver los siguientes resultados:

Ejercicio 1.

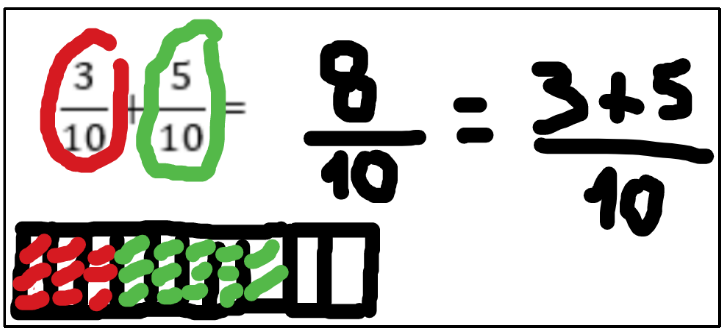
Estudiante 1: Realiza el desarrollo completo de la adición de fracciones, donde mantiene el denominador común y suma los numeradores llegando a un resultado correcto, pero sin realizar la representación pictórica.

$$\frac{3}{10}+\frac{5}{10}=\frac{3+5}{10}=\frac{8}{10}$$

Estudiante 2: Escribe el resultado correcto de la adición de fracciones sin evidenciar su desarrollo, pero realiza la representación pictórica de manera correcta.

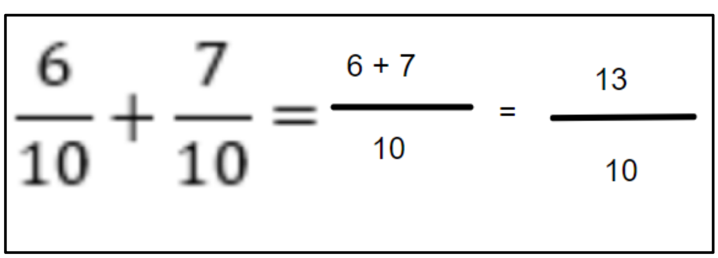


Corrección y comentarios: Posteriormente se analizan los resultados presentados por los estudiantes y se desarrolla la representación pictórica del ejercicio mediante arreglos rectangulares.



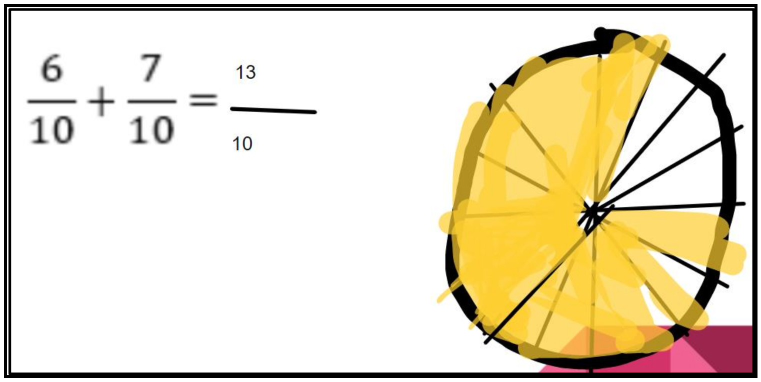
Ejercicio 2.

Estudiante 1: Realiza el desarrollo completo de la adición de fracciones, donde mantiene el denominador común y suma los numeradores llegando a un resultado correcto, pero sin realizar la representación pictórica.



Estudiante 2: Escribe el resultado correcto de la adición de fracciones sin evidenciar su desarrollo y realiza la representación pictórica, pero de manera incorrecta, ya que relaciona el

número total de partes en la que se divide la figura con el número mayor de la fracción, es decir del numerador, y no con el denominador de la fracción.

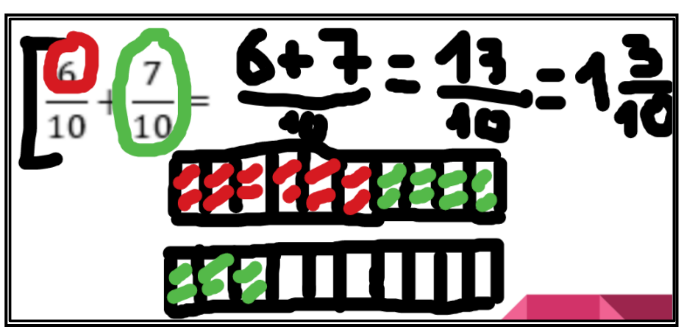


Corrección y comentarios: Se analizan los resultados expuestos por los estudiantes, donde ambos evidencian una respuesta correcta de manera simbólica, pero se menciona que hay un error en la representación pictórica y se realiza el desarrollo correcto mediante arreglos rectangulares destacando que el resultado obtenido en este ejercicio es una fracción donde el numerador es mayor que el denominador (fracción impropia), es decir, debemos representar este resultado mediante más de una figura.

Se realizan las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos rectángulos completos alcanzamos a obtener en este caso?
- ¿Cuántas partes tomamos del segundo rectángulo?

Luego de las preguntas los estudiantes llegan a la conclusión de que se alcanza a completar un rectángulo que había sido dividido previamente, mientras que del otro rectángulo se toman 3 partes. Se destaca el hecho de que pueden utilizar la figura que estimen conveniente para poder representar la situación de manera pictórica.

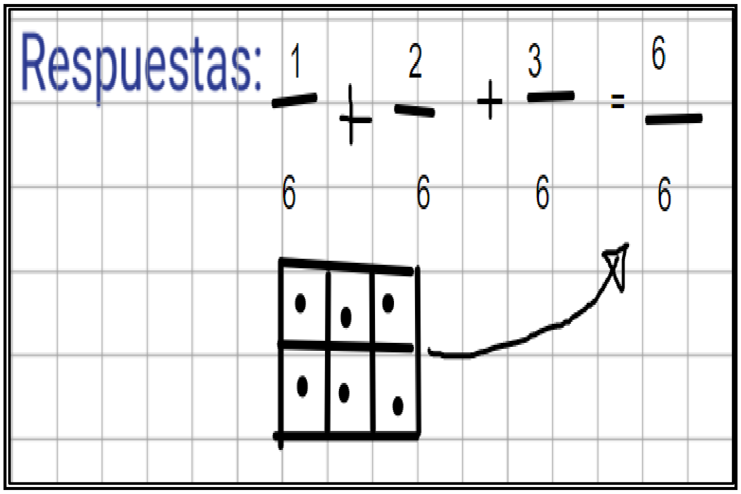


- **INSTANTE 2**

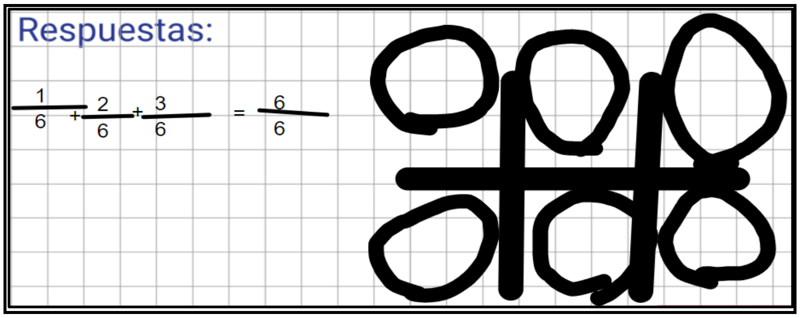
Cuando los estudiantes finalizan el desarrollo de las actividades podemos ver los siguientes resultados:

Ejercicio a.

Estudiante 1: Realiza la presentación simbólica de cada bandeja de huevo correctamente a través de las fracciones $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, y\,\frac{3}{6}$ respectivamente y escribiendo la suma de manera correcta, pero sin realizar la representación pictórica.

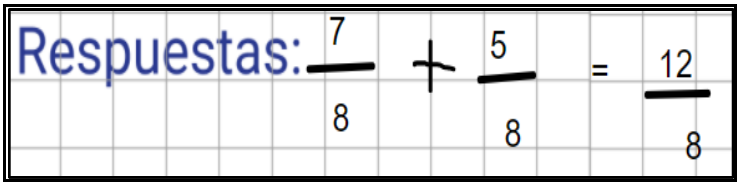


Estudiante 2: Realiza la presentación simbólica de cada bandeja de huevo correctamente a través de las fracciones $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, y\,\frac{3}{6}$ respectivamente y escribiendo la suma de manera correcta y realiza la representación pictórica correspondiente.

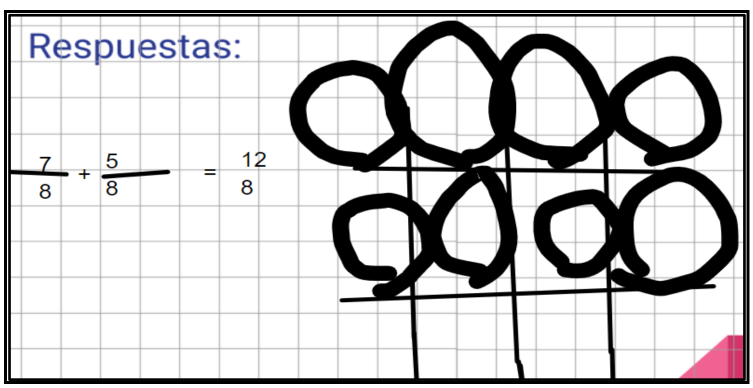


Ejercicio b.

Estudiante 1: Realiza la representación simbólica a través de las fracciones cada bandeja de huevos con la respectiva cantidad de huevos y capacidad de cada bandeja, la adición de las fracciones las presenta como $\frac{7}{8}+\frac{5}{8}$, donde obtiene como resultado $\frac{12}{8}$, este estudiante no realiza la representación pictórica en el momento del desarrollo del ejercicio.

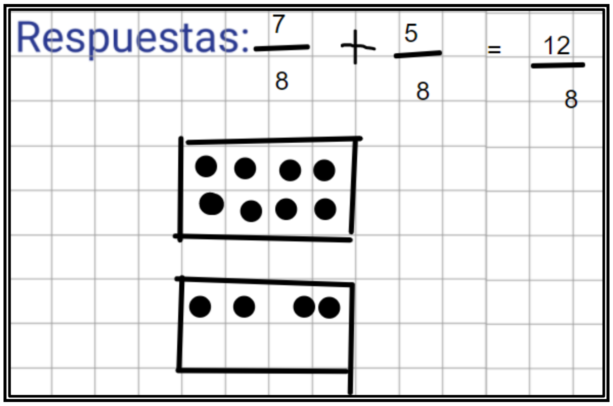


Estudiante 2: Realiza la representación simbólica a través de las fracciones cada bandeja de huevos con la respectiva cantidad de huevos y capacidad de cada bandeja, la adición de las fracciones las presenta como $\frac{7}{8}+\frac{5}{8}$, donde obtiene el resultado correcto $\frac{12}{8}$, este estudiante realiza la representación pictórica, pero de manera incorrecta, ya que solo realiza la representación de una bandeja de capacidad de ocho huevos completa.



