



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN DIFERENCIAL

**ESTRATEGIAS DOCENTES PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS: TRABAJO
COLABORATIVO ENTRE PROFESIONALES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS Y
EDUCACIÓN DIFERENCIAL**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE PROFESORA EN EDUCACIÓN
DIFERENCIAL ESPECIALIDAD PROBLEMAS DE LA VISIÓN**

AUTORAS:

FRANCISCA ALEJANDRA CONTRERAS URRÁ

LLANGKA AYELEN PAILAMILLA ROJAS

PROFESOR GUÍA:

JUAN LUIS PIÑEIRO G

SANTIAGO DE CHILE, MARZO, 2023.

2023, Francisca Contreras y Llangka Pailamilla

Se autoriza la reproducción total o parcial de este material, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, siempre que se haga la referencia bibliográfica que acredite el presente trabajo y su autor.

Dedicatoria

La presente tesis culmina cinco años de estudios en donde mi pilar fundamental durante todo este tiempo fue mi familia.

A mis padres Claudia y Hernán quiénes con su amor incondicional, apoyo y esfuerzo me permitieron avanzar en este proceso, motivándome y creyendo en mis habilidades.

A mi hermano Mateo, quién me entregó su cariño y apoyo en cada momento a través de mil sonrisas.

A mi amada hija Alë, quién es mi motor y motivación durante todos estos años, acompañándome en el aula desde que nació.

A mi familia en general, quiénes confiaron en mí y me apoyaron entregándome palabras de aliento cuando lo necesitaba.

A Francisca Contreras, por su dedicación, motivación, paciencia y profesionalismo, ya que sin su entrega y compromiso no hubiéramos logrado esta meta.

Llangka Pailamilla.

Agradecimientos

Agradecemos a la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, con énfasis a las y los profesores del Departamento Diferencial por su constante apoyo en estos años de carrera y con un especial reconocimiento a nuestro profesor guía Juan Luis Piñeiro.

Llangka A. Pailamilla Rojas

Francisca A. Contreras Urrea

TABLA DE CONTENIDO

Resumen	11
Introducción.....	12
1. Planteamiento del Problema.....	14
1.1. Educación Matemática Como Derecho	14
1.3. La Enseñanza De Las Matemáticas a Estudiantes Ciegos	18
1.2. Pregunta De Investigación	23
1.2.1. preguntas auxiliares.....	24
1.3. Objetivos:.....	24
2. Marco Conceptual	25
2.1 Conceptualizando La Estrategia	25
2.2 Tipos De Co-docencia.....	26
2.2.1 Uno que enseña, otro que asiste.	26
2.2.2 Enseñanza de la estación.	26
2.2.3 Enseñanza paralela.	27
2.2.4 Enseñanza alternativa.	27
2.2.5 Enseñanza en equipo.	27
2.2.6 Uno enseña y el otro observa.	28
2.3 Prácticas Efectivas de Enseñanza de las Matemáticas.....	28
2.3.1 Establecimiento de metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje.....	29
2.3.2 Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas.	30
2.3.3 Uso y vinculación de las representaciones matemáticas.....	31
2.3.4 Favorecimiento del discurso matemático significativo.....	32
2.3.5 Planteamiento de preguntas deliberadas.	32
2.3.6 elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual.	34
2.3.7 Apoyo al esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas.	35
2.3.8 Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes.	36
3. Marco Metodológico.....	38
3.1 Participantes.....	39
3.2 Recolección De Datos.....	40

3.3 Método De Análisis	42
3.4 Criterios De Rigor.....	44
3.5 Marco ético	46
4. Resultados.....	48
4.1. Tipos De Co-docencia	48
4.1.1 uno que enseña, otro que asiste.....	49
4.1.2 Uno enseña y el otro observa.	50
4.1.3. Enseñanza de la estación.	50
4.1.4. Enseñanza alternativa.....	51
4.1.5. Enseñanza en equipo.	52
4.2. Prácticas Efectivas Para La Enseñanza De Las Matemáticas	54
4.2.1. Establecimiento de metas enfocadas en el aprendizaje.....	55
4.2.2. Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas.	57
4.2.3 Uso y vinculación de las representaciones matemáticas.....	59
4.2.4 Favorecimiento del discurso matemático.	61
4.2.5 Planteamiento de preguntas deliberadas.	63
4.2.6 Elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual.....	65
4.2.7 Favorecer el apoyo al esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas	66
4.2.8 Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes.	68
5. Discusión y Conclusiones.....	71
6. Referencias	80
7. Anexos.....	85

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Un marco teórico para los tipos de preguntas utilizadas en la enseñanza de las matemáticas.....	34
Tabla 2. Caracterización de docente y estudiantes PIE por dupla.....	41
Tabla 3. Categorías deductivas.....	44
Tabla 4. Frecuencias de los tipos de co-docencia.....	49
Tabla 5. Frecuencias prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas.....	56
Tabla 6. Frecuencias establecimiento de metas enfocadas en el aprendizaje.....	57
Tabla 7. Frecuencias implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas.....	59
Tabla 8. Frecuencias de la subcategoría.....	62
Tabla 9. Frecuencias favorecimiento del discurso matemático.....	63
Tabla 10. Frecuencias planteamiento de preguntas deliberadas.....	66
Tabla 11. Frecuencias elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual.....	68
Tabla 12. Frecuencias favorecer el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas.....	70

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. <i>Ejercicio combinado y su traducción a Braille</i>	21
Figura 2. <i>Estrategias de enseñanza-aprendizaje</i>	26
Figura 3. <i>Extracto de tabla usada para transcripción</i>	43
Figura 4. <i>Ejemplo de respuesta en que se fomentó el tránsito entre representaciones</i>	63

Resumen

La presente memoria pretende identificar y caracterizar las estrategias docentes aplicadas en aula con estudiantes en situación de discapacidad visual. Particularmente, el trabajo colaborativo entre especialistas de la educación diferencial y especialista de la enseñanza de las matemáticas. Concretamente, los participantes de este estudio son dos duplas de co-docencia, cada una conformada por un docente de matemáticas y un educador diferencial. Utilizando una metodología cualitativa y un enfoque fenomenológico se recogieron datos mediante la videograbación. La transcripción de estas clases permitió la realización de un análisis de contenido deductivo e inductivo llevado a cabo secuencialmente. Los resultados indican con mayor frecuencia estrategias que representan una falta de organización en la planificación, tanto para estrategias colaborativas como estrategias de enseñanza de las matemáticas. Esto afecta directamente a los estudiantes con discapacidad visual y al grupo curso. Se concluye que la caracterización de las estrategias utilizadas promueven bajos niveles de desempeño.

PALABRAS CLAVE: Educación diferencial, trabajo colaborativo, problemas de la visión.

Abstract

This report aims to identify and characterize the teaching strategies applied in the classroom with students with visual impairment. Particularly, the collaborative work between specialists in special education and mathematics education. Specifically, the participants of this study are two co-teaching pairs, each one formed by a mathematics teacher and a special educator. Using a qualitative methodology and a phenomenological approach, data were collected through videotaping. The transcription of these classes allowed a deductive and inductive content analysis to be carried out sequentially. The results most frequently indicate strategies with a lack of organization in planning, both for collaborative strategies and strategies for teaching mathematics. This directly affects students with visual impairment and the course group. We concluded that the characterization of the strategies used promote low performance levels.

KEY WORDS: Special education, collaborative work, vision problems.

Introducción

En este trabajo nos hemos propuesto responder a la pregunta ¿Qué características tienen las estrategias docentes aplicadas en estudiantes en situación discapacidad visual, en relación con el trabajo colaborativo entre un educador/a diferencial con mención en problemas de la visión y un/a docente de matemáticas? Se ha realizado un estudio cualitativo que se organiza en cinco capítulos.

En el primer capítulo intentaremos suscitar aquellas situaciones y contextos que proponen nuevos desafíos ante el trabajo colaborativo de los docentes en colegios regulares con Programa de Integración Escolar (PIE) Se plantean los inciertos ante las estrategias utilizadas por las y los docentes en el trabajo en dupla cuando se tiene en el aula un estudiante en situación de discapacidad visual en programa PIE. Para ello, inicialmente se discute que la educación matemática es un derecho, abarcando la historia, leyes y perspectivas educativas. Luego, se genera un nexo con los procesos de enseñanza-aprendizaje utilizados en educación diferencial y educación matemática, lo que permite abordar de manera continua y específica la enseñanza de las matemáticas a estudiantes ciegos. Finalmente exponemos las preguntas que guían esta investigación y los objetivos que nos hemos propuesto para responderlas.

En el segundo capítulo se plantea las ideas teóricas que respaldan esta investigación y que son usadas para diseñar la metodología y para la realización del análisis de los resultados. Concretamente, revisamos los postulados acerca de las distintas estrategias de co-docencia (Cook y Friend, 1995) y del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM por sus siglas en inglés) con relación a las estrategias matemáticas. Dichas estrategias fueron el punto de partida, posteriormente considerándolas categorías de análisis. Particularmente, nos referimos a los tipos de co-docencia (Cook y Friend, 1995) y a las practicas efectivas para la enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2015).

En el tercer capítulo se define la metodología a utilizar, siendo una investigación cualitativa (Salgado, 2007). Asimismo, este capítulo sienta las características esenciales de este trabajo, recopilando datos no cuantificables, a través de la videograbación como instrumento de recopilación de información (Ruíz, 2011). Además, está enmarcada en un enfoque fenomenológico (Hernández et al., 2014) que permite comprender la experiencia estudiada. También se presenta el método de análisis de información utilizado, para esto se aplicó un

análisis de contenido secuencial en dos etapas a las transcripciones de las clases y reuniones de planificación. Finalmente se evidencian los criterios de rigor y marco ético utilizados para esta investigación.

En el cuarto capítulo, se presenta un análisis de los datos recogidos a través de un análisis de contenido deductivo e inductivo llevado a cabo secuencialmente (Kuckartz, 2019). Para dicho análisis se utilizan como categorías los tipos de co-docencia y las prácticas efectivas de enseñanza de las matemáticas. Luego, realizamos un análisis inductivo que permitió identificar sub-categorías emergentes. Los resultados son descritos de forma descriptiva según el contexto en el que se encuentra cada estrategia. Así, se presentan subcategorías emergente para las categorías obtenidas desde la literatura.

En el quinto capítulo se presentan, en primer lugar, las discusiones que se generan a partir de los resultados de los resultados obtenidos. Seguido de esto, se encuentra la conclusión que establece un cierre de nuestro trabajo, concretando la resolución de los objetivos y preguntas de investigación. Finalmente se presentan las limitaciones y proyecciones del presente trabajo de investigación.

1. Planteamiento del Problema

En este capítulo se sintetizan tres grandes ideas que corresponden a la contextualización y presentación del problema de la presente investigación. Se parte de la tesis que la educación matemática debe ser considerada un derecho para las y los estudiantes. Posteriormente, se discuten las diferencias que existen a nivel de enfoque las áreas de la educación matemática y la educación diferencial. Por último, se esbozan algunas ideas y propuestas sobre cómo resguardar este derecho para todos y todas.

1.1. Educación Matemática Como Derecho

A través de la historia de la humanidad, la segregación y discriminación de grupos humanos ha estado sujeta a diversas razones tales como el sexo/genero, la etnia, religión, entre otras. Por ejemplo, se ha identificado en el mundo de la ciencia y las matemáticas una desbordante presencia de los hombres por sobre las mujeres, excluyendo a más de la mitad de la población de estos espacios (Gamboa, 2012). De esta misma forma, las personas con discapacidad no han estado exentas de esta situación. En el pasado han existido diferentes avances y aportes (como lo estipula en un principio el tratado de Salamanca “Declaración de Salamanca” y “Marco de Acción para las necesidades educativas especiales” por la UNESCO en 1994 (UNESCO, 1994). Dichos documentos permitieron el surgimiento de diversas leyes y decretos (Decreto 170, 2009; Decreto 291, 1999). Particularmente en Chile, destacamos la Ley de Inclusión Escolar N° 20.845, entre otras. Todos, manuscritos que intentan lograr una real inclusión en las salas de clases. Esto ha impulsado un cambio cultural y una reconceptualización social acerca de los derechos de las personas, atribuyendo a cada ser humano unos derechos universales inalienables. En relación a esto, las leyes y decretos han asistido en esta labor y buscan respaldar estos derechos, dando pie a nuevas acciones socioculturales (Decreto 83, 2015; Decreto 170, 2009; Decreto 291, 1999).

Las acciones que promuevan la inclusión y el respeto a los derechos deben estar acompañadas con convicciones de los docentes en sintonía para lograr cambios reales. Con esto se refiere que hoy en día no basta con modificar la forma en la que se le presenta un material a un estudiante; sino que es necesario que las y los docentes se cuestionen la necesidad del

estudiante, sus habilidades, desafíos y realice una articulación con el currículum educacional, para lograr emplear instrumentos que den los mejores resultados abocados al proceso de aprendizaje. Particularmente, aquellas personas que se encuentran en situación de discapacidad visual debieran tener la posibilidad de cuestionar e interactuar con representaciones concretas para construir conocimiento matemático (Moreno y Cantoral, 2021). Por consiguiente, existe acuerdo en que las limitaciones individuales de los estudiantes no son un impedimento, sino el sistema educativo quien dificulta este proceso enseñanza-aprendizaje. Esto, mediante las creencias sobre la capacidad matemática de ciertos individuos que desencadenan en cierto tipo de enseñanza, además de las pruebas estandarizadas y de alta exigencia que hacen hincapié en la ejecución rápida y precisa de los procedimientos (Sheepar y Wieman, 2020).

En este sentido, existe poca valoración respecto a la capacidad matemática de un estudiante en situación de discapacidad. Esto plantea la interrogante sobre ¿qué pasa si un estudiante no encaja con las formas tradicionales de hacer matemáticas? Desde nuestra perspectiva, responder de manera adecuada a esta pregunta requiere una comprensión de la educación matemática como una cuestión de derechos humanos. Esto permitiría que las interpretaciones de apropiado en educación matemática dignifiquen en vez de degradar a las personas con discapacidades (Tan et al., 2020). Así, se debiese entender las matemáticas de una forma flexible y amigable según las necesidades individuales, permitiendo la comprensión y adquisición del aprendizaje para todas las personas. Considerando que la educación de las matemáticas debe ser un derecho de las y los estudiantes sin excepciones.