Corrección y comentarios: Al comenzar a analizar los resultados presentados por los estudiantes podemos observar que ambos realizan la representación de cada bandeja de huevos de forma correcta para realizar la adición de fracciones de forma simbólica y ambos obtienen el resultado correcto.

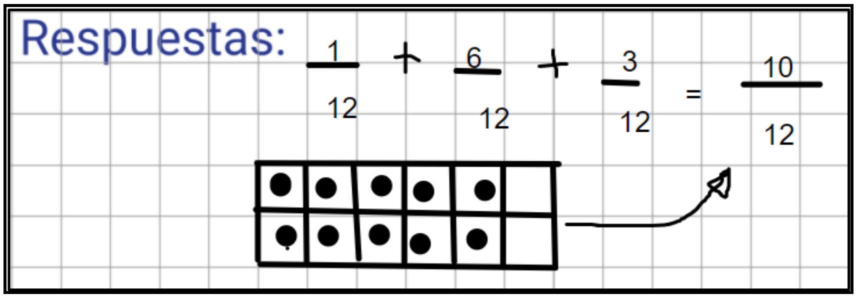
El estudiante 1 que no realizó la representación pictórica comienza a desarrollarla en el momento en que se está realizando la retroalimentación y lo hace forma correcta, dibuja dos bandejas de huevos de capacidad de 8 huevos cada una, pero en una de ellas están los 8 huevos y en la siguiente bandeja solo hay 4 huevos.



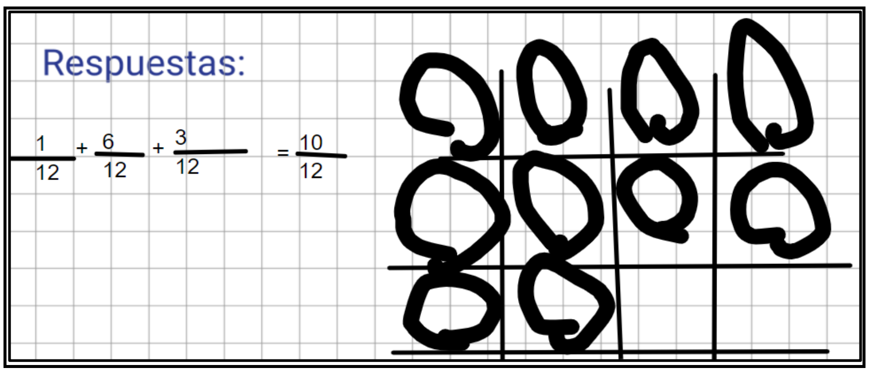
Uno de los estudiantes comenta el hecho que una de las bandejas está completa y la otra solo tiene 4 huevos y eso es equivalente a $1\frac{4}{8}$. Se les indica por qué se les pide que representen esta situación tanto simbólica como pictóricamente. Argumentando que muchas veces solo realizamos las operaciones, pero no sabemos cómo representar esta situación en un contexto cotidiano. Se hace énfasis en el hecho de que debemos comprender el por qué al sumar dos fracciones con el mismo denominador debemos mantener el denominador común y sumar los numeradores.

Ejercicio c.

Estudiante 1: El estudiante escribe correctamente en su hoja de respuesta la adición de las fracciones $\frac{1}{12}+\frac{6}{12}+\frac{3}{12}$ llegando al resultado correcto que es la fracción $\frac{10}{12}$,es decir, el estudiante tiene 10 huevos en una bandeja de capacidad para 12 huevos y la representación pictórica también la realiza de forma correcta con una bandeja de huevos (6x2).



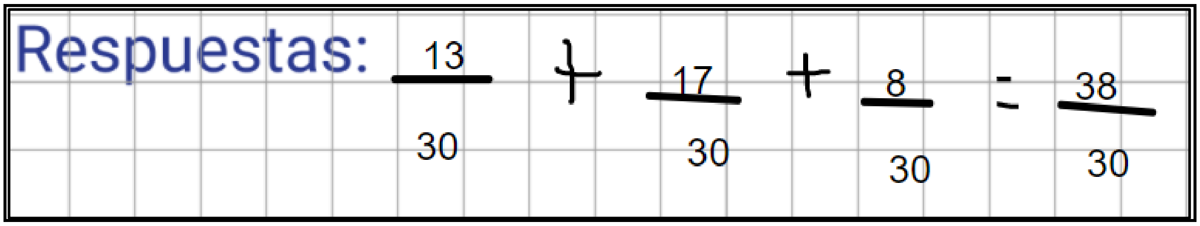
Estudiante 2: El estudiante representa correctamente las fracciones en sus hojas de respuesta donde escribe la adición $\frac{1}{12}+\frac{6}{12}+\frac{3}{12}$ y responde correctamente con la fracción $\frac{10}{12}$, es decir, responde de forma simbólica de manera correcta y al revisar su representación pictórica también responde de forma correcta a través de una bandeja de huevos de 3x4.



Corrección y comentarios: Ambos estudiantes realizan el desarrollo del ejercicio de manera correcta, representando tanto pictórica como simbólicamente tanto el resultado obtenido como el procedimiento. Cabe destacar que los dos estudiantes llegaron a la conclusión de que la bandeja no alcanza a cubrir su capacidad, argumentando que al realizar el traspaso de los huevos que se encuentran en las tres bandejas se dispone finalmente 10 huevos en total de una capacidad 12 huevos por bandeja.

Ejercicio d.

Estudiante 1: El estudiante representa correctamente a través de fracciones, tres de las cuatro bandejas de huevos y realiza la adición de forma correcta quedando $\frac{13}{30}+\frac{17}{30}+\frac{8}{30}=\frac{38}{30}$, de todos modos, se da cuenta de su error y luego comunica el resultado correcto de la adición.



Estudiante 2: Por problemas de conexión el estudiante no puede contestar en su hoja de respuestas.

Corrección y comentarios: En este ejercicio se presenta un error al contar la cantidad de huevos en las bandejas dado que los estudiantes consideran en un principio la cantidad de huevos disponibles solo en tres bandejas y no en las cuatro como se muestra en la imagen, por ello las docentes les piden corroborar la respuesta dada en un comienzo y cuentan en conjunto con los estudiantes la cantidad de huevos en las cuatro bandejas. Posteriormente los estudiantes representan de manera simbólica la situación y realizan la operación de manera correcta. En este ejercicio no pudo realizarse la corroboración de manera pictórica por apremio de tiempo.

SESIÓN DE TALLER N° 2

Segundo taller: aplicando y resignificando la adición de fracciones con distinto denominador

Objetivo: resignificar la suma de fracciones con distinto denominador

Materiales: computador, internet, Pear Deck.

ÍTEM I: DESCRIPCIÓN DE LOS INSTANTES

En la sesión de taller n°1 se les explicó a los estudiantes lo que debían hacer y se les dio un tiempo prudente para resolver los ejercicios y luego se realizó la corrección y comentarios de todos los ejercicios, en este segundo taller se leerá el enunciado de cada ejercicio, se dieron las indicaciones y luego un tiempo estimado para resolver cada ejercicio, es decir, ahora la corrección será inmediatamente después de cada ejercicio y se repetirá el proceso nuevamente.

En la sesión de taller n°2 asistieron tres estudiantes, las dos primeras respuestas corresponden a los estudiantes que asistieron al primer taller de adición de fracciones con igual denominador, pero la tercera respuesta corresponde al estudiante que no asistió al primer taller, antes de comenzar el taller se le menciona al estudiante 3 a quien llamaremos así porque es el tercer estudiante en incorporarse a los talleres, lo que se realizó el día anterior para que él estuviese al tanto de cómo se trabajó y en qué consisten los talleres.

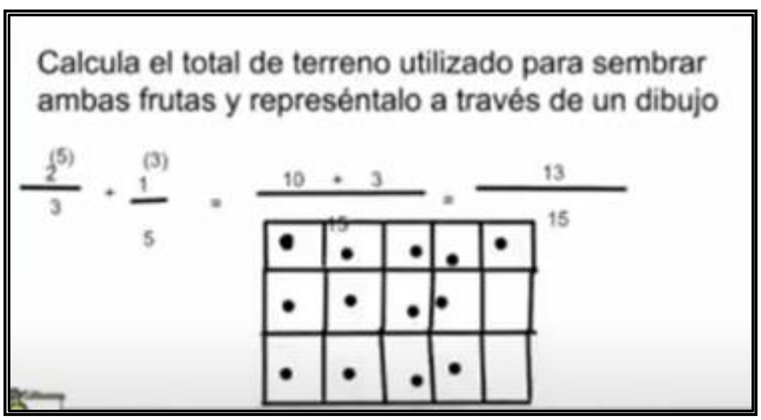
Se les menciona a los estudiantes que pueden representar sus desarrollos y resultados de forma simbólica y pictórica, lo ideal es lograr responder de ambas formas porque de esa manera una forma respalda a la otra.

ÍTEM II: ANÁLISIS DE RESULTADOS

Ejercicio 1: La docente lee el ejercicio y les pide a los estudiantes que realicen el desarrollo del ejercicio a través de la representación simbólica y pictórica mediante un dibujo.

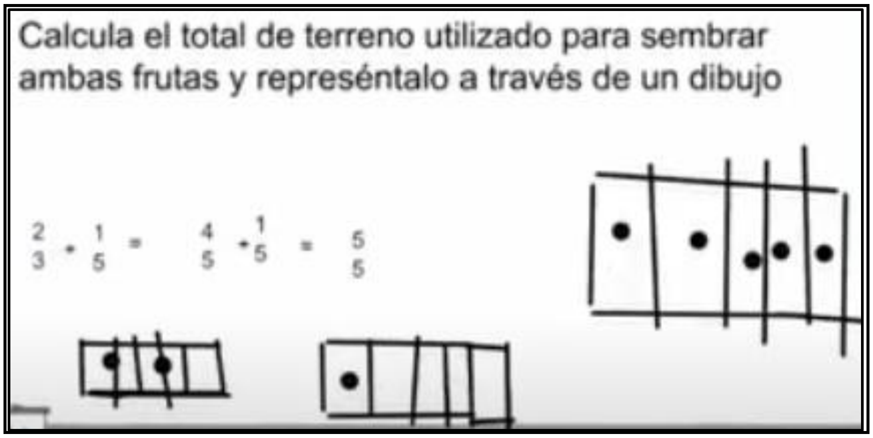
Se les da unos minutos para responder, se les indica que tienen todo el espacio de la hoja de desarrollo para resolver el problema y que, en caso de cualquier duda, solo deben preguntar y que si tienen alguna dificultad con el dibujo solo resuelvan la adición de forma algebraica, que no se compliquen con alguna representación.

Estudiante 1: Comenzamos a observar el desarrollo del primer estudiante donde realiza la representación de la adición de las fracciones $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}$ y amplifica la primera fracción por 5 y la segunda fracción por 3, llegando a un denominador común que es 15, el desarrollo queda como $\frac{10+3}{15}=\frac{13}{15}$ y representa esto a través de un rectángulo dividido en 15 partes (5x3) y coloreando 13 partes de las 15.



Estudiante 2: El segundo estudiante escribió el desarrollo de la suma de las fracciones de la siguiente forma $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}+\frac{1}{5}=\frac{5}{5}$ y realizando la representación pictórica donde tiene dos rectángulos, uno dividido en 5 partes y tomando 2 y el otro rectángulo dividido en 5 partes y

considerando solo 1 parte, llegando al resultado de un rectángulo de 5 partes y donde las considera todas.



Corrección y comentarios: Se comienza a realizar la corrección del ejercicio 1, donde la docente comienza escribiendo las fracciones $\frac{1}{5}$ de color rojo para representar la fracción del terreno destinado a las frutillas y $\frac{2}{3}$ de color verde para representar la fracción del terreno destinado a la siembra de melones, luego la docente dibuja dos rectángulos de igual tamaño.

Se les pregunta a los estudiantes en cuántas partes debemos dividir el primer rectángulo que se dibujó, a lo que ellos responden que se debe dividir en 5 partes iguales y se realiza la división de forma vertical. Ahora se realiza la misma dinámica anterior y se les preguntan a los estudiantes en cuántas partes debemos dividir el segundo rectángulo para representar la segunda fracción, a lo que uno de los estudiantes responde que debemos dividir el segundo rectángulo en 3 partes iguales, pero la docente dice que esta vez será de forma horizontal y se pregunta cuántas debemos colorear para representar $\frac{2}{3}$ y los estudiantes responden que son 2 partes las que demos colorear.

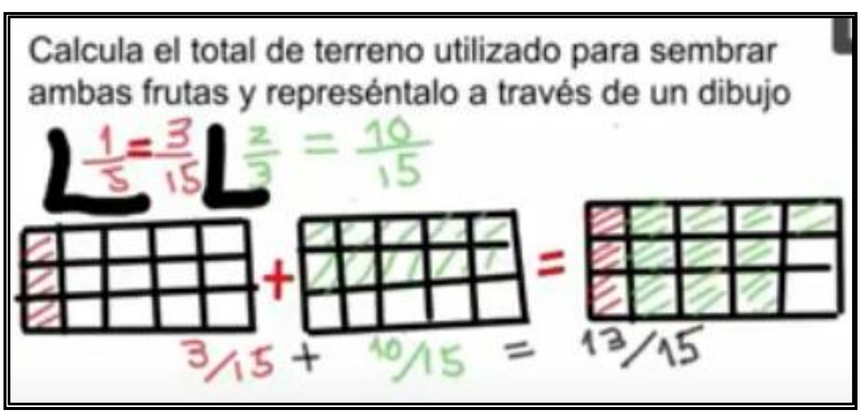
Se les menciona que las porciones en las que están divididos estos dos rectángulos no son iguales y no podemos sumarlos, es por ello que debemos encontrar la forma de que ambos rectángulos queden divididos en las mismas porciones, para ello vamos a realizar los mismos cortes horizontales y verticales en cada rectángulo, entonces en el primer rectángulo que estaba dividido en 5 partes con cortes verticales ahora se le realizan los cortes horizontales realizados en el segundo rectángulo y así mismo en el segundo rectángulo que tiene los cortes horizontales se le aplican cortes verticales y ambos rectángulos quedan divididos de la misma forma.

Ahora la docente pregunta en cuántas partes está dividido el primer rectángulo, a lo que los estudiantes responden que son 15 partes y ahora la docente pregunta cuántas partes de esas 15 tomamos, los estudiantes responden que son 3, es decir, la fracción $\frac{1}{5}$ ahora queda como $\frac{3}{15}$ y se comenta que el proceso que realizamos al realizar el cambio en esta fracción es el proceso de amplificación.

Ahora se pregunta en cuántas partes está dividido el segundo rectángulo a lo que los estudiantes responden que son 15 partes y se menciona que eso representa el denominador, ahora se pregunta cuántas partes de estas 15 están pintadas y ellos responden que son 10 y se les comenta que eso representa al numerador., es decir, estamos trabajando con fracciones equivalentes ya que teníamos $\frac{2}{3}$ y tras amplificar la fracción resulta $\frac{10}{15}$.

Ahora al realizar la suma de las fracciones a través de los dibujos queda de la siguiente manera, el terreno está dividido en 15 partes y las partes del terreno destinadas a frutillas son 3 de los 15 y destinado a los melones son 10 partes de 15, en total ocupamos 13 partes de 15 para sembrar en el terreno.

Los tres coinciden en sus respuestas, en que el resultado es $\frac{13}{15}$.



Pasamos al segundo y último ejercicio.

Ejercicio 2

Se dice que en honor al tiempo el ejercicio se hará en conjunto entre los estudiantes y las docentes, entonces lo primero que se hace es leer el ejercicio para comenzar a desarrollarlo.

Se pregunta en cuántas partes debemos dividir la primera torta (chocolate) y los estudiantes responden que, en 8 partes, entonces la profesora divide la torta de chocolate en 8 partes, pero no en partes iguales.

Uno de los estudiantes menciona que esta división de la torta no está bien ya que las partes deben ser iguales, entonces la profesora dice que tiene toda la razón porque lo dividió en 8 partes efectivamente, pero olvidó completamente que debió dividirlo en partes iguales.

Mientras la profesora divide la torta de chocolate en 8 partes iguales, se pide a los estudiantes que ellos también dividan la torta de frutilla y lúcuma, respecto a lo que menciona el enunciado y eso es lo que los estudiantes hacen en sus respectivas hojas de desarrollo, comienzan a dividir las tortas con respecto a la información entregada en el enunciado del ejercicio.

Tanto la docente como los estudiantes dividen las tres tortas en partes iguales, la torta de chocolate se divide en 8 partes iguales, la torta de frutilla se divide en 6 partes iguales y la torta de lúcuma en 12 partes iguales.

Se menciona que se saca un trozo de cada una de las tortas según indica el enunciado, pero lo que queremos saber es cuánta torta se comen en total estos tres amigos, es decir, debemos sumar los trozos de torta que se comen de cada una, pero la profesora pregunta, ¿estos trozos de torta son de igual tamaño? Y los estudiantes responden que no, entonces se pregunta qué debemos hacer para que estos trozos sean de igual tamaño. Entonces una de las docentes recuerda lo que se realizó en el ejercicio anterior, donde el terreno lo dividimos uno de forma vertical y otro de forma horizontal, intentando guiar a los estudiantes a lo que podemos hacer en este ejercicio.

Después de unos minutos dos de los estudiantes mencionan que no saben qué hacer, pero el último estudiante dice que se debe dividir la torta de chocolate y frutilla en 12 para que esté dividida en las mismas partes que la de lúcuma.

Una de las docentes menciona que se puede dividir la torta de chocolate de cierta manera, pero en ese caso no quedarían de igual tamaño los trozos, pero la de frutilla si se puede dividir de tal forma que queden 12 trozos de igual tamaño, pero esta vez ya no estoy considerando solo un trozo de la torta de frutilla, si no, dos trozos, entonces la fracción que representa la porción de torta de frutilla que se come es $\frac{2}{12}$ cuando antes teníamos $\frac{1}{6}$, se menciona que lo que se hizo acá fue amplificar la fracción original por dos.

Ahora nos fijamos en la torta de chocolate, entonces se plantea la fracción que representa la porción de torta que se comen de chocolate y eso es $\frac{1}{8}$, entonces pregunta qué sucede si amplificamos esta fracción por dos al igual que la fracción que representa a la torta de frutilla y se da el resultado al amplificarla que es $\frac{2}{16}$, entonces se consulta si el denominador resultante es igual al otro denominador de la torta de frutilla y lúcuma, es decir, ¿16 es igual a 12? A lo que responden que no.

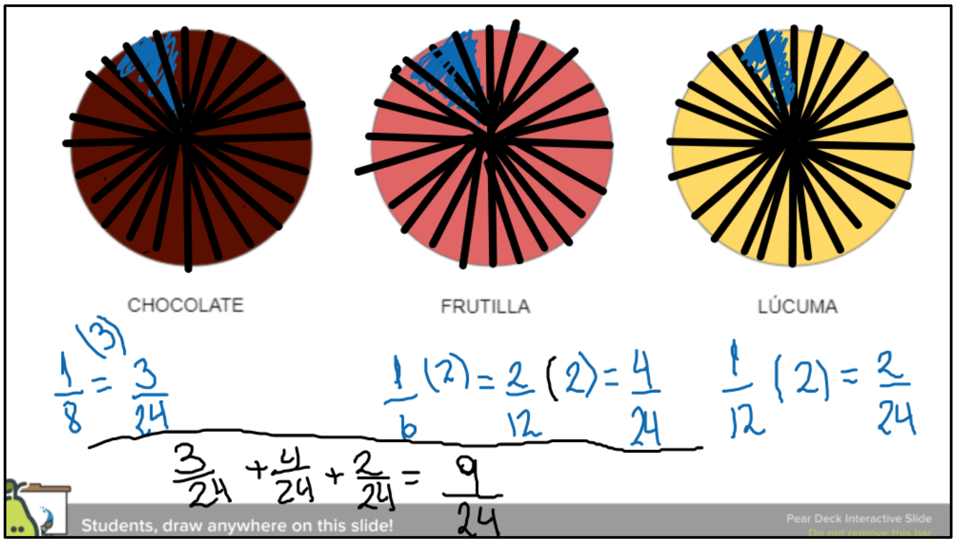
Se pregunta que se podría hacer entonces, ya que el dos no es el único número por el que se puede amplificar, tenemos el 1, 2, 3, 4, etc, entonces se pregunta: ¿qué podríamos hacer para dejar los tres denominadores iguales?, porque de esa forma las tres tortas quedarán divididas en la misma cantidad de partes.