En este contexto, diversos educadores matemáticos han empleado la idea de *humanizar la educación matemática* cuando se discuten los aprendizajes de las matemáticas escolares por parte de estudiantes con alguna discapacidad. Tan y colaboradores (2020) señalan que este término entiende las matemáticas escolares como una cuestión de derechos humanos para contrarrestar las formas educativas tradicionales centradas en los déficits que afectan a los estudiantes con discapacidades. Así, en la humanización de las matemáticas converge en la idea acerca de que las matemáticas se han posicionado como un privilegio para aquellas personas capaces o con dones. Por tanto, es necesario impulsar una visualización y entendimiento de que este conocimiento debe ser entendido como un derecho. Esta perspectiva posiciona a su vez a

las y los estudiantes en situación de discapacidad como sujetos de derecho, generando hincapié en romper con el paradigma asistencialista hacia estas personas.

1.2. Educación Diferencial y Educación Matemática: diversas miradas desde la educación

Sheppard y Wieman (2020) señalan que la educación matemática y la educación diferencial tienen una conceptualización distinta sobre qué significa el proceso de aprendizaje de las matemáticas escolares. En educación matemática el proceso de enseñanza-aprendizaje es entendido como un cuerpo coherente de conocimientos que incluye conceptos, procedimientos, razonamientos y comunicación, y que tienen como objetivo que estos se puedan utilizar en la resolución de problemas y justificar argumentos matemáticos. Por su parte, la educación diferencial, ha focalizado el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en el uso eficaz de los procedimientos, acompañados de la comprensión de cuándo y cómo aplicarlos. Asimismo, respecto del acceso y la equidad, las y los educadores diferenciales concluyen que cuando el contenido no es accesible para las y los estudiantes, es el entorno el que presenta barreras, puesto que impide el acceso a la información, por tanto, se le entregan herramientas al estudiante para lidiar con dichas dificultades existentes en el contexto. En el caso de los docentes de matemáticas, estos ayudan eliminando confusiones y dando pasos o reglas a seguir, que permitan resolver el presente problema. No obstante, esto limita la oportunidad de que soluciones y estrategias puedan surgir de los mismos estudiantes, desconectándolos a su vez del sentido de las matemáticas. Este hecho se hace crítico por la creencia generalizada de que solo unos pocos elegidos son capaces de comprender las matemáticas en profundidad (Sheppard y Wieman, 2020).

En definitiva, tanto en educación matemática como en la educación diferencial existen concepciones divergentes en cuanto al objetivo de la asignatura y cómo se lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por una parte, se entiende al estudiante como un ser capaz de pensar y al que no se le presentan recetas (Tan et al. 2020). A su vez, históricamente la educación diferencial se ha vinculado con la educación matemática desde la perspectiva que entiende las matemáticas como una transmisión de conocimientos (Lambert y Tan, 2020). Esto se ha traducido en que se sigue una línea de enseñanza directa a los estudiantes que presentan

una discapacidad. Concretamente, esto ha provocado que el docente sea el conocedor de todo lo relevante a esta ciencia y jerarquiza el aprendizaje del estudiante en situación de discapacidad usando tres etapas: introducción, modelaje y práctica guiada (Tan et al., 2020). Así, se pide a los estudiantes que repitan un proceso y que reproduzcan las ideas de otras personas (Tan et al., 2020).

Este tipo de enseñanza se refleja en la guía práctica que proponen Gersten y colaboradores (2009). Esta guía brinda ocho sugerencias para identificar y trabajar con aquellos estudiantes que necesitan ayuda en la asignatura de matemáticas y proporciona información sobre cómo y cuáles son los obstáculos que se pueden presentar al momento de implementar dichas sugerencias. Entre las recomendaciones están: (1) examinar a todos los estudiantes para identificar a aquellos en riesgo de posibles dificultades matemáticas; (2) los materiales de instrucción seleccionados para los estudiantes que reciben intervenciones (centrándose en números enteros y los números racionales según el curso); (3) la instrucción durante la intervención debe ser explícita y sistemática, y debe incluir modelos de resolución de problemas competente, verbalización de procesos de pensamiento, práctica guiada, retroalimentación correctiva y revisión acumulativa frecuente; (4) las intervenciones deben incluir instrucción sobre cómo resolver problemas (5) los materiales de intervención, incluyendo representaciones visuales de ideas matemáticas; (6) incluir un tiempo de 10 minutos en cada sesión a desarrollar la recuperación fluida de operaciones aritméticas básicas; (7) supervisar el progreso de los estudiantes; y (8) incluir estrategias de motivación en las intervenciones. Cómo se describe en cada punto, la explicación y modelización están latentes en cada sugerencia, lo que incita a repetir sistemáticamente. Lamentablemente, esto no permite crear y generar un vínculo con la ciencia, las personas y el ambiente en el cual se aprende.

No obstante, entender a estudiantes ciegos como sujetos de derechos implica que se respete la característica innata que nos hace personas: seres capaces de pensar (Tan et al., 2020). Para ello, es imprescindible mirar al estudiante con discapacidad como un igual, un ser capaz de pensar, es decir, *humanizar las matemáticas*. Una perspectiva humanizadora de las matemáticas permite respetar los derechos de todas las personas y en ella:

Las escuelas y los profesores desempeñan un rol central en el derecho humano de los estudiantes con discapacidades a una participación plena y efectiva, y en el diseño de clases de *matemáticas humanizadas* e inclusivas... Como profesores e investigadores, hemos aprendido que las personas, en especial las personas con discapacidades, tienen un deseo de pertenencia. (Tan et al., 2020, p. 35)

En otra vereda, encontramos una perspectiva humanizadora de las matemáticas. Desde este punto de vista, las y los estudiantes en situación de discapacidad deben tener oportunidades de aprendizaje en conjunto a su grupo curso. En este sentido, Tan y colaboradores (2020) explicitan las creencias de que las matemáticas son entendidas como una asignatura que no es apropiada para las personas con discapacidad (ya sean de tipo intelectual, física o sensorial). En consecuencia, esta creencia que es transversal en nuestra sociedad también encuentra cabida en las personas que enseñan matemáticas (ya sean profesores de matemáticas como de educación diferencial). Por tanto, estas creencias son parte de las barreras a las que se enfrentan estas personas (Tan et al., 2020). Sin embargo, la raíz de las dificultades en la asignatura de matemáticas poco tiene que ver con las habilidades con las cuales se nace, sino con las herramientas que se le ofrecen al estudiante a lo largo de su vida (Tan et al., 2020). En palabras de estos autores, esta visión de las matemáticas deshumaniza las matemáticas, en el sentido que priva a estudiantes de una de las características que nos hace humanos: pensar.

1.3. La Enseñanza De Las Matemáticas a Estudiantes Ciegos

Dar a personas en situación de discapacidad el *status* de sujeto derecho es una lucha histórica de la educación diferencial, sin embargo, no se ha logrado extrapolar a la enseñanza de las matemáticas en las escuelas especiales (e.g., Rojas et al., 2021). La validación de cada persona como sujeto de derecho es la esencia de la visión que tiene esta área de conocimiento y esta debería permear todos los ámbitos en los que tiene un rol. Dicha visión debería centrarse en derribar las barreras del entorno para que el estudiante pueda acceder al conocimiento respetando la esencia y naturaleza de cada disciplina. Este enfoque no centra la barrera en el estudiante, sin embargo, se considera que las dificultades de aprendizaje son de naturaleza interactiva y, por tanto, cualquier alumno puede tenerlas a lo largo de su vida escolar (Comisión de Expertos de Educación Especial, 2004). Por consiguiente, se deben respetar espacios y tiempos personales, no imponiendo ritmos de aprendizaje universales de cada establecimiento,

dando validez a cada forma de aprendizaje y fomentando la colaboración interpersonal. Esta visión, aplicada al área de las matemáticas, responde a cómo humanizar las matemáticas (Tan et al., 2020). No obstante, aun cuando la educación diferencial tiene y pone en práctica estas convicciones, no se ha visualizado en el trabajo en el aula de matemáticas.

El estudio de las matemáticas escolares con estudiantes ciegos implica el trabajo con representaciones espaciales, cantidades, datos e información para la resolución de problemas, considerando que las manos representan el sustituto de los ojos (Tan et al., 2020). Además, los estudiantes ciegos se apoyan de otros recursos utilizados también por la población general, como el uso de la calculadora, uso de material concreto, hacer uso de las tecnologías de asistencia disponibles, entre otros (De Carvalho Rutz da Silva et al., 2018). No obstante, existe una particularidad en la enseñanza de las matemáticas a personas ciegas y tiene relación con que las matemáticas poseen un sistema propio de escritura (al igual que otras ciencias) con sus signos y reglas. No obstante, las personas ciegas no pueden acceder fácilmente a este debido a que es primordialmente visual. Por tanto, se generó la necesidad de crear un sistema universal para realizar traducciones en el sistema Braille; sistema que posee unas características propias con sus signos y reglas. Así, en 1987 se aprueba el “Código Matemático Unificado” (CMU) por parte de las imprentas Braille de habla hispana en el que se estipula una *signografía* oficial para realizar traducciones (Organización Nacional de Ciegos Españoles – ONCE, 2007). En este documento se señala que

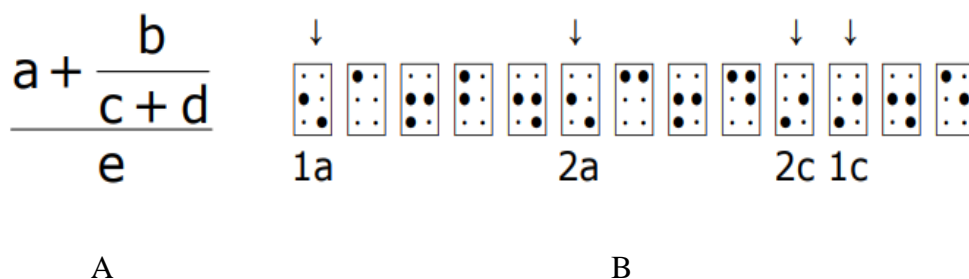
La escritura matemática en caracteres visuales, así como, en general, la científica, utiliza recursos gráficos para calificar y expresar atributos de variables y entidades matemáticas (por ejemplo, índices y marcas), representaciones bidimensionales (tales como matrices) y representaciones gráficas complejas en distintos niveles (caso de las divisiones). Estas peculiaridades podrían parecer complejas para ser representadas mediante un sistema de escritura básicamente lineal como es el braille. El CMU resuelve esta complejidad con sencillez y claridad, permitiendo que estas estructuras matemáticas puedan ser escritas ateniéndose a las peculiaridades de la lectura secuencial a través del tacto. (ONCE, 2007, p. 3)

De manera paralela, la ONCE genera un documento en que se estipulan las combinaciones de signos para lograr diferentes representaciones, las cuales son completamente lineales. Este manual de habla hispana fue titulado “Signografía básica de las lenguas cooficiales

españolas” (ONCE, 2022). En uno de sus ejemplos, se muestra la traducción a braille de un ejercicio combinado (ver figura 1). Primero, se debe considerar que en braille se señalarán con una flecha sobre el cajetín correspondiente para indicar que se abre o se cierra un paréntesis. En la figura 1B se puede observar que para señalar que se abrió *un paréntesis* se escribió con el número seguido de una *a*; y el de cierre del paréntesis seguido de una *c*. En conjunto, señalan el inicio y término de las respectivas adiciones encontradas en las fracciones (ver figura 1A).

Figura 1.

Ejercicio combinado y su transliteración a Braille



Nota. ONCE (2007, p. 20).

Sin embargo, tal como señala Della Barca (1987) la traducción de una fracción a Braille es compleja pues existirían diferentes consideraciones para la representación de una fracción. Esto debido a que una notación matemática se compone de características que complejizan su traducción al sistema de lecto escritura Braille. La primera consideración, responde al orden espacial que tiene dicha notación presentando al estudiante a través del Braille la fracción de la misma forma en que se visualiza en tinta. La segunda, corresponde a simplificar o reducir el espacio utilizado y aprovechar al máximo las posibilidades que brinda el Braille, concertando signos a utilizar como paréntesis auxiliares para discriminar las operaciones existentes en dichas fracciones. Por tanto, se plantea el desafío de crear una transposición didáctica entre las ciencias de las matemáticas y el sistema Braille, puesto que no basta con solo trasladar, se deben respetar las propiedades matemáticas para plantear un término matemático.

Esta dificultad y focalización en la traducción ha generado que la enseñanza de las matemáticas, sumado a una visión deshumanizadora de las matemáticas podría haber provocado una limitación en la discusión de la enseñanza de las matemáticas a estudiantes ciegos. Un ejemplo de esto puede verse reflejado en que en la única carrera universitaria que forma

profesoras y profesores especialistas en el área de discapacidad visual existe una única asignatura relativa a las matemáticas escolares y es precisamente llamada Signografía Matemática y Ábaco.

Por otra parte, al revisar la bibliografía referida a cómo se enseñan las matemáticas a estudiantes ciegos, encontramos diversos estudios que permiten tener cierta perspectiva respecto cómo se enseña matemática a los estudiantes ciegos. Sin embargo, existe una focalización en cómo aprenden matemáticas este colectivo, relegando el rol que tienen los profesores. Por ejemplo, en el único estudio localizado que analiza el rol de los profesores, Figueiras, Healy y Skovsmose (2016) señalan que la ceguera no es un simple hecho biológico, sino que conlleva una construcción social que puede ser siempre reconstituida. Es decir, la percepción de las personas en relación a la discapacidad visual, puede replantearse al posicionarse desde otro paradigma. Además, lo que las personas ciegas puedan o no realizar no debe provenir desde un discurso deficiencialista, ya que, criticando esta mirada es que se puede dar espacio a una educación inclusiva abordando las diferencias. Así, los docentes que trabajan en el área de las matemáticas con estudiantes ciegos utilizan una serie de intervenciones pedagógicas como la reducción del número de ejercicios en las clases y evaluaciones, ofrecer atención individualizada, y/o promover la flexibilidad curricular (Figueiras et al., 2016). Sin embargo, ninguna se relaciona con hacer conexiones con una idea matemática, sus representaciones y la representación de la idea por medio del sistema braille.