Uno de los estudiantes dice que la torta de chocolate se amplificará por 3, la de frutilla por 4 y la de lúcuma por 2.

Entonces se escribe (3) al lado de la fracción $\frac{1}{8}$ para representar la amplificación por 3, se recuerda a los estudiantes que al amplificar se debe multiplicar, en este caso, el numerador y el denominador por 3 y el resultado es $\frac{3}{24}$, es decir, cada trozo que teníamos lo dividimos en 3 y ahora ya no tomamos un trozo de 8, si no 3 trozos de 24.

Para la torta de frutilla debemos amplificar nuestra fracción original $\frac{1}{6}$ por 4, pero como ya amplificamos una vez por 2, la fracción obtenida $\frac{2}{12}$ la amplificamos por 2 y nos queda $\frac{4}{24}$.

Finalmente, para la tercera torta que es la de lúcuma, amplificamos la fracción $\frac{1}{12}$ por 2, es decir, nos queda como resultado la fracción $\frac{2}{24}$. Ahora las tres tortas están divididas en la misma cantidad de partes.

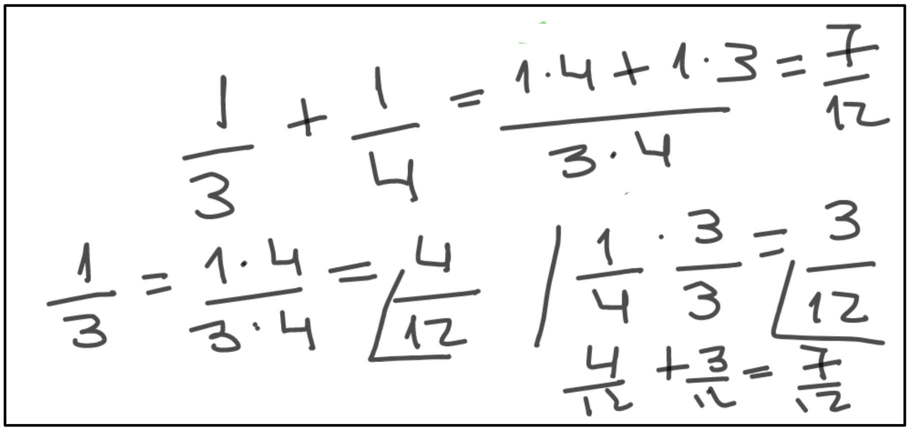


Se les menciona por qué se realiza la representación pictórica, ya que de forma gráfica quizás ello lo saben resolver, pero la razón por la cual amplificamos y dejamos igual denominador muchas veces no la sabemos o ni siquiera lo cuestionamos, pero a través de este ejemplo los estudiantes pueden ver que efectivamente luego de realizar las amplificaciones un trozo de la torta de chocolate es equivalente a un trozo de la torta de frutilla y de lúcuma.

Ahora realizamos la adición $\frac{3}{24} + \frac{4}{24} + \frac{2}{24}$, pero antes de calcularlo se recuerda que lo importante de este proceso que a veces mecanizamos multiplicando cruzado es una amplificación y se realiza un ejemplo.

Ejemplo adicional

Se plantea $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$, donde muchas veces se multiplican los denominadores y luego se multiplica de forma cruzada numerador con denominador, de la siguiente forma $\frac{1\cdot 4+1\cdot 3}{3\cdot 4}$, pero es lo mismo que si simplificamos $\frac{1}{3}$ por 4, es decir, $\frac{1\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{4}{12}$ y la otra fracción $\frac{1}{4}$ por 3 lo que nos daría como resultado $\frac{3}{12}$. Luego si sumamos estas fracciones el resultado será $\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{7}{12}$.



Se les menciona a los estudiantes que efectivamente algunos respondieron de forma correcta al realizar el desarrollo de forma algebraica, pero no sabemos el por qué amplificamos o multiplicamos cruzado al realizar un ejercicio de este tipo y no sabemos por qué debemos tener el mismo denominador para sumar fracciones, pero en este caso con el ejemplo de las tortas, vemos que si no tenemos el mismo denominador los tamaños de los trozos de torta no son iguales.

Continuación de ejercicio 2

Se puede ver que lo que antes era un trozo de torta ahora equivale a 3 y un trozo de torta de lúcuma ahora equivale a dos. Ahora realizamos la adición de las fracciones y se pregunta cuál es el resultado al sumar $\frac{3}{24}+\frac{4}{24}+\frac{2}{24}$ a lo que uno de los estudiantes responde $\frac{9}{24}$ y los otros estudiantes apoyan esta respuesta, es decir, el total de torta que comieron estos tres amigos es 9 trozos de 24.

Se les pregunta si se entiende entonces por qué se debe amplificar al realizar adición de fracciones con distinto denominador, los estudiantes responden que sí y finalmente se les agradece su participación y compromiso con estos talleres ya que prácticamente están de vacaciones y que no se les olvide recurrir al recurso pictórico para apoyar el desarrollo de algún ejercicio o problema matemático.

V. 2 Análisis desde la socioepistemología

Disipación de la exclusión

La exclusión es posible evidenciarla en la elaboración de los talleres 1 y 2 posterior al análisis de las respuestas obtenidas en la prueba de entrada. Los estudiantes son considerados en su propio proceso de aprendizaje, pues el taller 1 apunta a resolver problemas relacionados con la suma de fracciones con igual denominador en el que nos encontramos, por ejemplo en la prueba de entrada con respuestas que evidenciaban el abuso del algoritmo de la suma en el que un estudiante amplificaba el numerador de dos fracciones con igual denominador y el taller 2 en el que apuntamos a fortalecer la representación concreta a través del recurso de las bandejas de huevo y la representación pictórica mediante arreglos rectangulares y círculos seccionados. De esta manera, se intentaba generar conocimiento de la suma de fracciones con igual y distinto denominador no imponiendo para ello el algoritmo de la suma, dando así un sentido del porqué de su uso.

Disipación de la adherencia

La adherencia se evidencia a través de la ejecución de las dos sesiones del taller cuando los estudiantes son capaces de resolver problemas relativos a la suma de fracciones con igual y distinto denominador por su forma, es decir, mediante la representación pictórica (arreglos rectangulares o círculos seccionados) o concreta (bandejas de huevos) y no por su significado.

Disipación de la opacidad

Para determinar si el contexto de los estudiantes en su proceso de enseñanza se opaca o no, es necesario detallar el contexto en el que estos están insertos. Teniendo en cuenta que los estudiantes solo tienen en común el nivel escolar en el que se encuentran (primero medio) y la Red de establecimientos a la cual pertenecen (Red Alma Máter), podemos decir que los estudiantes no tienen un contexto socio-cultural determinado o característico evidenciable en una clase en línea.

En esta ocasión la opacidad se disipa con la sociabilización del conocimiento a través de ejemplos cotidianos, es entonces cuando el algoritmo de la adición cobra sentido, como al utilizar pizzas, cajas de huevos, pasteles, terrenos, etc.

Con respecto al fenómeno de **opacidad**, podemos decir que dada la realidad de los y las estudiantes y su contexto, no nos permiten evidenciar si es que esto fue considerado en la forma en la que se presentan y disponen las situaciones de aprendizaje en la secuencia didáctica. Si bien la socioepistemología es enfática en el hecho de que para generar conocimiento se debe tener en consideración las características tanto del estudiante como de su entorno y contexto, estos aspectos no se evidencian, pues lo único común en este caso es el contexto educativo, es decir la Red Alma Máter. Sin embargo, la socioepistemología intenta generar un aprendizaje desde un contexto diferente, rompiendo así las barreras del sistema escolar lo que no es posible demostrar en esta propuesta.

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES Y PROYECCIONES

VI. 1 Conclusiones

Para concluir en este capítulo responderemos las interrogantes planteadas al comienzo de nuestra investigación de acuerdo a la información recopilada a través de la evaluación diagnóstica y las sesiones de talleres propuestos a los tres estudiantes de primer año medio pertenecientes a la Red Alma Mater Studiorum.

¿Qué situaciones permiten atender a la comprensión del significado de la suma de fracciones?

De acuerdo a la información recopilada por medio de las respuestas obtenidas de los tres estudiantes participantes durante la ejecución de las dos sesiones del taller podemos decir que el recurso más útil a la hora de apuntar a la comprensión de la suma de fracciones con igual denominador es a través de la representación concreta mediante bandejas de huevo. Cabe destacar el hecho de que, si bien el estudiante no puede manipular el material de manera concreta en esta modalidad virtual, es decir, cambiando los huevos de una bandeja a otra para intentar completarla, el estudiante reconoce en esta situación un ejemplo cotidiano, que además le permite construir la noción de entero al completar la bandeja en su capacidad. Por medio de esta situación el estudiante es capaz de comprender el por qué los denominadores se mantienen en una suma de fracciones con igual denominador (que representa en este caso la capacidad de las bandejas) y se deben sumar los numeradores (que representa en este caso los huevos) y por qué para este caso no es necesario utilizar la amplificación para realizar la suma respectiva de las fracciones involucradas

.

Por otra parte, la amplificación, necesaria como primer paso para introducir el algoritmo de la suma, se puede nutrir a través de la representación pictórica mediante arreglos rectangulares. Los estudiantes comprenden que el número de cortes de la pieza rectangular, ya sean teniendo estas previamente cortes de disposición horizontal o vertical según sea el caso, indican el número por el cual se amplifica tanto numerador como denominador. El estudiante reconoce que, para poder operar dos o más fracciones, los denominadores deben ser iguales pues esto indica que el número de trozos que componen las piezas rectangulares también lo son. De esta forma un estudiante reconoce que una fracción puede ser equivalente a otra mediante operaciones como la amplificación (multiplicación) o reducción (división).

¿Cómo resignifican los estudiantes de primero medio la suma de fracciones?

Evidenciamos que antes de realizar las sesiones del taller los estudiantes manifestaban dificultades a la hora de sumar fracciones con igual denominador ligadas al abuso del uso del algoritmo de la suma de fracciones, pues en una de las respuestas el estudiante amplifica incluso de mala manera, amplificando solo el numerador de las fracciones involucradas en el ejercicio. Dicho estudiante durante la ejecución del taller y mediante ejemplos que utilizan distintas formas de representación de una fracción (a través de lo concreto, pictórico y simbólico) es capaz de transitar por ellas y comprender el cómo, el por qué y el cuándo utilizarlo. Sumado a lo anterior se encuentra el hecho de que los estudiantes participantes de la investigación son capaces de manifestar en los momentos de cierre ideas que evidencian la apropiación del contenido, como lo es el tránsito por las diferentes formas de representación de una fracción para operar fracciones con igual y diferente denominador.

Para responder esta interrogante debemos considerar el hecho de que un estudiante es capaz de resignificar un contenido si la situación que se le plantea es concordante con el contenido mismo, es decir un estudiante podrá otorgarle sentido a lo que hace solo si los ejemplos y ejercicios apuntan directamente a la comprensión de la secuenciación de los pasos que componen al algoritmo. En este sentido, con base en las respuestas anteriores, concluimos que los estudiantes resignifican la suma de fracciones con igual denominador, mediante los ejercicios planteados de las bandejas de huevos con igual capacidad porque este representa un ejemplo concreto de su cotidianidad, ya que el estudiante que presentaba inicialmente dificultades en la evaluación diagnóstica, a la hora de sumar fracciones con igual denominador, el cual amplifica el numerador de las fracciones, al finalizar la primera sesión que apuntaba a la resignificación de la suma de fracciones con igual denominador, traslada los huevos de una bandeja a otra (a través de la representación de este hecho mediante un dibujo), comprendiendo así que el igual denominador es equivalente a la capacidad de huevos de las bandejas y al sumar fracciones con igual denominador, nos referimos a que las bandejas tienen la misma capacidad, por lo tanto, esta no cambia lo que se traduce en que el denominador se mantiene y que el sumar los numeradores es equivalente a trasladar los huevos de una bandeja a otra. Luego de trabajar en la primera sesión el estudiante transita de la representación pictórica del ejemplo concreto a la representación simbólica, para finalmente desarrollar la adición de fracciones de manera correcta.

Para el caso de la suma de fracciones, el estudiante le otorga significado a cada uno de los pasos que componen el algoritmo como lo es la amplificación de cada una de las fracciones involucradas para que el denominador de dichas fracciones sea el mismo y así poder efectuar la suma de los numeradores de la siguiente manera:

La necesidad de amplificar las fracciones se puede comprender del hecho de que si en dos arreglos rectangulares de igual tamaño representamos en cada uno dos fracciones con distinto denominador mediante la relación parte-todo por medio de cortes de distinta disposición, es decir, si se representa un medio en un arreglo rectangular debemos dividir ya sea horizontalmente o verticalmente el rectángulo en dos partes iguales y que debemos pintar o sombrear una de ellas, y que si queremos adicionarle un tercio a esa fracción entonces debemos dividir el otro arreglo con la disposición contraria, por ejemplo si se hizo en un comienzo el corte de manera horizontal para la fracción un medio entonces los cortes para el nuevo rectángulo deben ser de disposición vertical y viceversa, para finalmente sombrear una parte de las tres. El estudiante comprende que los cortes que luego se le hagan a ambas figuras se realizan porque los trozos originales no tienen el mismo tamaño y forma, de manera que debemos hacer que estos midan lo mismo para poder sumarlo. Lo anterior se evidencia a la hora de solicitarle a los estudiantes que resuelvan sumas de fracciones con distinto denominador de manera simbólica y que además representen dicha situación de manera pictórica justamente mediante arreglos rectangulares los cuales pueden observarse en las imágenes que se encuentran en el capítulo 5 en la presentación de resultados y discusión lo que evidencia la comprensión del proceso de amplificación por parte de los estudiantes.

De este modo el estudiante a través de su tránsito por las diferentes formas de representación anteriormente evidenciadas comprende que para sumar fracciones con distinto denominador se deben amplificar las fracciones tanto en el numerador como en el denominador, ya que de esta manera se obtiene un denominador común que permite efectuar la suma de los numeradores.

VI. 2 Proyecciones

Para el taller 1 sugerimos replantear el enunciado de los ejercicios, ya que al pedirles a los estudiantes “representar mediante un dibujo el siguiente ejercicio” un estudiante solo representó pictóricamente el resultado final obtenido de la suma de dos fracciones y no ambas fracciones por separado además de su resultado, otros dos estudiantes optaron simplemente por no representar la situación de manera pictórica pero sí de manera simbólica. Por ello aconsejamos ser más específicos a la hora de dar instrucciones, esto se podría replantear como “represente mediante un dibujo tanto la situación como el resultado final”.
Recomendamos también tener en cuenta la cantidad de ejercicios de los talleres pues el tiempo se hace corto al revisar los resultados y respuestas, también al pedirle a los estudiantes que fundamenten sus respuestas y hacer la retroalimentación respectiva. Es así que sugerimos acortar los problemas a 4 por sesión.

Para el taller 2 recomendamos no utilizar círculos seccionados que se dividan en trozos equivalentes que representen la suma de fracciones con distinto denominador para el caso de denominadores mayores a 12, pues dificulta la representación pictórica perdiendo la noción de equivalencia espacial de los trozos, ya que si no se tiene precisión al demarcar algunos de ellos pueden verse considerablemente más grandes a pesar de que se quisiera partir el círculo en trozos del mismo tamaño y forma.

Proponemos a los futuros investigadores abordar un ejercicio de suma de fracciones con bandejas de huevos, pero esta vez con distinto denominador y de esta manera poder analizar las respuestas que se obtengan de los estudiantes, ya que, si planteamos por ejemplo una adición de fracciones donde un denominador sea 6 y el otro 12, esto podría provocar una dificultad mayor, debido a que induce a confusión en relación a cuál será el referente para el entero, si el de nominador menor o el de denominador mayor.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agencia de la Calidad de la Educación. (2018) *PISA 2018 Entrega de resultados: Competencia Lectora, Matemática y Científica en estudiantes de 15 años en Chile.* http://archivos.agenciaeducacion.cl/PISA_2018-Entrega_de_Resultados_Chile.pdf

Agencia de la Calidad de la Educación. (2019). *Resultados Educativos 2019*. http://archivos.agenciaeducacion.cl/PPT_Nacional_Resultados_educativos_2019.pdf

Bohorquez, J., Boscán, L., Hernández, A., Salcedo, S. y Morán, R. (2009). La concepción de la simetría en estudiantes como un obstáculo epistemológico para el aprendizaje de la geometría. *Educere, 13*(45), 477-489 Recuperado de: http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-49102009000200022

Cantoral, R.(2013). Teoría socioepistemológica de la Matemática Educativa estudios sobre la construcción social del conocimiento. *Gedisa.* Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/261363815_Teoria_Socioepistemologica_de_la_Matematica_Educativa_Estudios_sobre_la_construccion_social_del_conocimiento

Caronía, S., Rivero, M., Operuk, R. y Mayol, C. (2014). Los conocimientos matemáticos en el umbral de la universidad. *Revista De Ciencia Y Tecnología, 21*(1), 5-11. Recuperado a partir de https://www.fceqyn.unam.edu.ar/recyt/index.php/recyt/article/view/622

Carrasco, C., Dinamarca, V., Gatica, K., Riquelme, M., & Rojas, J. (2016). *Resignificación del algoritmo de adición de fracciones propias con distinto denominador en una situación específica de aprendizaje.* Universidad Católica Silva Henriquez

Cordero, F., Gomez, K., Silva-Crocci, H., & Soto, D. (2015) *El discurso Matemático Escolar: la Adherencia, Exclusión y Opacidad.* Gedisa. Recuperado de:

https://www.researchgate.net/publication/281689884_El_discurso_matematico_escolar_la_adherencia_la_exclusion_y_la_opacidad

Fazio, L. y Siegler, R. (2011). Enseñanza de las fracciones. *Series Prácticas Educativas.* (22). Recuperado de: http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/Publications/Educational_Practices/EdPractices_22s.pdf

Hinojo, J., Romero, F. y Farfán, R. (2020). Principios de diseño de tareas en Socioepistemología. *IE Revista De Investigación Educativa De La REDIECH*, 11, e708. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v11i0.708

Llinares, S. y Sánchez, M. (1988). *Fracciones. La relación parte todo.* Madrid: Síntesis

MINEDUC. (2003). *Marco para la buena enseñanza. Obtenido de*: https://www.cpeip.cl/wp-content/uploads/2019/01/Marco-buena-ensenanza.pdf

MINEDUC (2012). *Planes y programas 6º Básico.* Recuperado de: http://curriculumenlinea.mineduc.cl/sphider/search.php?query=&t_busca=1&results=&search=1&dis=0&category=10

MINEDUC. (2015). *Bases Curriculares 7° básico a 2° medio. Obtenido de*: https://media.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/28/2017/07/Bases-Curriculares-7%C2%BA-b%C3%A1sico-a-2%C2%BA-medio.pdf

MINEDUC. (2021). *Organización Curricular Matemáticas*. www.curriculumnacional.cl. https://www.curriculumnacional.cl/portal/Educacion-General/Matematica/20852:Organizacion-Curricular-Matematicas

MINEDUC. (2021). *Progresión de objetivos de aprendizaje para Matemática de 1° a 6° básico.* Recuperado de: https://www.curriculumnacional.cl/portal/Educacion-General/Matematica/71256:Progresion-de-objetivos-de-aprendizaje-para-Matematica-de-1-a-6-basico

MINEDUC. (2021). *Progresión de objetivos de aprendizaje para la Matemática de 7° Básico a 2° Medio*. Recuperado de: https://www.curriculumnacional.cl/portal/Educacion-General/Matematica/71257:Progresion-de-objetivos-de-aprendizaje-para-Matematica-de-7-Basico-a-2-Medio

Montiel, G., y Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica. *Metodología en Matemática Educativa: Visiones y Reflexiones,* 61-88. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/261951215_Un_esquema_metodologico_para_la_investigacion_socioepistemologica_ejemplos_e_ilustraciones

Ortiz, J. (2006). Incorporación de la calculadora gráfica en el aula de matemática: Una discusión actual hacia la transformación de la práctica. *SAPIENS*, *7*(2), 139-157. Recuperado de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1317-58152006000200010&lng=es&tlng=es.

Soto, D. (2014). *La Dialéctica Exclusión-Inclusión entre el Discurso Matemático Escolar y la Construcción Social del Conocimiento Matemático*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Obtenido de: http://www.clame.org.mx/documentos/tesis/soto_2014.pdf

Soto, D., y Cantoral, R. (2014) Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una Visión Socioepistemológica. *Boletim de Educación matemática, 28*(50), 1525-1544. Obtenido de: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291232906026

Teppa, S. (2014). *Investigación-Acción Participativa en la Pedagogía Cotidiana: Una Metodología Creativa para Transformar la Praxis Docente*. 1. 65-69. Sonia Teppa.

Yuni, J. y Urbano, C. (2005). *Investigación Etnográfica. Investigación Acción.* Córdoba – Argentina: Brujas.