Respecto al grupo de estudios que tratan sobre el aprendizaje de las matemáticas por estudiantes ciegos, encontramos un claro interés por la utilización que realizan estos estudiantes de las representaciones de las ideas matemáticas. En lo que sigue, describimos los hallazgos de cuatro estudios que reflejan esto.

Alfaro y Rojas (2016) evalúan el desempeño de un grupo de personas en situación de discapacidad con tiempo adicional en una prueba estandarizada. Sus resultados muestran que el grupo con situación de discapacidad visual que tuvo 60 minutos más para responder la evaluación obtuvo mejores resultados que el grupo que solo tuvo 30 minutos y al grupo que no contó con tiempo extra. En esta misma línea, pero realizando un análisis al proceso de traducción, en el estudio de Ordóñez y colaboradores (2022) se analizan las implicancias de

realizar una traducción del instrumento para personas ciegas de una evaluación estandarizada. Entre sus resultados se destaca que los estudiantes ciegos requieren más esfuerzo cognitivo y más tiempo para la realización de un solo ítem. Respecto al primero, la traducción realizada de un ítem requería de un proceso distinto de razonamiento que el requerido en el formato original. Por tanto, los autores concluyen que las necesidades de los estudiantes tienen relación con las barreras del entorno, pero también con las matemáticas imbricadas en los reactivos.

Sobre estas dificultades en las traducciones o en el tránsito en una representación simbólica matemática y la representación braille, Burbano y Massani (2020) realizan una propuesta con ábaco y sistema braille para que un estudiante de cuarto básico con discapacidad visual comprenda el concepto de fracción como parte-todo. Sus hallazgos muestran las diferentes dificultades que presentan los estudiantes al realizar operaciones. No obstante, los datos parecen indicar que el origen de estas dificultades tiene relación con la identificación y diferenciación de representaciones simbólicas de las fracciones al leer en braille los ejercicios propuestos. A partir de esto, se recomienda considerar verbalizar las ayudas que recibe el estudiante; y que estas sean detalladas y claras, contribuyendo a la entrega de información.

Por su parte, el trabajo de Healy y Hassan (2011) refuerza la idea de usar otros canales para que los estudiantes ciegos puedan acceder a las diferentes representaciones de una idea matemática. Particularmente, estas autoras analizan cómo la exploración de la representación táctil de los objetos geométricos contribuye a las concepciones particulares de la información presentada. Desde la perspectiva de las autoras, todas las diferentes modalidades de acceso a la información, ya sea táctil o visual, son válidas. Esto implicaría diferentes trayectorias en el camino de aprendizaje.

Como se evidencia, las investigaciones sobre que conjuguen la educación matemática y las personas ciegas son pocas, dispersas y parceladas según los contenidos matemáticos (Healy y Hassan, 2014). Por otra parte, se visualiza que cada adaptación ya sea auditiva o táctil, presenta un desafío, es decir, cuando se adapta un material o contenido, se debe tener conocimiento de las necesidades del estudiante en particular y las posibles carencias que pueda tener dicha adaptación. Del mismo modo, es necesario conocer las propiedades de las matemáticas, puesto

que no hacerlo hará que se privilegien las normas de braille por sobre la idea matemática que se está tratando de representar.

1.2.Pregunta De Investigación

En Chile, la enseñanza de las matemáticas a estudiantes ciegos suele realizarse bajo la modalidad de co-docencia. En este sentido, la importancia del trabajo colaborativo radica en poder establecer en conjunto las modificaciones necesarias para que el estudiante logre comprender un contenido de manera profunda y significativa. Dentro del aula, existe una gran diversidad en las metodologías y herramientas utilizadas, teniendo como pilar la especialización de cada docente. Según Valliant (2016) las experiencias de aula son complejas y están marcadas por contingencias que muchas veces los docentes intentan resolver de manera individual. Sin embargo, cuando estas situaciones se abordan de forma colaborativa, aumentan las probabilidades de encontrar más y mejores soluciones para favorecer los aprendizajes de los estudiantes.

En relación a las estrategias y acciones utilizadas en co-docencia y que benefician el trabajo de docentes hacia estudiantes en situación de discapacidad visual están: a) el trabajo en conjunto entre el área de matemáticas y el PIE; y b) la visualización de necesidades en el estudiante que no corresponden directamente al área de las matemáticas, por ejemplo, el fortalecer la orientación espacial para el uso de material concreto, y el establecimiento de metas en conjunto para el beneficio del estudiante (Sanhueza. 2016). Por otra parte, las ayudas técnicas que accesibilizan la información a estos estudiantes, deben ser consultadas por un rehabilitador visual, para que estos se ajusten a las necesidades del estudiante, “las más comunes en Chile son telescopio, lupa, computador con software JAWS y máquina Perkins” (Alveal y Rojas, 2017, p.13). No obstante, este trabajo resulta complejo a luz de las nuevas legislaciones (Inostroza, 2019).

En este contexto, nos planteamos la siguiente **pregunta de investigación**:

¿Qué características tienen las estrategias de enseñanza aplicadas en estudiantes en situación de discapacidad visual, desarrolladas en trabajo colaborativo entre un educador/a diferencial y un/a docente de matemáticas?

1.2.1. preguntas auxiliares.

Para complementar y profundizar la pregunta de investigación, se señalan 3 preguntas específicas, las cuales son:

- 1) ¿Cuáles son las diferencias entre las estrategias utilizadas por cada docente en la dupla entre un profesor/a de matemáticas y ed. diferencial?
- 2) ¿Cuáles son los aportes desde la especialidad de cada docente de la dupla?
- 3) ¿Cómo se conjugan los aportes de cada profesional en las estrategias?

1.3. Objetivos:

Las preguntas de investigación se han operativizado a través de los siguientes objetivos:

a. Objetivo general:

Caracterizar las estrategias docentes aplicadas en aula con estudiantes en situación de discapacidad visual, en relación al trabajo colaborativo entre un educador/a diferencial y un/a docente de matemáticas.

b. Objetivos específicos:

- 1) Identificar las estrategias docentes presentes en el trabajo colaborativo de la dupla entre un profesor/a de matemáticas y ed. diferencial
- 2) Identificar los aportes desde la especialidad de cada docente de la dupla.
- 3) Analizar la conjugación de los aportes de cada profesional en las estrategias.

2. Marco Conceptual

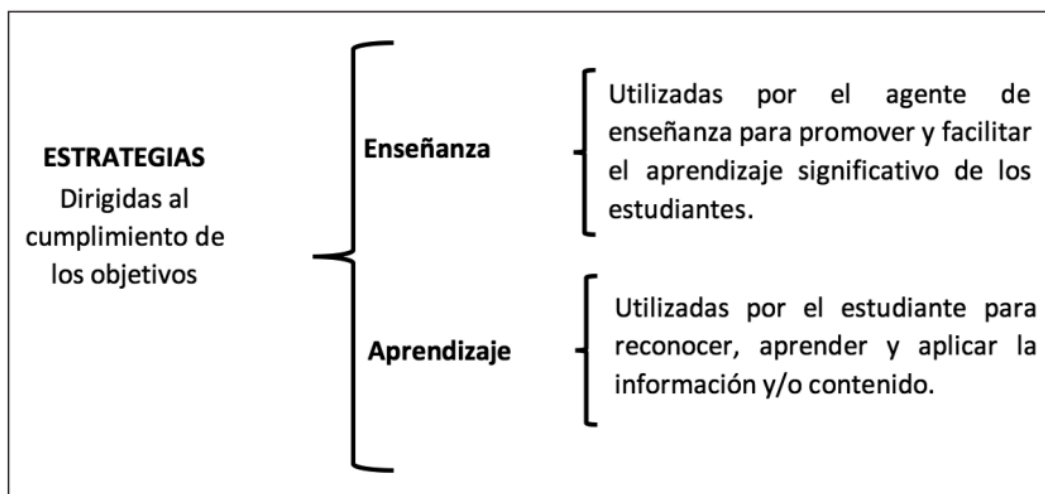
En el siguiente capítulo se discuten los constructos teóricos en que se basa el presente trabajo de investigación. Particularmente, se discuten dos grandes conceptos: la co-docencia y las prácticas efectivas de la enseñanza de las matemáticas.

2.1 Conceptualizando La Estrategia

En educación se utiliza el término estrategia para conceptualizar actividades realizadas por educadores y estudiantes al momento del proceso de enseñanza-aprendizaje (Díaz y Hernández, 2010). Flores y colaboradores (2007) describen este concepto a través de lo señalado en la figura 3, es decir, que existen dos grandes tipos de estrategias didácticas: las de aprendizaje y las de enseñanza. Para efectos de esta memoria, en este capítulo sólo se refiera a las estrategias de enseñanza.

Figura 2.

Estrategias de enseñanza-aprendizaje



Nota. Flores y colaboradores (2007, p.13).

El término estrategias, en esencia, se atribuye a un conjunto de prácticas o procedimientos que de forma consciente y planificada están dirigidas para fomentar aprendizajes deseados. Esta actividad es organizada por el docente en una instancia previa al momento de implementación. Cabe destacar que las estrategias van ligadas al estilo pedagógico del docente (Londoño y Calvache, 2010). Según Díaz y Hernández (2004) son medios o recursos para prestar la ayuda pedagógica, constituyendo un medio en el proceso de enseñanza que

fomenta el aprendizaje y la participación estudiantil. Una de estas estrategias y que particularmente interesa a esta memoria es la co-docencia. Esto se fundamenta en que esta modalidad suele ser el medio mediante el que se enseña a estudiantes ciegos en la mayoría de los establecimientos de educación formal. Además, es uno de los ejes de varios documentos que rigen la educación especial en Chile (MINEDUC, 2009; 2015).

2.2 Tipos De Co-docencia

Co-enseñanza o Co-docencia se define como una enseñanza impartida por dos o más profesionales, hacia un grupo diverso y mixto de estudiantes en un único espacio físico (Cook y Friend, 1995). Para lograr trabajar en base a los beneficios que la unión de dos o más docentes proporcionan, existen y se proponen distintos enfoques para abordar la co-enseñanza, entre estos Cook y Friends señalan (1995):

2.2.1 Uno que enseña, otro que asiste.

Ambos docentes están presentes al momento de ejecutar la clase, pero la repartición de tareas entre ellos tiene un grado de jerarquía, en dónde uno asume un notorio liderazgo y el otro queda relegado a tareas puntuales y de asistencia. Se deja en evidencia ante las y los estudiantes quién es el profesor especialista en dicha área (de la materia y/o asignatura). Esta dificultad puede superarse si clase a clase, los docentes van rotando el papel de liderazgo. Asimismo, esta estrategia puede ser de más ayuda cuando un profesor conoce más el tema, o cuando entre las necesidades del grupo curso se requiere tener solo un foco de atención.

2.2.2 Enseñanza de la estación.

Los docentes fraccionan el contenido y lugares en el aula, formando 2, 3 o los grupos que sean necesarios, cada uno de estos espacios es llamado *estación*. En dichas estaciones las y los estudiantes se quedan fijos durante la clase y son los docentes quienes transitan por ellas. Mientras que los educandos demuestran más independencia, se promueve el andamiaje entre estudiantes a través de las mismas estaciones. Los docentes planifican en conjunto y en estas mismas definen sus responsabilidades, las que pueden ser proporcionales o no al momento de dar la clase. Esta estrategia se suele utilizar cuando hay una cantidad de estudiantes proporcionalmente mayor a la de docentes, entonces, con la finalidad de mejorar la eficiencia

de la educación es que se puede implementar este método. Además, dentro de los beneficios, se encuentra la promoción de la independencia no solo de los estudiantes, sino que también de los docentes, y del lazo entre estudiante-profesor, desde otra perspectiva las y los estudiantes en situación de discapacidad se incluyen en cualquier estación al azar.

2.2.3 Enseñanza paralela.

Los docentes planifican y entregan la instrucción en conjunto, pero cada uno lo hace a la mitad del grupo curso, este se divide de forma heterogénea. Este tipo de práctica se utiliza en actividades que requieren ensayo, práctica y proyectos que tengan necesidad de supervisión docente constante. Esta estrategia resulta útil cuando la proporción docente-estudiantes es baja y se requiere mejorar la eficiencia de la educación, cuando se quiere fomentar la discusión entre los estudiantes o cuando se quiere hacer una revisión de pruebas o ejercicios prácticos.

2.2.4 Enseñanza alternativa.

En este tipo de enseñanza, los grupos se dividen con distinta proporción a la enseñanza paralela o enseñanza de la estación. Por ejemplo, un docente concentra a un grupo de 3 a 8 estudiantes, mientras que el otro docente se queda con el grupo mayoritario. El pequeño grupo que se forma puede tener diversos objetivos, entre estos, apoyar con especificación a las NEE de estudiantes que presentan necesidades educativas transitorias o permanentes, entregar reforzamientos a quienes lo consideren necesario o falten a clases, perseguir un interés específico y la creación de un grupo de evaluación para verificar aprendizajes. La desventaja más evidente es la estigmatización de aquellos estudiantes en situación de discapacidad y quienes no, que frecuentan a largo plazo en este grupo, una de las formas para equilibrar esta dificultad es promover que todos los estudiantes transiten por este grupo. Aun así, los beneficios para este grupo son notorios, puesto que esta estrategia es ideal para aquellos estudiantes que tienen un currículum paralelo y que presentan variaciones en los niveles de aprendizaje.

2.2.5 Enseñanza en equipo.

Ambos docentes comparten la instrucción en su totalidad, a través de intercambio de roles y turnos, a través de dinámicas, profesionalismo, responsabilidad y comunicación, la meta es que logren una sincronización y organización durante la clase. Ejemplificando, un profesor

puede hablar mientras el otro demuestra un concepto, o mientras uno habla el otro observa los comportamientos de los estudiantes y da ejemplos que acompañan la explicación dada para sacar de dudas. La comodidad de los docentes ante esta estrategia es personal y depende de múltiples factores tanto internos como externos. Los beneficios se ven ligados al gran aporte de los docentes, un trabajo entre ellos conectado y armonizado, además de mayor interacción con estudiantes.