ANEXOS

Santiago de Chile, noviembre 2020

Estimado evaluador:

Nos dirigimos a usted para solicitar la validación de dos instrumentos de recogida de datos para la investigación de tesina para optar al grado de Licenciada en Educación Matemática y Pedagogía en Matemática de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (UMCE), que lleva por título "Resignificación de la suma de fracciones con igual y distinto denominador en estudiantes de primer año medio".

Los instrumentos por validar corresponden a una evaluación diagnóstica a través de formulario de google y un taller de dos sesiones. El formulario tiene como objetivo recopilar información sobre los conocimientos de los estudiantes de primer año medio con respecto a la suma de fracciones con igual y distinto denominador. Mientras que en el taller se busca obtener información con respecto a la resignificación de la suma de fracciones de los estudiantes de primer año medio de la Red de colegios Alma Mater Studiorum, en la primera sesión se trabaja con suma de fracciones con igual denominador y en la segunda sesión con suma de fracciones con distinto denominador.

Ambos instrumentos se han enviado adjuntos a esta evaluación en un archivo Word, y para validarlos solicitamos contestar la evaluación que viene a continuación.

Evaluación diagnóstica: Es un instrumento que busca problematizar el conocimiento matemático de suma de fracciones con igual y distinto denominador, mediante una situación de aprendizaje.

Sesiones de Taller: Es un instrumento que apunta a que cada uno de los estudiantes pueda comprender el porqué del algoritmo de la suma de fracciones se secuencia en pasos con la ayuda de las distintas representaciones (concreta, pictórica y simbólica) de las fracciones.

Quedamos atentas a sus comentarios:

Nicole Acuña y Javiera Hughes.

Evaluación para validación

Para evaluar la pertinencia de la evaluación diagnóstica y las dos sesiones del taller se proporciona una Escala Likert[1].

Para responder las Escala Likert, marque con una X la respuesta escogida entre las seis opciones que muestran las casillas.

[1] Los modelos de Escala Likert y tablas utilizadas fueron rescatados de Formato para validación de expertos – Guía para la validación de instrumentos de investigación (Universidad Adventista de Chile, sf).

Validación Evaluación diagnóstica

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones:	**Grado de acuerdo**					
(**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = en desacuerdo más que en acuerdo; **4** = de acuerdo más que en desacuerdo; **5** = de acuerdo; **6** = muy de acuerdo)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios)**:**						
● Las preguntas y ejercicios se comprenden con facilidad (claro, preciso, no ambiguo, acorde al nivel de información y lenguaje del sujeto de estudio)						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**						
● Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO (2) de la investigación que apunta al rediseño de una situación de aprendizaje: Estudiar cómo los estudiantes de primer año medio de la red de colegios Alma Mater Studiorum abordan la suma de fracciones con igual y distinto denominador.						X

Observaciones y recomendaciones en relación a la evaluación diagnóstica:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Validación de las dos sesiones del taller.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = en desacuerdo más que en acuerdo; **4** = de acuerdo más que en desacuerdo; **5** = de acuerdo; **6** = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios)**:**						
● Las preguntas y ejercicios se comprenden con facilidad (claro, preciso, no ambiguo, acorde al nivel de información y lenguaje del sujeto de estudio)						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**						
● Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Estudiar cómo los estudiantes de primer año medio de la Red Alma Mater Studiorum resignifican la suma de fracciones con igual y distinto denominador.						X
● Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO N°1 de la investigación: 1. Identificar situaciones que permitan atender a la compresión del significado de la suma de fracciones y lo a la mecanización de esta.						X
● Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO N°3 de la investigación 2. Analizar los datos obtenidos durante la aplicación del taller.						X

Observaciones y recomendaciones en relación a las dos sesiones del taller:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Valoración general de la Evaluación diagnóstica

Marque con una X la respuesta escogida de entre las opciones que se presentan:

	Sí	No
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para que los estudiantes puedan responderlo adecuadamente (ver Evaluación diagnóstica en documento adjunto)	X	
El número de ejercicios y problemas de la Evaluación diagnóstica es adecuado	X	

	Evaluación general de la Evaluación diagnóstica			
	Excelente	**Buena**	**Regular**	**Deficiente**
Validez de contenido de la Evaluación diagnóstica		X		

Observaciones y recomendaciones en general de la Evaluación diagnóstica:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento	X
Apruebo el instrumento con reparos	
Rechazo el instrumento	

Valoración general de Sesión 1 del taller.

Marque con una X la respuesta escogida de entre las opciones que se presentan:

	Sí	No
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para que los estudiantes puedan responderlo adecuadamente (ver Sesión 1 del taller en documento adjunto)	X	
Los ejercicios y problemas con correspondientes con el objetivo de esta sesión del taller. (Objetivo: suma de fracciones con igual denominador)	X	

	Evaluación general de la Sesión 1 del taller.			
	Excelente	**Buena**	**Regular**	**Deficiente**
Validez de contenido de la Sesión 1 del taller.		X		

Observaciones y recomendaciones en general de la Sesión 1 del taller:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento	X
Apruebo el instrumento con reparos	
Rechazo el instrumento	

Valoración general de la Sesión 2 del taller.

Marque con una X la respuesta escogida de entre las opciones que se presentan:

	Sí	No
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para que los estudiantes puedan responderlo adecuadamente (ver Sesión 2 del taller en documento adjunto)	X	
Los ejercicios y problemas con correspondientes con el objetivo de esta sesión del taller. (Objetivo: suma de fracciones con distinto denominador).		

	Evaluación general de la Sesión 2 del taller.			
	Excelente	**Buena**	**Regular**	**Deficiente**
Validez de contenido de la Sesión 2 del taller.		X		

Observaciones y recomendaciones en general de la Sesión 2 del taller:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento	X
Apruebo el instrumento con reparos	
Rechazo el instrumento	

Identificación del experto

Nombre y Apellidos	**ELIANA ISABEL SAGARDIA VEGA**
Filiación (ocupación, grado académico y lugar de trabajo)	**DOCENTE DE MATEMATICA, LICEO POLITÉCNICO HANNOVER**
Correo electrónico	**esagardia@rams.cl**
Teléfono o celular	**985119212**
Fecha de la validación (día, mes y año)	**20/11/2020**
Firma	

Muchas gracias por su valiosa contribución a la validación de la Actividad y la Entrevista.

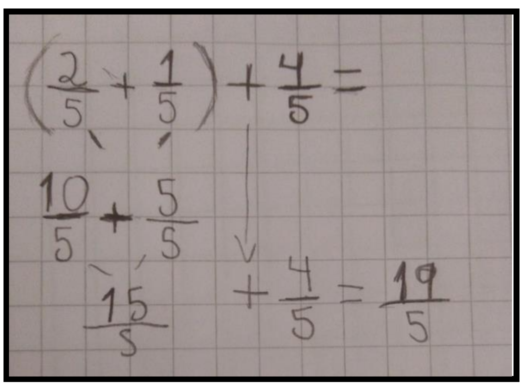
ANÁLISIS EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

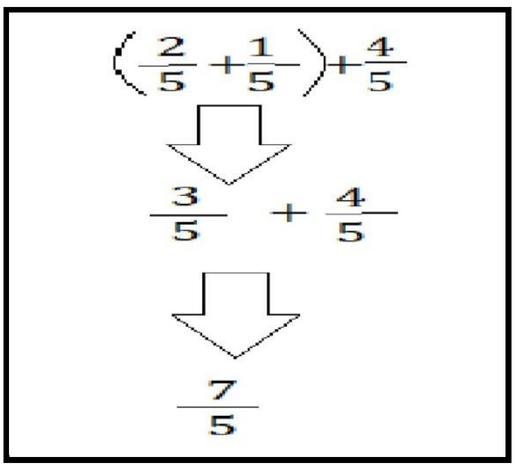
Pregunta 1: $\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+\frac{4}{5}=$

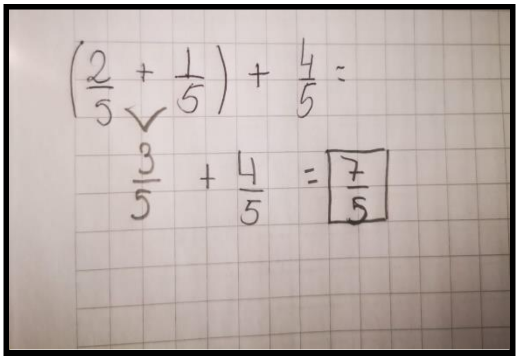
Objetivos de aprendizaje por Nivel

Nivel: 4to básico **OA 9:** Resolver adiciones de fracciones con igual denominador.

Descripción de los sucesos: Se plantea una adición de tres fracciones con igual denominador, la cual deben resolver de acuerdo a los paréntesis presentes en el ejercicio.

Imagen	**Análisis de las respuestas**
	***Respuesta 1:*** **Descripción del desarrollo** Al observar el desarrollo del estudiante, podemos notar que respeta la prioridad de las operaciones, realizando primero el paréntesis presente en el ejercicio, luego realiza una amplificación de los numeradores que se encuentran dentro del paréntesis, pero mantiene los denominadores dados, luego suma las fracciones resultantes de la amplificación y este resultado obtenido lo suma con la fracción restante, donde mantiene el denominador y suma los numeradores. **Análisis** Podemos notar que existe un abuso del uso del algoritmo de la suma, pues el estudiante al operar las fracciones del mismo denominador amplifica solo los numeradores y mantiene los denominadores de las fracciones originales

	obteniendo un resultado incorrecto bajo un procedimiento erróneo. Sin embargo, al obtener el resultado luego de sumar las fracciones dentro del paréntesis y operarlas con la tercera fracción no amplifica ninguna de las fracciones y opera correctamente $\frac{15}{5} + \frac{4}{5}$ obteniendo como resultado $\frac{19}{5}$, llegando así a un resultado incorrecto. **Respuesta 2** **Descripción del desarrollo:** Al observar el desarrollo del estudiante, podemos notar que en primera instancia respeta el orden de las operaciones, resolviendo primero la adición de las fracciones que se encuentran dentro del paréntesis de forma correcta, es decir, sumando los numeradores y manteniendo el denominador, obteniendo un resultado correcto. Finalmente, al sumar la fracción obtenida con la tercera fracción planteada en el ejercicio podemos observar que nuevamente realiza una adición de fracciones con igual denominador de forma correcta, es decir, sumando los numeradores y manteniendo el denominador.

	**Respuesta 3** **Descripción del desarrollo:** Al observar el desarrollo del estudiante, podemos ver que desarrolla correctamente el algoritmo de la suma de fracciones con igual denominador, es decir, suma los numeradores de las fracciones y mantiene el denominador en común, sin descuidar el orden que presenta este ejercicio al tener presente en él un paréntesis.