Además, los autores Graziano y Navarrete (2012) agregan otro enfoque más acerca de la co-docencia:

2.2.6 Uno enseña y el otro observa.

Aquí los docentes toman algunas decisiones en conjunto, como, por ejemplo, cuál será la información que se entregará en la clase y los métodos de recolección de datos acerca del aprendizaje y necesidades de los estudiantes, las cuales analizan en conjunto una vez se da por finalizada la clase. Mas durante la clase es un profesor, en este caso el docente de matemáticas quien imparte la lección en su totalidad, mientras que el docente diferencial queda relegado a la observación de la clase, sin intervenciones de peso.

2.3 Prácticas Efectivas de Enseñanza de las Matemáticas

El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM por sus siglas en inglés) es una de las organizaciones profesionales más grandes dedicada al mejoramiento de la educación matemática para las y los estudiantes. Desde hace más de 30 años que esta asociación promueve principios rectores para la educación de las matemáticas (2015, p. 5):

- a) Que el proceso de *enseñanza-aprendizaje* sea significativo, es decir que incluya al estudiante como protagonista de su proceso de aprendizaje y que este sea a través de experiencias individuales y colaborativas, fomentando el razonamiento matemático en la vida cotidiana.
- b) Que exista *acceso y equidad* en el tratamiento del currículo de matemáticas. Esto se traduce en técnicas de enseñanza-aprendizaje que en conjunto a los apoyos y recursos permiten proporcionar un ambiente en equidad para maximizar el potencial de cada estudiante.

- c) El *currículo* debe ser un espacio para un aprendizaje coherente estableciendo vínculos entre las matemáticas y el mundo real.
- d) Las *herramientas y tecnologías* deben considerarse como un recurso para dar sentido y razonar las matemáticas.
- e) Las *evaluaciones* deben brindar evidencias del dominio y la práctica de las matemáticas, incluyendo una variedad de estrategias y entregando retroalimentación a los estudiantes.
- f) Debe considerarse el *profesionalismo* por parte de los docentes y sus colegas para procurar el éxito matemático de sus estudiantes. Es decir, los docentes deben tener una formación sólida, tanto didáctica como disciplinar.

Estos principios son llevados a la acción mediante 8 prácticas que se deberían realizar en aulas en que se enseña efectivamente las matemáticas escolares (NCTM, 2015). Estas prácticas surgen a partir de una revisión de la literatura relevante y de un proceso de discusión dentro de la comunidad de educadores matemáticos y corresponden a:

2.3.1 Establecimiento de metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje.

Una enseñanza eficaz de las matemáticas establece y comunica con las y los estudiantes los objetivos de la clase, actividades y evaluaciones. Esto permite construir conexiones explícitas relacionando ideas entre sí entre los conocimientos previos y los nuevos aprendizajes, además de tener una línea clara del proceder en las actividades. Con esto se permite que los estudiantes perciban las matemáticas como una ciencia coherente. Lo importante para lograr esto es que en una lección de matemáticas no se debe construir un misterio. Las metas y objetivos se insertan dentro de los desarrollos de aprendizaje y se utilizan como guía para las decisiones de enseñanza y se presentan desde la planificación, permitiendo ajustes durante la enseñanza y promueven la reflexión acerca del avance de los estudiantes hacia las metas. Luego de las lecciones, esto permite tomar decisiones respecto a cómo redirigir los esfuerzos. Las metas de aprendizaje se reflejan dentro del trabajo de planificación del docente, a través de la visualización de las acciones que realizan los estudiantes. A su vez, hacen visible y claro el objetivo, para guiar la comprensión de los estudiantes en cuanto a cómo el trabajo actual aporta a su proceso de aprendizaje. Por consecuencia, los estudiantes son protagonistas de su propio

proceso, autoevaluando su comprensión y avances, vinculando su quehacer con las matemáticas e integrando la ciencia a su vida cotidiana. Los estudiantes utilizan sus metas de aprendizaje para enfocar su mejoramiento progresivo y se plantean preguntas metacognitivas con respecto al propósito y metas en la clase de matemáticas.

2.3.2 Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas.

En “la enseñanza eficaz de las matemáticas [se] utiliza tareas para motivar e involucrar a los estudiantes propiciando la construcción del pensamiento matemático a través de la resolución y análisis de problemas” (NCTM, 2015, p.18). Dichas tareas deben promover el razonamiento matemático, permitiendo que haya múltiples maneras de abordar los problemas y existan diversas estrategias de resolución.

Existen diversas clasificaciones de las tareas matemáticas y su potencial de convertirse en problemas para los estudiantes y que permiten llevar al aula esta práctica. Una de las clasificaciones de tareas matemáticas que más relevancia ha tomado en la investigación es la propuesta por Stein y Smith (1998). En esta clasificación existen dos grandes tipos de tareas: de bajo nivel cognitivo y de alto nivel cognitivo. Dentro de las tareas de bajo nivel cognitivo se encuentran las *tareas de memorización* y los *procedimientos sin conexiones*; mientras que las de alto nivel cognitivo se dividen en procedimientos con conexiones y hacer matemáticas. Las tareas de memorización que se centran en replicar hechos, reglas, fórmulas o definiciones vistas con anterioridad en clases. Los procedimientos sin conexiones buscan obtener resultados exactos mediante el uso de un procedimiento específico. Por su parte, los procedimientos con conexiones se resuelven con procedimientos elegidos por los estudiantes, quienes deben a través de sus conocimientos aplicar distintas formas. Finalmente, las tareas de hacer o construir matemáticas se deben resolver con las herramientas utilizadas en el punto anterior, conectado procedimientos y experiencias previas, agregando a su vez estrategias de solución y autoverificación de las estrategias utilizadas, generando fundamentación de sus elecciones.

Utilizar estas tareas implica que el docente deba plantear tareas de alto nivel cognitivo, motivar el aprendizaje de los estudiantes brindando oportunidades de exploración y resolución de problemas, presentar de tareas que inviten a utilizar diferentes recursos, herramientas y representaciones, además de otorgar un apoyo constructivista para evitar adueñarse del

razonamiento del estudiante. Por otra parte, las y los estudiantes deben realizar acciones que apunten a perseverar en la indagación y el razonamiento de las tareas planteadas. En el transcurso de dichas actividades el objetivo es activar y vincular sus conocimientos previos con el aprendizaje de las tareas dadas, utilizar herramientas y representaciones para apoyar y demostrar comprensión al razonar y resolver problemas, además de aceptar y discutir de manera constructiva las estrategias usadas por ellos/as mismos/as y sus compañeros y compañeras.

2.3.3 Uso y vinculación de las representaciones matemáticas.

Una enseñanza eficaz de las matemáticas promueve establecer conexiones entre diferentes representaciones matemáticas para profundizar el entendimiento de conceptos y procedimientos matemáticos (NCTM, 2015, p.25). Las representaciones matemáticas (física, visual, simbólica, verbal y contextual) apoyan la entrega de información, en la medida que las y los estudiantes establezcan conexiones entre estas mediante el discurso que se fomente en la clase. De esta manera se consolidará la concepción de las matemáticas acerca de que es una disciplina coherente y unificada. En cuanto a las acciones docentes, estos deben entregar oportunidades a través de las tareas que seleccionan para que las y los estudiantes decidan sobre las representaciones que utilizarán, dando de esta forma sentido a los problemas. Además, los docentes deben destinar un tiempo sustancial para el desarrollo de los ejercicios analizando las conexiones entre las representaciones. Conjuntamente, los profesores deben solicitar la elaboración de distintos apoyos visuales u otros para justificar las respuestas de sus estudiantes. En cuanto a los razonamientos de los estudiantes, se deben gestar diferentes formas de evaluación de las capacidades de las y los estudiantes para resolver problemas a través de las representaciones.

Con relación a las acciones del estudiantado, en esta práctica deberían utilizar varias de las formas de representación para entender y comprender las matemáticas, reconociendo las ventajas de emplear varias representaciones al momento de resolver problemas. Al mismo tiempo, los estudiantes deben entregar contexto a los conceptos matemáticos para vincularlos con la realidad y su día a día, seleccionando las formas de representación y utilizándolas como herramientas al momento de resolver problemas. De esta manera, los estudiantes podrán lograr

justificar su comprensión y razonamiento matemático a través de distintas formas de representación, como dibujos, esquemas, diagramas, entre otros.

2.3.4 Favorecimiento del discurso matemático significativo.

Una enseñanza eficaz de las matemáticas compromete a los estudiantes con la elaboración de un discurso propio y que este a su vez sea compartido con su grupo curso. Por tanto, se debe fomentar que toda la clase dialogue, construyendo una comprensión compartida de las ideas matemáticas, intercambiando ideas, utilizando distintas formas de representación y comparando sus estrategias y argumentos. “Los docentes deben determinar el modo de construir y de respetar el pensamiento del estudiante, asegurando a la vez que las ideas matemáticas, que son la esencia de la lección, sigan teniendo un lugar prominente en las puestas en común” (Engle y Conant, 2002, citado por NCTM, 2015, p.31). En este contexto, las acciones que realizan los docentes deben impulsar a los estudiantes a compartir sus ideas, estrategias y razonamientos matemáticos, apoyándose de diversas representaciones matemáticas. Además, estos profesionales deben entablar un seguimiento de los procedimientos y estrategias utilizadas por las y los estudiantes. Por otra parte, deben facilitar y promover el discurso entre ellos y ellas, entregando herramientas y ubicándolos como protagonistas al explicar y defender sus enfoques. Mientras que las acciones de los y las estudiantes consisten en exhibir sus ideas y planteamientos, ya sea, de forma individual o grupal, dando cuenta de su razonamiento matemático. Además, deben escuchar con atención los razonamientos de sus compañeros y compañeras y en caso de ser necesario critican y refutan con ejemplos. Por tanto, deben prestar atención con la finalidad de entender el enfoque empleado por sus compañeros y compañeras, poniendo a prueba las estrategias de otros a través de preguntas. Todas estas acciones tienen por finalidad promover la independencia del razonamiento matemático de los estudiantes.

2.3.5 Planteamiento de preguntas deliberadas.

Una enseñanza eficaz de las matemáticas usa la formulación de preguntas para conocer y promover el razonamiento del estudiante. Dichas preguntas le permiten al docente realizar un rastreo de los conocimientos previos, así puede adaptar los objetivos de aprendizaje para los diferentes casos existentes. Por otro lado, esto le permite al estudiante reforzar su pensamiento crítico frente a los diferentes problemas matemáticos que se vayan presentando. Dentro de este

universo de preguntas se pueden clasificar según el objetivo que quiera lograr esta pregunta. Dentro de la diversidad de clasificaciones de preguntas existentes, la tabla x muestra la propuesta por el NCTM (2015). En ellas, pueden observarse preguntas de bajo nivel cognitivo como son las que recopilan información, y las que requieren de un nivel cognitivo alto para su respuesta (explorar el razonamiento, hacer evidentes las matemáticas y alentar la reflexión y justificación).

Tabla 1.

Un marco teórico para los tipos de preguntas utilizadas en la enseñanza de las matemáticas

Tipo de pregunta	Descripción	Ejemplos
Recopila información	Los estudiantes recuerdan hechos, definiciones o procedimientos	Cuando escribes una ecuación, ¿qué significa para ti el signo igual? ¿Cuál es la fórmula para calcular el área de un rectángulo? ¿Qué muestra el rango intercuartil en un conjunto de datos?
Explora el razonamiento	Los alumnos explican, elaboran o clarifican su razonamiento, lo cual incluye articular los pasos de los métodos de solución o completar una tarea.	Mientras trazabas esa recta numérica, ¿qué decisiones tomaste para que pudieras representar $7/4$ en ella? ¿Puedes mostrar y explicar un poco más cómo utilizaste una tabla para obtener la respuesta a la tarea de las tarifas de teléfonos celulares? Todavía no es clara la forma en que supiste que 20 era el factor de escala así que, ¿podrías explicarlo de otra forma?
Hace evidente las matemáticas	Los alumnos analizan estructuras matemáticas y establecen conexiones entre las ideas y las relaciones matemáticas.	¿Cómo se relaciona tu ecuación con el problema del concierto de la banda? ¿Cómo se relaciona ese arreglo con la multiplicación y la división? ¿De qué maneras pudiera aplicarse la distribución normal a esta situación?
Alienta la reflexión y la justificación	Los estudiantes muestran un conocimiento más profundo de sus relaciones y acciones, lo cual incluye construir un argumento para validar su trabajo.	¿Cómo demostrarías que 51 es la solución? ¿Cómo sabes que la suma de dos números impares siempre será par? ¿Por qué el plan A en la tarea de las tarifas telefónicas empieza siendo más barato pero a la larga resulta ser más caro?

Nota. NCTM (2015, p. 37).

Asimismo, el uso de estas preguntas por si solas no es efectivo. Es decir, su sola utilización no garantiza un apoyo al desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes. En este sentido, los diferentes modelos de cuestionamiento (secuencia de preguntas usadas en una clase) que gestiona el docente son primordiales. Entre los más importantes y significativos encontramos el modelo de embudo y el modelo de enfoque. El primero trata de preguntas en las que el estudiante poco a poco se va centrando en el tema principal y de esta forma obtiene las conclusiones deseadas por el docente. Si bien, se incluyen algunas las ideas del estudiante, muchas veces el pensamiento de los estudiantes es reconducido sin profundizar en sus ideas para así no desviarse del tema. En este sentido, este modelo de cuestionamiento no permite pensar y explorar sobre las ideas matemáticas. El segundo modelo es el de enfoque o estrategia, en el que el docente cumple el rol de mediador mientras los mismos estudiantes van creando las preguntas y encontrando las diferentes respuestas del tema. Este modelo de cuestionamiento fomenta el pensamiento crítico, pero también con un hilo conductor para cumplir los objetivos de aprendizaje deseados. En cuanto a las acciones del docente, este intenta fomentar el análisis de los diferentes temas a través las diferentes preguntas, de esta forma el estudiante puede llegar a una conclusión a través de la experiencia y la interacción, además de incrementar la accesibilidad a las matemáticas a través de las diferentes ideas compartidas en el aula. Por otro lado, las acciones que llevan a cabo los estudiantes se relacionan con ser capaces de explicar y sacar a flote una idea concreta, a través del razonamiento, permitiéndoles reflexionar y reconocer las diferentes propuestas de sus compañeros de clases, de esta forma se obtiene un resultado colaborativo entre todas las partes involucradas.