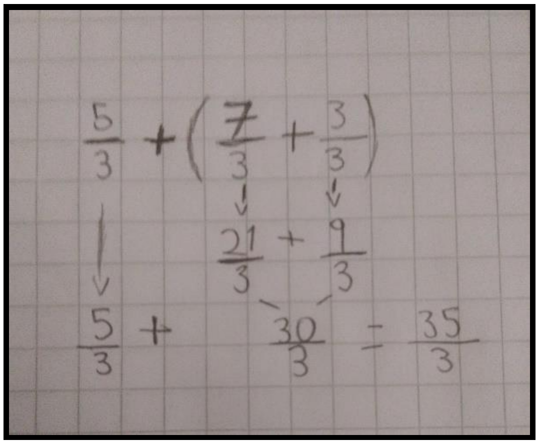
Pregunta 2: $\frac{5}{3} + \left(\frac{7}{3} + \frac{3}{3}\right) =$

Objetivos de aprendizaje por Nivel

Nivel: 4to básico **OA 9:** Resolver adiciones de fracciones con igual denominador.

Descripción de los sucesos: Se plantea una adición de tres fracciones con igual denominador, la cual deben resolver de acuerdo a los paréntesis presentes en el ejercicio.

Imagen	*Análisis de las respuestas*



Respuesta 1:

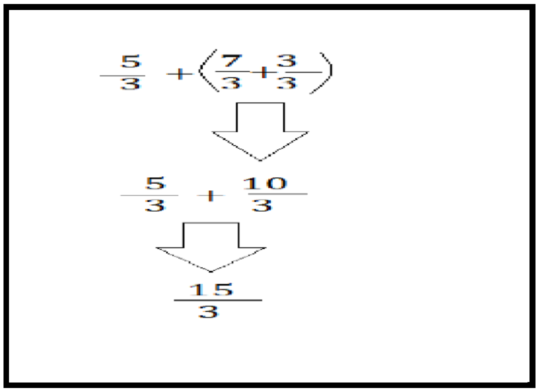
Descripción del desarrollo

Si bien el estudiante respeta el orden en las operaciones realizando el paréntesis en primer lugar, amplifica los numeradores de las fracciones y luego opera manteniendo el denominador y sumando los numeradores. Finalmente, el resultado obtenido con anterioridad lo opera con la fracción que se encuentra fuera del paréntesis, sumando los numeradores de ambas fracciones y manteniendo el denominador común.

Análisis

Además de existir un error en la ejecución del algoritmo pues el estudiante solo amplifica los numeradores dejando de lado los denominadores. Es así que el estudiante al operar $\frac{30}{3}$ que obtuvo de la suma de las fracciones que se encuentran en el paréntesis, lo opera con $\frac{5}{3}$, obteniendo como resultado $\frac{35}{3}$. Es decir, en este caso sí suma los numeradores y mantiene el denominador, llegando a un resultado correcto para la suma de estas dos fracciones, pero erróneo para el resultado final del ejercicio.

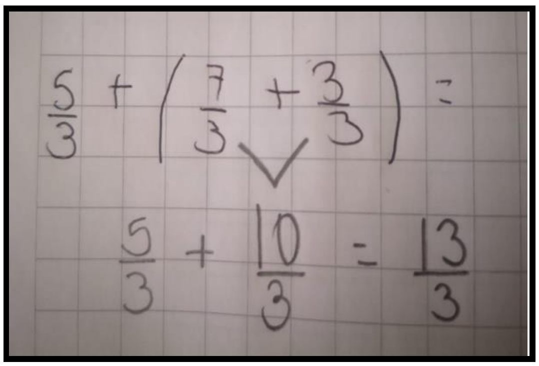
Respuesta 2:



Descripción del desarrollo

El estudiante desarrolla la suma de fracciones con igual denominador de forma correcta, es decir, sumando los numeradores de las fracciones y manteniendo el denominador en común, pero también hay que destacar que mantiene el orden correcto del desarrollo del ejercicio, ya que se encuentra presente un paréntesis en él.

Respuesta 3:



Descripción del desarrollo

El estudiante presenta un desarrollo correcto del algoritmo de la suma de fracciones con igual denominador, conservando el denominador común y sumando los numeradores correspondientes, también se observa que considera de forma correcta el paréntesis en el orden del desarrollo que presenta el ejercicio, a pesar de tener un desarrollo correcto en el último paso presenta un error al sumar $\frac{5}{3} + \frac{10}{3}$ ya que obtiene como resultado $\frac{13}{3}$ y no $\frac{15}{3}$ que es el resultado correcto.

Análisis

Evidenciamos en el desarrollo del ejercicio el manejo del estudiante en la suma de fracciones con igual denominador, pero presenta un error de cálculo en el último paso del ejercicio.

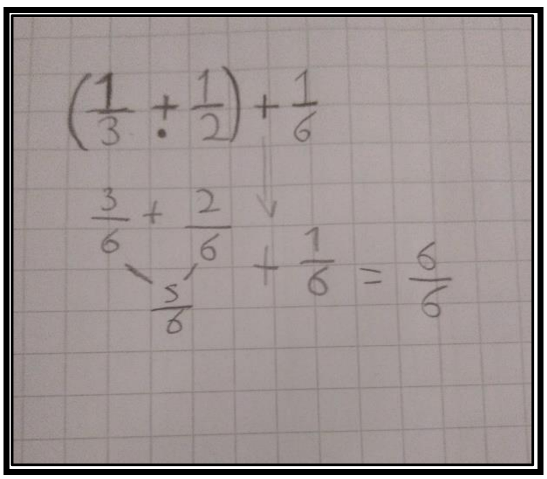
Pregunta 3: $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{6} =$

Objetivos de aprendizaje por nivel:

Nivel: 5to básico **OA 9:** Resolver adiciones con fracciones propias con denominadores menores o iguales a 12.

Nivel: 6to básico **OA 6**: Resolver adiciones de fracciones propias e impropias y números mixtos con numeradores y denominadores menores de hasta dos dígitos.

Descripción de los sucesos: Se plantea una adición de tres fracciones con distinto denominador, la cual deben resolver de acuerdo a los paréntesis presentes en el ejercicio.

Imagen	***Análisis de las respuestas***
	***Respuesta 1:*** ***Descripción del desarrollo*** El estudiante desarrolla en primera instancia la suma presente dentro del paréntesis, donde realiza un procedimiento en el cual el denominador queda en ambas fracciones igual a seis el cual es igual al mínimo común múltiplo entre 3 y 2, pero los numeradores que da a cada fracción dentro del paréntesis están correctos, pero en posición equivocada, por lo cual el resultado de la suma dentro del paréntesis es correcto, pero con un pequeño error en el desarrollo, luego al sumar la fracción obtenida con la tercera fracción presente en el ejercicio, presenta un desarrollo correcto, ya que mantiene los denominadores y suma los numeradores, obteniendo un resultado correcto. ***Análisis***

<table>
<tr>
<td>

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{6}$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{1}{11}$$

</td>
<td>

El estudiante muestra errores de orden en el desarrollo de la adición de fracciones dentro del paréntesis, que los numeradores obtenidos son correctos, pero en el orden incorrecto, por ello si llega al resultado esperado.

Respuesta 2:

Descripción del desarrollo

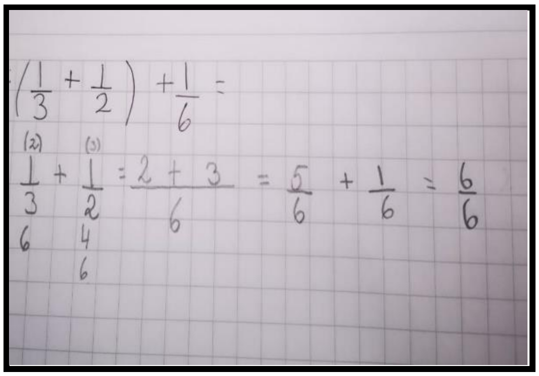
El estudiante desarrolla el paréntesis primero, mantiene el numerador que en este caso es común en ambas fracciones y además suma los denominadores. Finalmente, del resultado obtenido en el paréntesis realiza el mismo procedimiento manteniendo el numerador común en ambas fracciones y sumando los denominadores.

Análisis

El estudiante comete un error en el algoritmo de fracciones pues tiene la idea de que debe mantener siempre lo que es común en la suma de fracciones, lo cual es aplicable solo para el caso en el que los denominadores sean iguales y no para los numeradores, dicho error se conoce como teorema o definiciones deformados. Luego de obtener un resultado erróneo debido a lo anteriormente mencionado, el estudiante vuelve

</td>
</tr>
</table>

a realizar el mismo procedimiento, manteniendo el numerador común y sumando los denominadores llegando a un resultado erróneo mediante un procedimiento erróneo.



Respuesta 3

Descripción del desarrollo

El estudiante resuelve primero la operación de las fracciones que se encuentran dentro del paréntesis, las amplifica para obtener fracciones del mismo denominador y finalmente al resultado obtenido lo opera con la fracción que se encuentra fuera del paréntesis.

Análisis

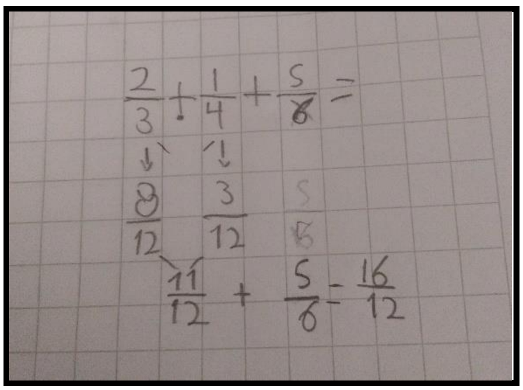
En la respuesta evidenciamos la correcta ejecución del algoritmo de la suma de fracciones, pues amplifica la primera fracción por 2 y la segunda fracción por 3, en ambos casos tanto en numeradores como denominadores. Finalmente llega a un resultado correcto a partir de un procedimiento correcto.