2.3.6 Elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual.

“La enseñanza eficaz de las matemáticas se centra en el desarrollo tanto de la comprensión matemática como de la fluidez procedimental” (NCTM, 2015, p.43). La fluidez procedimental se entiende como la forma en que los educandos eligen métodos y estrategias con flexibilidad para realizar procedimientos algorítmicos (cálculos). Este progreso se puede ejemplificar de la siguiente manera: “un estudiante de tercer año podría utilizar inicialmente la adición iterativa para resolver 4×6 y luego progresar en su razonamiento observando que 2 seises son 12, de modo que 4 seises debe ser el doble de aquella cantidad, o sea 24. Con el tiempo, este enfoque

ayuda a los estudiantes a conocer, comprender y ser capaces de utilizar de manera significativa su conocimiento sobre la combinación de números en nuevas situaciones” (NCTM, 2015, p. 44). Esta dinámica se repite para cada nivel y tipo de materia relacionada a la asignatura de matemáticas, teniendo en consideración que dicha habilidad está dada de la mano con la comprensión de cada procedimiento.

Esta práctica pretende apoyar al estudiante en cuanto al desarrollo de la habilidad para comprender y justificar sus elecciones sobre los procedimientos que se elige para resolver el problema. Las acciones docentes que apoyan este desarrollo se corresponden con dar oportunidad al estudiantado para que ocupen sus propios procedimientos, métodos y estrategias de razonamiento en la resolución de problemas. Además, los profesores deben fomentar la discusión sobre métodos y estrategias que resulten más eficientes a los utilizados por los estudiantes. Asimismo, se deben ofrecer modelos visuales con el objetivo de reforzar el entendimiento de la clase. Por su parte, las y los estudiantes, consolidarán sus aprendizajes explicando sus procedimientos matemáticos, esforzándose para emplearlos de forma eficiente. Igualmente, los estudiantes demuestran flexibilidad de las estrategias y métodos, mientras ejecutan, reflexionan respecto cuales son los procedimientos más óptimos para cada problema presentado.

2.3.7 Apoyo al esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas.

Una enseñanza eficaz de las matemáticas proporciona a las y los estudiantes, tanto de manera individual y colectiva, los apoyos para que sus esfuerzos sean productivos al momento de comprender las matemáticas (NCTM, 2015). El apoyo que se da a los estudiantes es la guía del docente durante el proceso de resolución, sin que éste entregue las respuestas del ejercicio, generando importancia y énfasis a la comprensión, reflexión y autonomía del proceso de resolución, más que en la búsqueda de respuestas correctas. En contraposición con el esfuerzo productivo, el esfuerzo improductivo acontece cuando los estudiantes “no tienen progreso alguno en dar sentido, explicar o en abordar un problema o tarea que tengan a la mano” (NCTM, 2015, p. 49).

En esta práctica, el adecuado manejo de las emociones e impulsos es un pilar fundamental, puesto que, ante la frustración de los estudiantes, el docente debe evitar corromper

el esfuerzo cognitivo que implica la comprensión y resolución del ejercicio matemático. Lo anterior debe realizarse sin dar las respuestas ni entregando un camino delimitado para conseguirlas, si no, más bien alimentar su reflexión a través de distintas estrategias. Asimismo, los docentes deben anticipar pues es primordial contar con herramientas que sirvan de apoyo a los esfuerzos estudiantiles. Por otra parte, los profesores deben contemplar los tiempos de las y los estudiantes para afrontar los desafíos matemáticos. Además, los profesores tienen la misión de guiar la reflexión en cuanto a los errores y confusiones presentadas en el proceso de aprendizaje. Para ello, deben realzar el esfuerzo que demuestran los estudiantes para dar sentido a los conceptos matemáticos y la resolución de problemas a través de sus propias conclusiones y razonamientos.

Los educandos por otra parte deben polemizar cuales son los factores que ocasionan la fatiga en la comprensión, con la finalidad de progresar en su propio aprendizaje. Además, son las y los estudiantes quienes deben apoyarse como grupo, sin incurrir en realizar el trabajo de otros ni dar las respuestas para promover el aprendizaje de sus pares. Sumado a lo anterior, los estudiantes deben perseverar al momento de resolver problemas, exponiendo que desconoce algún tema, normalizando estas acciones comprendiendo que esto no debe afectar su motivación y su proceso de aprendizaje.

2.3.8 Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes.

Una enseñanza eficiente de las matemáticas recoge y utiliza evidencia sobre el pensamiento del estudiante. Esto se traduce en respuestas, escritas u orales en donde se develan la forma de razonar y proceder ante un problema matemático. Estas evidencias obtenidas a través de distintas evaluaciones tienen el propósito de adecuar continuamente la enseñanza. Mediante estas acciones los docentes pueden estimar el progreso en cuanto a la comprensión matemática de manera que se planifiquen formas que extiendan el aprendizaje de las y los educandos. La recolección de información por parte de las y los docentes, debe ajustarse a su planificación y a los objetivos de cada clase. En este sentido, es fundamental evaluar el progreso, lo cual se da día tras día (o clase tras clase) y no solamente en pruebas de unidad. La forma de registrar los pensamientos, preguntas, inquietudes y avances de los estudiantes, quedan a total criterio del docente.

Las acciones docentes en esta práctica se traducen en identificar aquello que se considera evidencia del avance de los estudiantes. Además, los profesores deben interpretar el pensamiento de los estudiantes para poder evaluar la comprensión, razonamiento y los métodos matemáticos utilizados en la resolución de problemas. Asimismo, estos profesionales guían el proceso de aprendizaje, respondiendo a solicitudes y dudas de los estudiantes de modo que no entregan las respuestas, sino que alientan la reflexión. Asimismo, deben considerar los aprendizajes previos para planificar las siguientes actividades.

En cuanto a las acciones de las y los estudiantes, estos deben reflexionar sobre sus errores para perfeccionar la comprensión matemática. Para ellos, durante la clase deben liderar el planteamiento de preguntas, dando respuestas y sugerencias con la finalidad de apoyar el proceso de aprendizaje de sus pares. Igualmente, los estudiantes deben reflexionar sobre su propio avance teniendo sus metas de aprendizaje claras, identificando de esta forma sus fortalezas y debilidades.

3. Marco Metodológico

El objetivo de esta investigación fue caracterizar las estrategias docentes usadas en el trabajo colaborativo entre un educador/a diferencial y un/a docente de matemáticas a cargo de estudiantes en situación discapacidad visual. Para ello, en este capítulo se establecen los lineamientos de la metodología a utilizar y que permitieron el logro del objetivo.

Un primer elemento que se tuvo en cuenta es que el paradigma de esta investigación y que tiene carácter cualitativo. Esto significa que nos posicionamos con la idea de que hay una realidad por descubrir, admitiendo subjetividad, contando con un diseño abierto, flexible y construido durante el trabajo de campo o realización del estudio (Salgado, 2007). Además, este paradigma utiliza la recolección y análisis de los datos para afinar las preguntas de investigación o revelar nuevas interrogantes en el proceso de interpretación (Hernández et al., 2014). Por tanto, se trata de evidenciar una realidad mediante la observación del trabajo de una dupla colaborativa conformada por dos docentes, cada uno/a con especialidades distintas y que trabajan con estudiantes con discapacidad visual.

Dentro de los objetivos de esta investigación se halló la comprensión de fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto (Hernández et al., 2014). En este sentido, la recolección de datos a través de la audio-grabación de episodios naturales permitió una apertura a todas las aristas y al contexto presente, permitiendo flexibilizar en la modificación o cambio de interrogantes en el caso de que surjan antecedentes o situaciones emergentes diferentes a las planeadas. Esto permitió responder a la espontaneidad de las personas participantes, pues el objetivo es plasmar una realidad y no cuantificar hechos cotidianos en donde se apliquen estrategias docentes por parte de la dupla. Además, tomar este enfoque es un elemento clave para no intervenir en los espacios y que estos no presenten mayores cambios a la realidad, debido a que lo más importante es visualizar las estrategias implementadas en su estado puro y cotidiano (Rodrigo-Mendizábal, 2017).

Asimismo, el paradigma cualitativo reconoce la diversidad y pluralidad de escenarios, condiciones y situaciones que se presentan en la realidad, que por lo tanto son únicas e irrepetibles. Así, las observaciones y resultados de este tipo de investigaciones sólo son válidas

para el caso particular que se estudia (Arellano, 2013). Por lo cual, como objetivo final del proceso de investigación no se buscó establecer una premisa general ni presentar una verdad absoluta acerca del trabajo colaborativo, sino que comprender este fenómeno situado en un contexto único y con factores propios de los sujetos de investigación.

Un segundo elemento que se consideró en esta investigación tiene relación con el diseño. Este trabajo se abordó con un Enfoque Fenomenológico, en el sentido que esta memoria tiene como propósito principal explorar, describir y comprender la experiencia (en este caso el trabajo colaborativo) de los individuos sobre un fenómeno en específico (enseñanza de las matemáticas a estudiantes ciegos). Por tanto, se tiene contemplado como foco principal identificar la esencia de la experiencia compartida y vivenciada por el grupo de participantes (Hernández et al., 2014). Particularmente, en esta investigación se aplicará un enfoque fenomenológico de tipo empírico, ya que el enfoque estuvo más en describir las experiencias desde los mismos participantes, dejando a un lado la interpretación del investigador (Hernández et al., 2014).

3.1 Participantes

Es fundamental conocer el contexto respecto a dónde se sitúa el proceso investigativo, ya que es allí donde se reflejan los valores, percepciones y significados de los participantes. Particularmente, esta investigación tuvo lugar en un liceo municipal de la comuna de San Miguel en Santiago de Chile. El establecimiento es un liceo mixto, científico humanista y contempla a estudiantes desde 7mo a 4to medio. El establecimiento cuenta con Programa de Integración Escolar (PIE) que permite atender las necesidades educativas especiales de los estudiantes. En dicho PIE se desempeñan educadores/as de diferentes especialidades que se organizan en función de las necesidades de los estudiantes que pertenecen a este programa. Dentro de su orgánica, contemplan reuniones de trabajo colaborativo con carga a su horario. Del total de profesionales que pertenecen al PIE y al establecimiento, esta memoria trabaja con dos duplas; estas están compuestas por profesores y profesoras de educación especial que pertenecen al programa y con profesores y profesoras de matemáticas que tienen en sus aulas estudiantes incorporados al PIE. La primera dupla la hemos etiquetado como dupla A y trabaja con un primero medio. Por su parte, la segunda la hemos llamado dupla B y trabaja con un segundo medio. Cabe mencionar que las educadoras diferenciales están especializadas en dos áreas

distintas: En la dupla A con mención en problemas de la visión (PV), y en la dupla B con mención en discapacidad intelectual (DI).

Las reuniones de trabajo colaborativo entre las duplas son en las áreas que el estudiante requiera, es decir, no solo en lenguaje y matemáticas, sino que en todas las asignaturas, como educación física, artes visuales, entre otras. Estas reuniones duran alrededor de una hora las cuales tienen lugar en la sala PIE, donde realizan planificaciones y adecuaciones para los estudiantes con NEE considerando a su vez a todo el grupo curso. Concretamente, como se muestra en la tabla 2, esta memoria se centra en las reuniones de trabajo colaborativo destinado a clases de matemáticas. Además, es importante destacar que, durante este año en este establecimiento, designaron a algunas educadoras diferenciales pertenecientes al PIE como profesoras jefe de algunos cursos, como es el caso de la educadora de la dupla A.

Tabla 2.

Caracterización de docente y estudiantes PIE por dupla.

	Docentes	Estudiantes con Discapacidad Visual en PIE. (Diagnóstico)
Dupla A 1°Medio 42 Estudiantes	Profesor/a Diferencial Mención PV	1.-Cataratas congénitas, Nistagmus y Ametropía alta.
	Profesor/a Matemáticas	2.-Amaurosis congénita de Leber en ambos ojos.
Dupla B 2°Medio 40 Estudiantes	Profesor/a Matemáticas	1.- Albinismo severo.
	Profesor/a Diferencial Mención DI	2.-Aniridia congénita, Glaucoma Secundario y Estrabismo.

3.2 Recolección De Datos

Esta investigación contempló como técnica de recolección de la información, la grabación. Este método se utilizó en dos momentos: en la reunión de planificación entre los docentes y en la misma clase en donde se aplica dicha planificación. Como indica Ruíz (2011) la relevancia de las grabaciones es que aportan una observación directa sobre lo que ha pasado

en el aula, y revisable muchas veces. Esto permitió visualizar y describir las estrategias planificadas y utilizadas por ambos docentes. Estos instrumentos, sin embargo, presentan limitaciones que deben tenerse en cuenta pues son fuentes muy indirectas de lo que sucede en un aula, lo que es algo efímero, no replicable (Ruíz, 2011). No obstante, son utilizados en estudios a gran escala como la prueba TIMSS (acrónimo de Trends in International Mathematics and Science Study en inglés) que entre 1994 y 1995 utilizaron videograbaciones en clases de matemáticas con la finalidad de recolectar datos acerca de: a) el entorno de trabajo, b) la participación de los estudiantes en la clase, c) los métodos empleados por los educadores, y d) la secuencia en las lecciones.

Esta técnica de recolección de datos permitió revelar las prácticas presentes en las aulas con mayor detalle, posibilitando descubrir nuevas alternativas, estimulando la discusión sobre las escogencias que se puedan hacer y profundizan en la comprensión que se tenía de la enseñanza por parte de los profesores (Hiebert et al., 2003). Estos autores destacan que a través de la videograbación se ofrece la posibilidad de estudiar procesos complejos, permitiendo un grado de visibilidad mediante múltiples reanálisis. Esto permitiría generar nuevas preguntas de investigación que puedan contestarse en base a los videos existentes. Igualmente, facilitan la colaboración entre investigadores con perspectivas distintas, que serían muy limitadas con otros métodos tradicionales.