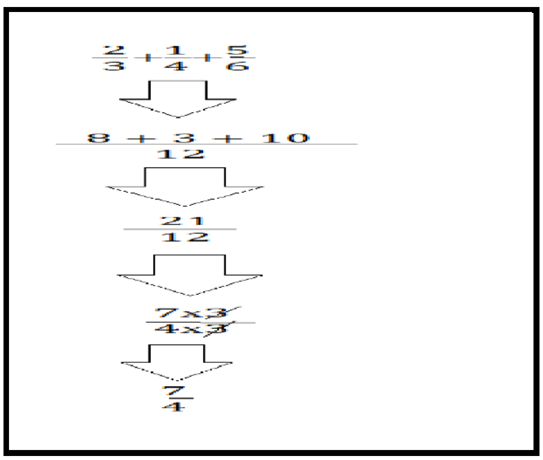
Pregunta 4: $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=$

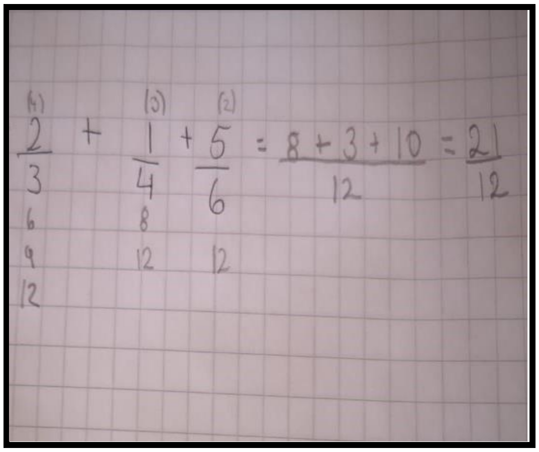
Objetivos de aprendizaje por nivel:

Nivel: 5to básico **OA 9:** Resolver adiciones con fracciones propias con denominadores menores o iguales a 12.

Descripción de los sucesos: Se plantea una adición de tres fracciones con distinto denominador, la cual deben resolver de acuerdo a los paréntesis presentes en el ejercicio.

Imagen	*Análisis de las respuestas*
	***Respuesta 1:*** ***Descripción del desarrollo*** El estudiante desarrolla esta adición de tres fracciones de distinto denominador de izquierda a derecha, es decir, primero suma las dos fracciones que se encuentran al lado izquierdo, donde llega a un denominador común 12, que efectivamente es el mínimo común múltiplo entre 3 y 4, y los numeradores respectivos resultan ser 8 y 3, es decir obtiene $\frac{8}{12} + \frac{3}{12}$ lo que da como resultado $\frac{11}{12}$ el cual es correcto, luego al sumar este resultado con la tercera fracción planteada en el ejercicio el estudiante suma los denominadores y conserva el denominador mayor, lo cual lleva al estudiante a un resultado erróneo. **Análisis**

	En el desarrollo del ejercicio evidenciamos que el estudiante ejecuta en dos ocasiones el algoritmo de adición de fracciones con distinto denominador, pero en el primer procedimiento lo realiza de forma correcta y en el segundo procedimiento comete un error a pesar de ser ambas adiciones de fracciones con distinto denominador, por lo que podríamos considerarlo error a nivel práctico. ***Respuesta 2:*** ***Descripción del desarrollo*** El estudiante realiza el desarrollo del ejercicio planteado considerando la adición de las tres fracciones con distinto denominador que se plantean, para ello calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores, el cual resulta ser igual a 12, con denominador común escribe los respectivos numeradores resultantes y los suma, es decir, 8+3+10, llegando a un correcto resultado de $\frac{21}{12}$, tras realizar un correcto desarrollo y llegar al resultado esperado, el alumno realiza una simplificación a la fracción resultante, por lo que el resultado escrito en fracción irreductible es $\frac{7}{4}$. ***Respuesta 3:*** **Descripción del desarrollo**

	El estudiante comienza el desarrollo del ejercicio buscando el mínimo común múltiplo de los tres denominadores planteados, encontrando el denominador común igual a 12, además deja registro en cada fracción porque número amplifica cada fracción, es decir, tanto numerador como denominador, por lo que la nueva adición queda como $\frac{8+3+10}{12}$ llegando a un resultado de $\frac{21}{12}$ el cual es correcto, entonces podemos decir que el estudiante realiza un correcto desarrollo y obtiene un resultado correcto.

Problema 1

En un cumpleaños hay una torta para 15 personas, Sofía se come un trozo de torta, Martina se come 2 trozos de torta y Diego se come 5 trozos de torta. ¿Cuál es la fracción de torta que representa el total de lo que comieron los tres?

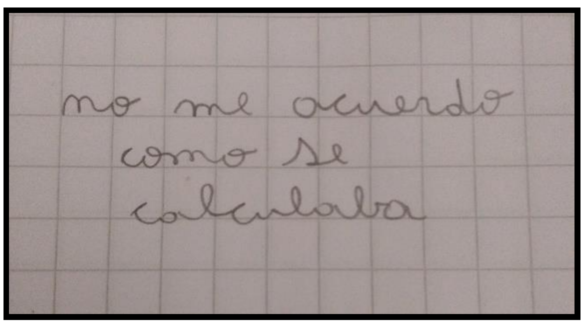
Objetivo de aprendizaje por nivel:

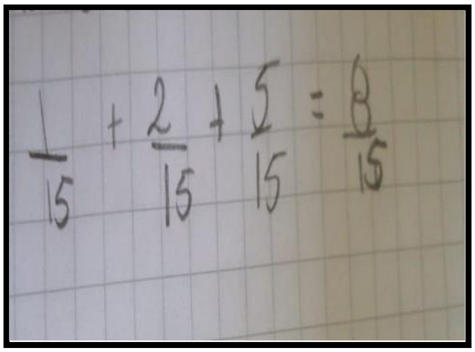
Nivel: 5to básico **OA 13:** Resolver problemas rutinarios y no rutinarios aplicando adiciones de fracciones propias.

Nivel: 6to básico **OA 8:** Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones de fracciones propias, impropias y números mixtos.

Descripción de los sucesos: Se pide a los estudiantes que resuelvan un problema, dónde deben extraer información del enunciado y plantear las fracciones y operaciones correspondientes que les permita responder a la pregunta.

Este problema está relacionado con la adición de fracciones con igual denominador. Para este ejercicio es necesario que comprendan la relación parte - todo.

Respuestas obtenidas	*Análisis de las respuestas*
 	**Respuesta 1** **Descripción del desarrollo** El estudiante no realiza ningún procedimiento ni obtiene resultados **Análisis** El estudiante evidencia no saber interpretar la información proporcionada por el problema, debido a eso no puede relacionar las partes en las que se divide un todo.
$\boxed{\frac{8}{15}}$	**Respuesta 2** **Descripción del desarrollo** El estudiante solo anota el resultado sin evidenciar ningún tipo de desarrollo. **Análisis** A pesar de que el estudiante anota un resultado correcto no evidencia ningún tipo de

	desarrollo por lo que no es posible analizar los errores y obstáculos presentes en la respuesta dada. **Respuesta 3** **Descripción del desarrollo** El estudiante anota lo que representa cada parte de los trozos de torta de cada uno de los personajes involucrados y lo traduce en fracciones, posteriormente los opera y anota el resultado. **Análisis** El estudiante evidencia una correcta interpretación de la información, identifica las partes de un todo, traduce del lenguaje común al lenguaje simbólico y además realiza un correcto procedimiento al operar fracciones, llegando así a un resultado correcto.

Problema 2

Rodrigo demora $\frac{4}{3}$ h en estudiar matemática y $\frac{3}{4}$ h en hacer su tarea de Lenguaje, ¿Cuál es la fracción que representa el total de horas que demora Rodrigo en cumplir con sus tareas

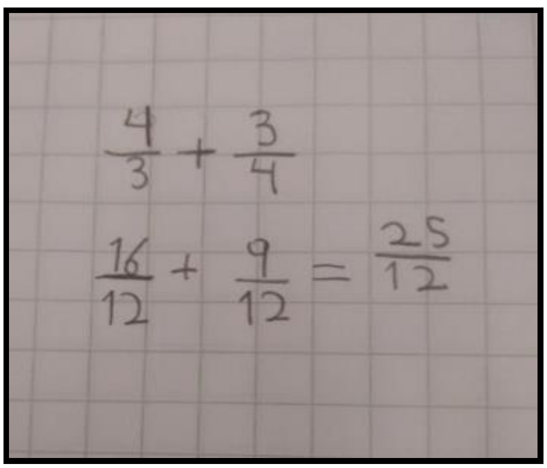
Objetivos de aprendizaje por nivel:

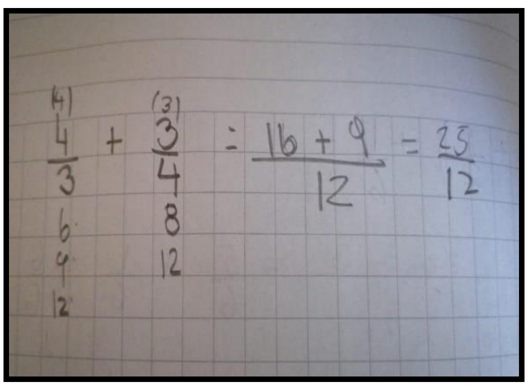
Nivel: 5to básico **OA 13:** Resolver problemas rutinarios y no rutinarios aplicando adiciones de fracciones propias.

Nivel: 6to básico **OA 8:** Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones de fracciones propias, impropias y números mixtos.

Descripción de los sucesos: Se pide a los estudiantes que resuelvan un problema, dónde deben extraer información del enunciado y plantear las fracciones y operaciones correspondientes que les permita responder a la pregunta.

Este problema está relacionado con la adición de fracciones con distinto denominador.

Imagen	***Análisis de las respuestas***
	**Respuesta 1** **Descripción del desarrollo** El estudiante anota lo que representa cada parte de las fracciones que indican el tiempo destinado al estudio de cada uno de los personajes involucrados y lo traduce en fracciones, posteriormente los opera y anota el resultado. **Análisis** El estudiante evidencia una correcta interpretación de la información, identifica las partes de un todo, traduce del lenguaje común al lenguaje simbólico y además realiza un correcto procedimiento al operar fracciones, llegando así a un resultado correcto. **Respuesta 2** **Descripción del desarrollo**

$$\frac{25}{12}$$	El estudiante solo anota el resultado sin evidenciar ningún tipo de desarrollo. **Análisis** A pesar de que el estudiante anota un resultado correcto no evidencia ningún tipo de desarrollo por lo que no es posible analizar los errores y obstáculos presentes en la respuesta dada.
	**Respuesta 3** **Descripción del desarrollo** El estudiante anota lo que representa cada parte de las fracciones que indican el tiempo destinado al estudio de cada uno de los personajes involucrados y lo traduce en fracciones, posteriormente los opera y anota el resultado. **Análisis** El estudiante evidencia una correcta interpretación de la información, identifica las partes de un todo, traduce del lenguaje común al lenguaje simbólico y además realiza un correcto procedimiento al operar fracciones, llegando así a un resultado correcto.