Concretamente, las grabaciones se realizaron en dos instancias; reuniones de trabajo colaborativo (en sala de PIE) y la realización de las clases (en sala de clases). Las grabaciones de las sesiones de trabajo colaborativo de la dupla A tuvieron una duración de 1 hora y 2 minutos, mientras que la de la dupla B duró 47 minutos. Para la grabación de trabajo colaborativo se utilizaron un computador y un celular. La primera instancia de trabajo colaborativo se realizó con la dupla A en la sala de PIE y posteriormente la realización de la grabación de la dupla B. En ambas grabaciones se dejaron los dispositivos y las investigadoras no estuvieron presentes para evitar cualquier romper con la cotidianidad de los participantes.

En cuanto a la duración de las clases, el registro de la dupla A duró 1 hora 26 minutos y la dupla B 1 hora 27 minutos. La grabación de dichas clases fue realizada por los docentes de cada dupla. Esta se efectuó dentro de cada sala correspondiente, sin embargo, el uso de

dispositivos de grabaciones tuvieron que ser utilizados de manera individual. Esto quiere decir que cada docente tenía un celular con audífonos que simulaban el uso de un micrófono, lo que permitía identificar que decía cada profesor en diferentes momentos y espacios dentro del aula.

Posteriormente se realizó la transcripción de los audios obtenidos por cada dupla de manera neutral. Para la transcripción se utilizaron los códigos propuestos por Sánchez y Revuelta (2005).

3.3 Método De Análisis

Para el análisis de la información se utilizó la técnica del análisis de contenido. Particularmente, se realizó un análisis de contenido secuencial en dos etapas: *concept-driven* y *data-driven* (Kuckartz, 2019). El primero incluye un análisis deductivo utilizando las categorías que se desprenden desde la literatura, seguido de un análisis inductivo que permita identificar sub-categorías emergentes (Kuckartz, 2019). Para esto, un primer paso fue dividir la participación de cada profesor que componía la dupla, es decir, se separaron las intervenciones del docente de matemáticas y por otra parte a la educadora diferencial en tablas, tal como muestra la figura 4. Luego, se dividieron las transcripciones utilizando el criterio conversacional. Este criterio permite respetar las declaraciones o turnos de habla cuando intervienen diferentes sujetos en entrevistas o reuniones de grupos. Este criterio es especialmente adecuado cuando estamos interesados en la información aportada por cada sujeto en particular (Rodríguez et al., 1996). Así, se pudo lograr que cada transcripción se dividiese en sub-episodios. Cabe destacar que dentro de una clase el profesor de matemáticas puede tener un número distinto de episodios que el educador diferencial. Esto debido a sus intervenciones están diferenciadas (ver figura 3).

Figura 3.

Extracto de tabla usada para transcripción.

Dupla A PDA				Dupla A PMA			
Episodio	Sub Episodio	Persona		Episodio	Sub Episodio	Persona	
1	1.1	PDA Est1	Entonces entramos, sí... que bello, ya ¡Afuera!	1	1.1	EST PMA EST	(Profesores afuera ordenando duplas de estudiantes) Profe... ¿Qué le pasó?

En una segunda instancia, se realizó la codificación de las transcripciones utilizando las categorías deductivas que se describen en detalle en el capítulo del marco referencial. A modo de resumen, *la tabla 3* muestra dichas categorías que corresponden a los tipos de co-docencia y las prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas.

Tabla 3.

Categorías deductivas

Co-docencia	Prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas
Uno enseña, otro asiste.	Establecimiento de metas enfocadas en el aprendizaje.
Uno enseña. otro observa.	Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas.
Enseñanza en equipo.	Uso y vinculación de las representaciones matemáticas.
Enseñanza paralela	Favorecimiento del discurso matemático.
Enseñanza en estación.	Planteamiento de preguntas deliberadas. Elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual. Favorecer el apoyo al esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas. Obtener y utilizar evidencia del pensamiento de los estudiantes.

Concretamente, se infirieron estas categorías en las transcripciones utilizando unidades de análisis del tipo contextual, que tal como señala Bardín (1996):

Corresponde al segmento del mensaje cuyo tamaño (superior a la unidad de registro) [y] es óptimo para captar la significación exacta de la unidad de registro. Esto es lo que, por ejemplo, puede ser la frase para la palabra, el párrafo para el tema. En efecto, en muchos casos es necesario referirse conscientemente al contexto próximo o lejano de la unidad a registrar. (p.81)

Asimismo, se utilizó la regla de presencia señalada por Bardín (1996) para el conteo de los extractos en que se identificaron las categorías. De este modo, se realizó una búsqueda para inferir la presencia o ausencia y en el caso de estar, definir cuál. Asimismo, se identificó qué docente de la dupla realizaba la acción.

El análisis deductivo fue seguido por un segundo análisis inductivo dentro de cada categoría con el fin de obtener información específica sobre cada una de las categorías. Para ello

se analizaron las ocho estrategias pedagógicas matemáticas establecidas por el NCTM (2015), de donde se desprenden subcategorías de análisis. Dichas subcategorías aportan precisión en la forma que dicha estrategia matemática se emplea en la sala de clases.

3.4 Criterios De Rigor

Con el propósito de cautelar el rigor científico de esta memoria, en este apartado se presentan las estrategias y/o métodos que se abordaron para resguardar la veracidad de los análisis y acciones realizados. A continuación, se describirán los criterios utilizados:

a. Dependencia

La dependencia es una especie de *confiabilidad cualitativa* (Hernández et al., 2014). Para que este estudio pueda volver a ser repetido, se debe verificar la sistematización, tanto en la recolección de datos como en el análisis de estos. Para incrementar la dependencia en este estudio se realizaron diversas acciones entre las que se encuentran: a) una metodología de recolección de datos, la grabación, que permite captar y observar un episodio real, pudiendo ser revisado reiteradas veces; dicha acción se describe detalladamente en los apartados anteriores; b) se realizaron chequeos cruzados, entre las investigadoras y profesor guía para concluir una acertada codificación y que también son descritos de manera detallada, revisando minuciosamente las transcripciones para evitar errores y omisiones; y c) se evidenció una coincidencia de datos, entre la información recolectada y la revisión bibliográfica.

b. Credibilidad

Se refiere a si el investigador ha captado el significado completo y profundo de las experiencias de los participantes sin interferir desde las creencias y opiniones de las investigadoras (Hernández et al., 2014). Entre las recomendaciones que estipulan Savin-Baden y Major (2013), James (2008) y Coleman y Unrau (2005) para incrementar la *credibilidad* encontramos: a) evitar que nuestras creencias y opiniones afecten la claridad de las interpretaciones de los datos, cuando deben enriquecerlas; b) considerar importantes todos los datos, particularmente los que contradicen nuestras creencias; c) privilegiar a todos los participantes por igual (asegurar que cada uno tenga el mismo acceso a la investigación); y d) estar conscientes de cómo influimos a los participantes y cómo ellos nos afectan.

En este sentido, esta memoria cuida que las investigadoras pudiesen, a través de sus propias interpretaciones, caer en conclusiones objetivamente cuestionables, puesto que dos personas pueden tener una mirada acerca de un punto, el cual puede no ser objetivo. Para no caer en este tipo de sesgos, el trabajo de codificación con sus respectivas categorías ha sido revisado al azar por el docente guía a cargo de esta investigación, quién ha recodificado con la finalidad que la mayoría de las personas puedan concluir objetividad de acuerdo con las codificaciones asignadas. De esta manera se ha podido calcular el acuerdo interjueces que reporta un 80% de acuerdo, considerado adecuado (León y Montero, 1998).

c. Transferencia (aplicabilidad de resultados)

Los resultados derivados de la investigación cualitativa no son generalizables sino transferibles (Noreña et al., 2012). Si bien, debido a que en un estudio cualitativo el fin no es generalizar, la información generada puede aplicarse de distinto modo, con ciertas soluciones o modificaciones en otro ambiente. Para esto, se proporciona una descripción detallada del contexto y de los participantes. Por ejemplo, el contexto de esta investigación tiene las características particulares de ocurrir en un establecimiento municipal de la ciudad de Santiago de Chile, cada curso contiene cantidad de estudiantes variadas y necesidades educativas distintas en cada curso y cada educando. Asimismo, las y los docentes provienen de distintas universidades y tienen diferentes menciones en sus títulos, por lo cual, este estudio no será aplicable en otro contexto, pero sí dará indicios de este fenómeno acerca de la co-docencia en matemáticas con estudiantes ciegos. Todo esto es detallado minuciosamente en apartados anteriores.

d. Confirmación o confirmabilidad

Bajo este criterio, denominado también neutralidad u objetividad, los resultados de la investigación deben garantizar la veracidad de las descripciones y datos obtenidos de los participantes (Noreña et al., 2012). Para cautelar la confirmabilidad, se presenta una transcripción textual de las grabaciones y al momento de la elaboración de categorías se hace una descripción fiel al discurso de los profesores/as expresado en las videograbaciones (Anexo 1). Dichas grabaciones están resguardadas para cautelar con la confidencialidad, pero se

encuentran a disposición de investigadores u otros interesados mediante las autoras de esta memoria.

3.5 Marco ético

Este trabajo se rige por la Ley N° 20.584 que crea el Ministerio de Salud Chile (2012) a la que nuestra casa de estudios adhiere. Esta ley se sitúa en un contexto clínico, la cual regula los derechos y deberes de los pacientes, estableciendo el consentimiento informado y proporcionándole a la persona autonomía para decidir a qué procedimientos médicos puede someterse. Esto se traduce en que toda persona tiene derecho a otorgar o denegar su voluntad para someterse a cualquier procedimiento o tratamiento vinculado a su atención de salud, con las limitaciones establecidas en el artículo 16 (Figuroa, 2012).

Además, se debe considerar que el marco ético de una investigación se refiere a los lineamientos y consideraciones que permiten el diseño, implementación y difusión de investigaciones de manera responsable y respetuosa con el fenómeno que se está investigando. Por tanto, buscan resguardar especialmente a las personas que participan de ella; que en esta investigación son jóvenes menores de edad y profesores. Asimismo, con la intención de proteger a los estudiantes que participaron en la investigación, el eje de la privacidad y la confidencialidad se plantea necesario considerar debido al derecho que se tiene a la vida privada y a la confidencialidad de los datos que entrega, los cuales una vez finalizada la investigación serán eliminados.

Por otra parte, la Ley 19.628 perteneciente al Ministerio Secretaría General de la Presidencia (1999) que aborda aspectos sobre la protección de la vida privada, y establece en su Artículo N°3 que:

En toda recolección de datos personales que se realice a través de encuestas, estudios de mercado o sondeos de opinión pública u otros instrumentos semejantes, sin perjuicio de los demás derechos y obligaciones que esta ley regula, se deberá informar a las personas del carácter obligatorio o facultativo de las respuestas y el propósito para el cual se está solicitando la información. La comunicación de sus resultados debe omitir las señas que puedan permitir la identificación de las personas consultadas.

Esto implica que los participantes de la investigación tuvieron el derecho a ser informados de que van a ser estudiados, ya que tienen derecho a conocer la naturaleza de la investigación y las posibles consecuencias de los estudios en los cuales se involucran.

Concretamente, se utilizaron los consentimientos que la Dirección de Investigación y Posgrado de la Universidad ponen a disposición en su página web, adecuándolos al contexto de este estudio (Anexo 2). Cabe destacar que los consentimientos fueron explicitados verbalmente y por escrito, siempre a partir de las características de la población juvenil. Asimismo, dichos consentimientos contaron con las siguientes características:

- Informado: Los participantes deben informarse previamente de qué se trata la investigación y, en este punto, el equipo debe velar por entregar la información de la manera más completa posible y de acuerdo con sus características.
- Voluntario: La voluntariedad es importante debido a la naturaleza de las relaciones de poder entre el mundo adulto y el infantil, y en la que pueden darse situaciones en las que los participantes se sientan obligados a participar.
- Renegociable: Por ser un proceso continuo, mientras dura la investigación (Alderson y Morrow, 2011; citado en Graham et al., 2013), implica que, si bien incluye la aceptación inicial, esta no constituye la obligatoriedad de los sujetos participantes a continuar su participación hasta el término de la investigación.

Así, se utilizaron tres tipos de consentimientos y un asentimiento: a) el primero se entregó al Director a cargo del establecimiento; b) a los profesores que conformaron las duplas; c) a los padres y/o apoderados; y d) el asentimiento a los y las estudiantes de cada curso en que se desempeñaba la dupla. En todos los documentos se estableció que la participación es libre y voluntaria, independiente de la autorización que brinde el establecimiento y sus padres y/o tutores legales. También señalar que toda la información que se entregó es confidencial (no será identificado el nombre de los participantes), y que esta será usada únicamente para los fines de esta investigación, y estará protegida y resguardada en una oficina bajo custodia de las investigadoras-autoras. Así, luego de 5 años, la información será eliminada.

4. Resultados

En el presente capítulo se presentan los resultados y análisis de los datos recolectados. Dichos resultados son organizados en dos apartados que se corresponden con las dos categorías con que fueron analizados los datos: tipos de co-docencia y prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas. Asimismo, cada uno de estos apartados principales, presentan sub-apartados que corresponden a las subcategorías encontradas.

4.1. Tipos De Co-docencia

En esta categoría se agruparon los extractos que hacían referencia a las formas en que las duplas organizaban su trabajo mientras planificaban y en las clases. La tabla 4 evidencia los énfasis en las acciones de los docentes y el tipo de co-docencia asociado durante las planificaciones y clases. Asimismo, los resultados revelaron que para la dupla A emergen 3 subcategorías: a) uno enseña, otro asiste; b) enseñanza en equipo; y c) enseñanza en estación. Por su parte, en la dupla B es posible identificar cuatro: a) uno enseña, otro asiste; b) uno enseña, otro observa; c) enseñanza en equipo; y d) enseñanza alternativa. La tabla 4 permite observar una clara tendencia en la dupla A por el tipo de co-docencia *enseñanza de la estación*; y de la dupla B por *uno enseña, otro asiste*.

Tabla 4.

Frecuencias de los tipos de co-docencia

Tipo de co docencia	Dupla A	Dupla B
Uno enseña, otro asiste	21	66
Uno enseña, otro observa	0	28
Enseñanza en equipo	11	12
Enseñanza paralela	6	0
Enseñanza en estación	117	0
Enseñanza alternativa	0	26

A continuación, se presenta una descripción y un extracto de la transcripción donde se ejemplifica y evidencia cada tipo de co-docencia mencionado.

4.1.1 uno que enseña, otro que asiste.

En esta primera subcategoría se agrupan todos los sub-episodios que hacen referencia a la estrategia utilizada entre profesores en la que un docente es líder en la clase, mientras que el/la otra docente en el aula acompaña, ayuda y/o coopera en el desarrollo de la clase. La forma de identificar esta estrategia corresponde a momentos en que ambos docentes realizan diferentes acciones en un mismo periodo de tiempo. En el presente extracto se muestra un episodio en donde un estudiante realiza una pregunta a la educadora diferencial sobre fracciones, pero es él profesor de matemáticas quien está encargado de explicar el contenido. Concretamente, la educadora diferencial desempeña un rol de asistente pues para responder las dudas de contenido que tiene un estudiante, debe consultar al docente a cargo de la asignatura de matemáticas.

PDA: ¿Tienen dudas?
(Murmullos)

Est1: Profe una pregunta

PDA: Dime

Est1: ¿Cuál es la propia y cuál es la impropia?

PDA: Mmm creo que acá no sale cierto

Est1: No sale

PDA: Creo que las propias son las que tienen el número mayor arriba, pero no estoy 100% segura, deja voy a consultar

PDA: Fracción propia y fracción impropia.

PMA: Ajam

PDA: La fracción propia es la que tiene el numerador más grande, ¿al revés?.. ah ya, numerador más pequeño.

PMA: Ajam

PDA: Ya.

4.1.2 Uno enseña y el otro observa.

En esta segunda subcategoría se agrupan todos los subepisodios que hacen referencia a situaciones en las que uno los docente lidera y el otro se margina a la observación de los hechos. Los datos señalan que existen diferentes motivos, entre los que se encontró: a) uno de los docentes observa el trabajo realizado por las y los estudiantes para obtener información del pensamiento de los estudiantes; b) no está planificada la intervención del otro/a docente: c) no trabajan en conjunto al entregar alguna instrucción; o d) se da espacio a que sea el/la profesora que es experto en el tema entregue su retroalimentación de forma individual. Cabe destacar que la dupla A no cuenta con episodios que presenten esta estrategia. En dupla B, por ejemplo y como muestra el extracto siguiente, la educadora diferencial comienza dando indicaciones al curso y apoyando casos puntuales, mientras que la educadora de matemáticas, en silencio, camina por la sala.

PDB: (Indicaciones al curso)

Ya, tomamos asiento, prestamos atención aquí adelante. Estudiante PIE, vamos a hacer una actividad ¿consideras que ves bien de acá o prefieres cambiarte de puesto solo por la actividad y luego vuelves?

Est1: A ver ¿en qué consiste la actividad? tipo ¿se va a notar en la pizarra?

PDB: No, vamos a ver unos videos que tenemos que ver unas secuencias ¿logras ver las manos que están?

Est1: Creo que me las puedo arreglar con eso

PDB: Ah ya perfecto, con tus lentes los puedes, okay, si tienes cualquier dificultad te puedes posicionar un poco más adelante ¿ya?

Est1: Sí, de hecho creo que no va a haber problema

PDB: Ya

Est1: Creo que veo bien, con los lentes claro

PDB: Perfecto, no hay ninguna dificultad

4.1.3. Enseñanza de la estación.

En esta tercera subcategoría se agrupan todos los sub-episodios que hacen referencia a los momentos en que se realiza un apoyo personalizado de profesores mientras se recorre la sala a los estudiantes, según la solicitud de las y los mismos estudiantes y/o ante la detección de

inconsistencias en el trabajo encomendado. Cabe destacar que solo en las interacciones de la dupla A se presentó esta estrategia. En el siguiente extracto se observa un episodio en donde la sala de clases está organizada en duplas de trabajo con el objetivo de trabajar de forma colaborativa en una guía. En esta acción la y él docente se mueven por las duplas de trabajo, respondiendo dudas, entregando herramientas, guiando el proceso de resolución de la guía, entre otras acciones. Particularmente, el ejemplo evidencia a la educadora diferencial acercándose a un grupo de estudiantes y preguntando si tienen dudas.

PDA: ¿Ya tienen dudas?

Est1: Sí

PDA: Cuéntenme

Est1: Las dos primeras

PDA: Pero Estudiante 1 y Estudiante 2, acá hay una expresión cierto y tú tienes que ver esa a cual es equivalente, es decir, a cuál de ellas es igual ¿Cómo se resuelven restas de fracciones?

Est1: Denominador común y luego se restan

PDA: Ya ¿y cuál de esas sería? la diferencia es que acá en vez de números tenemos letras

Est1: Ah

PDA: Ah, y usen la hojita... fíjense bien en lo que les preguntan

4.1.4. Enseñanza alternativa.

En esta cuarta subcategoría se agrupan todos los sub-episodios que hacen referencia a situaciones en donde una de las docentes apoya a un grupo específico. Particularmente, estos extractos se referían al grupo de estudiantes que participan del PIE. Si bien este grupo no tiene un agrupamiento especial dentro de la sala de clase, la educadora diferencial les acompaña de manera diferenciada y personalizada. Cabe destacar que esta subcategoría solo estuvo presente en la dupla B. En el siguiente extracto observa que la educadora diferencial se encarga de entregar apoyo a un grupo minoritario dentro de la sala de clases. Concretamente, se acerca y les entrega herramientas respectivas a tiflotecnología y se asegura que comprenden las indicaciones a través de preguntas. Por su parte, la docente de matemáticas se comunica a todo el grupo en general, entrega indicaciones y hace preguntas a todo el grupo sin dirigirse a un o

unos/as estudiantes en especial, responde dudas particulares en voz alta proyectando las respuestas a todo el grupo.

PDB: Estudiante PIE ¿pudiste ingresar al classroom?

Est: Eh no, todavía no lo hago

PDB: Ya

Est: Tengo el archivo

PDB: Tienes el archivo, ya para que podamos ejercitar en la casa igual, recuerda que todas las actividades son evaluadas en la revisión de cuadernos. El último archivo que publicó la profesora PMB, no, la profesora X, subió las preguntas en las cuales se van a basar la prueba, ¿ya?, para que puedas estudiar en tu casa para mañana.

Est: Por no decir que van a seleccionar

PDB: Exacto ...por si tienes dudas, vamos a trabajar en NR también la prueba y luego el bloque que sigue de NR

Est: En el último se va...

PDB: Claro en el último bloque es la prueba

Est: Último bloque del día o después de NR

PDB: Después de NR es matemática, porque el horario...

Est: Entonces antes y después y del recreo

PDB: Después del recreo, exacto... por si tienes dudas que mañana las podamos resolver ¿ok?, en función a los ejercicios igual vamos a trabajar por ejemplo, me parece que en ese ejercicio y en este ejercicio que ahí hay que aplicar Pitágoras y cualquier duda nos consultas ¿ya?

Est: Entiendo.

4.1.5. Enseñanza en equipo.

En esta subcategoría se agrupan todos los sub-episodios que hacen referencia a situaciones en las que ambos docentes realicen una actividad en conjunto y de manera simultánea. Por ejemplo, se encontraron acciones como: explicación, reforzamiento, apoyo, acompañamiento, entre otras. En el extracto siguiente se muestra que en el desarrollo de la clase una estudiante llegó con retraso. En ese contexto, la profesora diferencial y él profesor de

matemáticas se comunican para tomar decisiones en beneficio a la armonización de la planificación previamente elaborada. En el presente ejemplo se observan diferenciadas las interacciones de ambos docentes. En ellas, dialogan de manera espontánea para tomar una decisión, sobre la estudiante que ha llegado tarde y debe realizar una guía en dupla con evaluación sumativa. Al final de las interacciones, se concreta el acuerdo de que entre a la clase y refuerce el contenido para ser evaluada en la siguiente.

PDA

PDA: Ya espérame Estudiante PIE, ya está bien, todas las que tienen estrellitas las tienes que revisar, recuerda lo de los signos

PMA: Profe... (inaudible)

PDA: Pero no va a alcanzar a terminar, son las 11:15

PMA: (inaudible)

PDA: Eh no, es que no la podemos integrar a un grupo porque están en prueba.

PDA: ¿Al de Estudiante 1 y Estudiante 2?

PMA: Es que nos quedan 35 minutos

PDA: 35 minutos
Y ya llevamos una hora trabajando, lo otro sería que empiece a trabajar sola la guía lo que alcance pero

PMA: igual hay que tomársela en cuenta la del resto.

PMA: (inaudible)

PDA: Pero igual darle alguna actividad
O sea, le podríamos entregar la guía como para que la vea, para que la trabaje

PMA: Sí, por eso que empiece a trabajar igual en los ejercicios del cuaderno
Ya

PMA

PMA: Deme un segundito que voy a ver qué hacemos con usted.

PMA: (Le habla a PDA) Profe, acaba de llegar...

PDA: Pero no va a alcanzar a terminar, son las 11:15

PMA: Yo igual creo que...o sea puede entrar pero.. no se me ocurre que hacer con ella.

PDA: Ehh,no, es que no la podemos integrar a un grupo por que están en prueba.

PMA: ¿Al de Estudiante 1 y Estudiante 2?

PDA: Es que nos quedan 35 min

PMA: 35 min

PDA: Y ya llevamos una hora trabajando, lo otro sería empezar, se me ocurre que empiece a trabajar sola en la guía lo que alcance, pero igual hay que tomársela en cuenta la del resto.

PMA: Yo la haría ingresar pero que no trabaje porque claro no sé si será justo

PDA: Pero igual darle alguna actividad

PMA: O sea, le podríamos entregar la guía como para que la vea, para que la trabaje

PDA: Sí, por eso que empiece a trabajar algunos ejercicios

PMA: Ya

4.2. Prácticas Efectivas Para La Enseñanza De Las Matemáticas

En este apartado se presentan los resultados respecto al segundo aspecto que aborda esta investigación: las cinco prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2015). Concretamente, en este apartado se visualizan las estrategias que se pudieron observar durante la planificación y posterior implementación de la clase. Este análisis deductivo reportó la presencia de cinco prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas en las acciones de las duplas. Además, el análisis deductivo permitió obtener una mirada más profunda a los datos mediante la identificación de subcategorías.

Particularmente, la tabla 5 evidencia un contraste acerca de las prácticas presentes en la reunión de trabajo colaborativo y en la clase. Tanto en la dupla A como en la dupla B, se observa para las reuniones de trabajo un énfasis en las estrategias de establecimiento de metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje y la implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas. Esto sería un indicativo de que dichas estrategias no lograron perdurar durante la bajada de la planificación al terreno, reflejando una inconsistencia entre planificación y ejecución. Por su parte, en las clases emergen las estrategias de planteamiento de preguntas deliberadas, elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual y apoyo al esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas. Esto podría ser un indicativo que no existe una coordinación previa de las prácticas mencionadas pues se presentan de manera espontánea.

Tabla 5.

Frecuencias prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas

	Dupla A		Dupla B	
	R*	C*	R	C
Establecimiento de metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje	9	1	9	6
Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas	7	1	9	3
Uso y vinculación de las representaciones matemáticas	1	4	1	0
Favorecimiento del discurso matemático significativo	3	29	0	1

Tabla 5.*Frecuencias prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas*

	Dupla A		Dupla B	
Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes	6	4	10	7
Planteamiento de preguntas deliberadas	0	25	0	34
Elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual	0	1	0	7
Apoyo al esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas	0	41	0	15

Nota. R=reunión trabajo colaborativo; C=clase.

En lo que sigue se describen de manera pormenorizada las cinco prácticas que emergieron de los datos y las subcategorías que en cuatro de ellas fueron identificadas.

4.2.1. Establecimiento de metas enfocadas en el aprendizaje

En la presente subcategoría se agruparon los subepisodios que aluden a los objetivos que se proponen para las clases. Asimismo, hemos identificado una serie de patrones que permitieron una comprensión respecto del trabajo realizado con los objetivos por las duplas. Específicamente se han evidenciado tres patrones que hemos etiquetado como: a) *mencionar el objetivo y su uso durante la clase*; b) *cerciorarse de que el estudiante registre el objetivo*; y c) *explícita el objetivo de la evaluación*. La tabla 6 muestra las frecuencias de cada subcategoría y el profesor de cada dupla al que puede atribuírsele esta práctica. Particularmente, se destaca que mayoritariamente, son los profesores de matemáticas los que utilizan esta práctica ante las educadoras diferenciales de cada dupla, a pesar de que las frecuencias son bajas.

Tabla 6.*Frecuencias establecimiento de metas enfocadas en el aprendizaje.*

Patrones	Dupla A		Dupla B	
	PM	PD	PM	PD
Mencionar el objetivo y su uso durante la clase			4	1

Tabla 6.*Frecuencias establecimiento de metas enfocadas en el aprendizaje.*

Patrones	Dupla A		Dupla B	
	PM	PD	PM	PD
Cerciorase de que el estudiante registre el objetivo				1
Explicitar el objetivo de la evaluación	1			

El patrón correspondiente a *menciona el objetivo y su uso durante la clase*, agrupa los extractos en que la profesora de educación diferencial recuerda el objetivo dicho con anterioridad por la profesora de matemáticas. Particularmente, como se muestra en el extracto siguiente, la docente señala que es un contenido ya trabajado y que la clase circulará en torno a las dudas que se presente para la evaluación que tienen programada al siguiente día.

PDB: Entonces como ya les había anticipado la profesora PMB, vamos a trabajar con un nuevo objetivo, repasando un poquito se trata de aproximar números irracionales, vamos a resolver dudas para que puedan realizar su prueba el día de mañana

PMB: Ya vamos a anotar el objetivo y vamos a responder a dos preguntas tipo prueba cierto ¿todos tienen las preguntas de la prueba? cierto que las enviamos a través del grupo con Estudiante 1 ya, ¿todos las tienen?, están en classroom, vuelva a su puesto porque nos los puedo atender de a tres ya.

El patrón que hemos etiquetado como *cerciorarse de que el estudiante tenga el objetivo*, agrupa a los extractos en los que la profesora de educación diferencial se asegura y pide evidencias de que los estudiantes que se encuentran en el programa PIE hayan registrado el objetivo. En el extracto se puede observar que la profesora diferencial se acerca a un estudiante con baja visión que usa de una *tablet* para acceder al contenido en macrotipo y le pregunta si tenía el objetivo y el estudiante afirma. Sin embargo, la profesora lo vuelve a compartir a través del apoyo tiftecnológico utilizado por el estudiante, en este caso una *tablet* con lupa.

PDB: Yo tengo la...

Est: Ah, ya

PDB: ¿La tiene?

Est: Sí

PDB: Sí, ya ¿el objetivo lo tenía cierto?

Est: Sí

PDB: Ahí está la foto

Est: Gracias profe

PDB: De nada

El último patrón que hemos etiquetado como *explicitar el objetivo de la evaluación* agrupa los extractos en que el docente PMA explica específicamente qué es lo que se va a evaluar en la prueba. Por ejemplo, en el siguiente extracto, los estudiantes se encuentran realizando una guía con nota que se debe resolver en parejas. En esa instancia, el profesor de matemáticas entrega las instrucciones y posteriormente explícita las habilidades y contenidos que se van a evaluar.

PMA: Gente, voy a explicar cómo va a ser esta evaluación. La profesora PDA va a entregar los macrotipos correspondientes, yo voy a ir entregando la guía, voy a entregar una guía por persona, ¿ya?, pero usted me va a entregar solo un instrumento.

Le hago entrega de dos guías para que pueda utilizar una de borrador y la segunda que sea para la evaluación. Otra cosa importante, por favor, presten mucha atención chicos y chicas.

La guía en sí tiene treinta y cinco preguntas respecto a los números racionales, por favor, pero, basta, estoy hablando Estudiante 1 y compañía. Bueno quien sea que esté hablando, silencio. La guía tiene 35 preguntas que evalúa las habilidades de comprender, aplicar y analizar en relación a los números racionales, pero para que usted obtenga el siete debe tener al menos veinticinco buenas, es decir, tiene diez preguntas para equivocarse y aun así tiene el siete.

Gente, desde ahora ya, comienza la evaluación.

4.2.2. Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas.

Como se visualiza en la tabla 7, en esta subcategoría hemos encontrado dos patrones: *Conexión explícita entre conocimientos previos y nuevos aprendizajes e Implementación de tareas con baja exigencia cognitiva*. Ambos patrones presentan poca presencia.

Tabla 7.

Frecuencias implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas

	Dupla A		Dupla B	
	PM	PD	PM	PD
Conexión explícita entre conocimientos previos y nuevos aprendizajes				1
Implementación de tareas con baja exigencia cognitiva	1		2	

En el primer patrón, la docente promueve la conexión entre conocimientos adquiridos previamente en situaciones cotidianas y la adquisición de nuevos aprendizajes dentro del aula. Concretamente, la profesora da como ejemplo el redondeo que se realiza al comprar un producto, con el fin de que los y las estudiantes logren crear una conexión con esas acciones que ellos pueden realizar y vivenciar.

PMB: ¿Para qué nos sirven las aproximaciones Estudiante1?

PDB: ¿Es para resolver operaciones con números más, cierto, más precisos, más pequeños, ya? Profesora de igual manera, chicos hoy en día si ustedes van a comprar o sus papas ¡Estudiante 1! En Chile tenemos la ley de redondeo la ley de redondeo de aproximación es, si vamos a comprar jamón y nos sale menos 1994 ¿cuánto pagamos?

Est1: 1990

PDB: 1990, muy bien, y si nos sale 1997 ¿Cuánto pagamos?

Est2: 2000

PDB: 2000, muy bien Estudiante 2

PMB: y si pagan 19.. ¿cuánto?

PDB: 1997

PMB: ¿Y ahí pagan cuánto? por la ley, 2.000 ¿ya?

Est: (Inaudible)

PMB: No, no es lo mismo, pero ya saben que están aproximando, ya lo sabían

En el segundo patrón, el o la docente propone al curso una tarea matemática relacionada con los objetivos. Esta tarea se caracteriza por tener una baja exigencia cognitiva, esto quiere decir que entrega actividades que promueven el uso de la memoria a través de las habilidades de recordar, nombrar, localizar, entre otras. Por ejemplo, en el siguiente sub episodio, la docente presenta una tarea que para resolverla solo se requiere *recordar* la forma de aproximar. Para esto, la profesora emplea una seguidilla de preguntas que permiten que los estudiantes puedan recordarla forma de resolver el ejercicio.

PMB: Ya vamos a anotar un ejemplo, para ir resolviendo, con algunos ejemplos, ejemplo con números irracionales y anotamos, aquí voy a anotar el número pi , 3,1415, y lo voy a anotar solamente hasta ahí con esa cifra decimales , lo que nosotros vamos a trabajar las aproximaciones aquí en las cifras decimales ¿ya? Y lo primero que vamos a recordar, la cifra más usadas son la milésima, la centésima y décima ¿ya? y esta es la milésima, milésima, ¿Cómo se llama esta? ¿Cómo se llama esa cifra?

Est1: La milésima

PMB: La milésima , centésima y décima , ya entonces anotamos centésima, y esta se llamaría entonces

Est1: Décima

PMB: Décima, entonces esas son las cifras más utilizadas, con esas vamos a trabajar, vamos a trabajar ahora, ya, para que las anoten.

4.2.3 Uso y vinculación de las representaciones matemáticas

En esta subcategoría no se identificaron patrones, y los subepisodios en los que se infirió, solo fueron en la dupla A. Además, como se puede observar en la tabla 8, se observa una tendencia a utilizar esta estrategia por el docente de matemáticas.

Tabla 8.

Frecuencias de la subcategoría

	Dupla A		Dupla B	
	PM	PD	PM	PD
<i>Uso y vinculación de las representaciones matemáticas</i>	3	1		

Esta categoría se presentó cuando el profesor promueve la relación entre las diferentes representaciones matemáticas de un concepto al resolver las tareas propuestas. Concretamente,

en el extracto siguiente se puede visualizar que el docente de matemáticas se acerca a un estudiante que presenta dificultades con la comprensión del ejercicio. En esa instancia es el mismo docente quien entrega un camino para resolver, fomentando el tránsito entre las representaciones que acepta la tarea.

PMA: Ya, pero resuelva, tiene que responder la pregunta. (Inicia lectura) si tengo nueve ovejas blancas, y también tengo nueve ovejas negras. ¿cuántas ovejas tengo en total?

Est: ¿Ovejas?

PMA: Sí, ¿cuántas ovejas tengo en total?

Est: Eh, tres...(inaudible)

PMA: No, recuerde que tiene que hacer otro tipo de operación. Cuando me preguntan por el total, ¿qué operación debo hacer?

Est: Ovejas negras

PMA: Debo agregar, debo juntar, por lo tanto, nuestras nuevas ovejas blancas y las nuevas ovejas negras, ¿qué voy a hacer con estas dos cantidades?

Est: (inaudible)

PMA: Ya, perfecto, dale, voy a ver cómo lo resuelves.

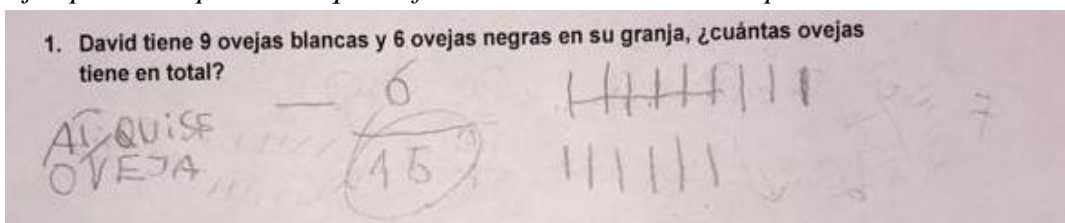
Est: Ya.

PMA: ¿Cómo sería?, si gustas puedes hacer una línea por cada una de las ovejas que hay y luego contarlas. vamos, a ver cómo te va con esa estrategia.

Particularmente, la figura 4 muestra el tránsito realizado por el estudiante desde las representaciones simbólicas que aparecen en el problema a una representación pictórica. Sin embargo, no se pide realizar la conexión de manera explícita.

Figura 4.

Ejemplo de respuesta en que se fomentó el tránsito entre representaciones.



4.2.4 Favorecimiento del discurso matemático.

En esta subcategoría se han agrupado los subepisodios en que los y las docentes fomentan la comunicación de ideas matemáticas en las clases. Como se muestra en la tabla 9, esta subcategoría es una práctica que predomina fuertemente en la Dupla A y particularmente en la educadora diferencial que forma parte de la dupla. En esta subcategoría hemos identificado tres patrones: a) realización de preguntas con respuesta breve; b) establecer duplas de trabajo; y c) recordar que el trabajo es en duplas.

Tabla 9.

Frecuencias favorecimiento del discurso matemático.

	Dupla A		Dupla B	
	PM	PD	PM	PD
Realización de preguntas con respuesta breve	4		1	
Establecer duplas de trabajo	1	15		
Recordar que el trabajo es en duplas	5	4		

Un primer patrón identificado tiene relación con acciones para promover un diálogo inicial, y la hemos etiquetado como *realización de preguntas con respuesta breve*. En el siguiente extracto se muestra un ejemplo de esto en el que el docente de matemáticas recibe una duda de un estudiante. Este responde proyectando la pregunta a todo el curso ¿Qué significa que una fracción sea irreductible? y en un coro de voces las y los estudiantes entregan la respuesta. Impulsando una intervención colectiva al recordar un dato de ayuda para resolver la guía.

Est1: ¿Qué significa una fracción irreductible?

PMA: Preguntémosle al curso. (indicaciones al curso)
Curso, a ver, ¿Qué significa que una fracción sea irreductible?

Curso: Que no se puede reducir.

PMA: Que no se puede reducir, es decir, que no se puede seguir simplificando.
¿sí?, ¿alguna otra duda?

Est1: No.

Un segundo patrón lo hemos etiquetado como *establecer duplas de trabajo* y agrupa las acciones en que los y las docentes propician el trabajo colaborativo. El siguiente extracto muestra un ejemplo de la dupla A. En este, al comienzo de la clase, ambos docentes se encuentran componiendo las duplas de trabajo. Como se evidencia, se reúne a un grupo de tres estudiantes para resolver la evaluación sumativa. Esta estrategia está contemplada desde la reunión de trabajo colaborativo.

PMA: Vamos Estudiante 1 y Estudiante 2

Est1: ¿Estudiante 1 y Estudiante 2?

PDA: y Estudiante 3-

PMA: ¿Estudiante 3 también es 5?

PDA: Sí, eran tres ¡Estudiante 3!, chicos vengan los tres al otro lado, aquí, en el caso de ustedes como son 45 son los únicos que quedan como 3, ustedes 3.

Est2: ¿Nosotros?

PDA: Ustedes tres, sí, los tres hacen la prueba

Est3: Aaah...

PDA: Pero va hacer más exigente, ya los tres siéntense ahí

El tercer patrón lo hemos etiquetado como *recordar que el trabajo es en duplas* y en el se agrupan los momentos en que los y las docentes se cercioran que la elaboración de duplas no es solo para estar con el compañero(a) asignado, si no que se trata de un trabajo en equipo ante las tareas asignadas en la guía de trabajo. El siguiente extracto muestra un ejemplo en el que la profesora diferencial, ante la duda que surge de un estudiante del grupo, se acerca indicando que trabajen en equipo con sus compañeros de grupo y les ofrece respuesta a la pregunta relacionada con la entrega de la guía.

PDA: Chicos, la idea es que trabajen en equipo con su compañera o compañero... dígame

Est1: ¿Hay que poner los dos nombres aquí?

PDA: Sí en la que van a entregar los dos, entregan sólo una

PMA: Sí, solamente entregan un instrumento, el otro es borrador

4.2.5 Planteamiento de preguntas deliberadas.

En esta subcategoría se agruparon los subepisodios que aluden a los momentos en que algunos de los o las profesoras realizaban preguntas a sus estudiantes. Como se observa en la tabla 10, en estos extractos hemos identificado tres patrones que se relacionan con el objetivo de la pregunta: a) recopilar información; b) explorar el razonamiento; y c) alentar la reflexión y la justificación. Asimismo, como muestra la tabla 10, existe uso constante de aquellas preguntas que promueven aprendizajes memorísticos.

Tabla 10.

Frecuencias planteamiento de preguntas deliberadas.

	Dupla A		Dupla B	
	PM	PD	PM	PD
Recopila información	12	13	29	2
Explora el razonamiento			2	
Alienta la reflexión				1

El patrón relativo a preguntas para *recopilar información* agrupa los extractos en que los y las profesoras utilizan preguntas que promueven habilidades memorística mediante recordar hechos o procedimientos previamente aprendidos. En el siguiente extracto se visualizan varias preguntas en la clase realizadas por la docente de matemáticas mientras escribe los ejercicios en la pizarra. Por ejemplo, la primera pretende que los y las estudiantes recuerden el valor posicional de la milésima. Luego se realizan preguntas para recordar el procedimiento relacionado. Ambos ejemplos promueven la memorización, no dejando espacios para la reflexión.

PMB: Ya, vamos a aproximar a la milésima, y cuando hablamos de la milésima, ¿cuántas cifras decimales?

Est: Tres

PMB: Tres, ¿cierto? entonces aquí ¿cierto? vamos a aproximar. Son tres cifras a la milésima, vamos a aproximar por defecto y por exceso. Y por defecto el número queda tal como aparece, ¿Cuánto sería? ¿Cuánto sería el número por defecto?

Est: Tres coma ciento cuarenta y uno (3,141)

El patrón relativo a las preguntas que *exploran el razonamiento* agrupa los extractos en que las acciones de las o los profesores buscan que las y los estudiantes demuestren lo comprendido a través de la ejemplificación, comparación, parafraseo, entre otras. El siguiente extracto ejemplifica lo anterior en un episodio en dónde el docente vuelve a un grupo que ya había apoyado, pregunta primero por la respuesta y ante la incertidumbre del estudiante pregunta *¿Cómo lo hizo?* incitando a que el estudiante trabaje la habilidad de explicar el procedimiento que ha ocupado para resolver el ejercicio.

PMB: ¿Cuánto le quedó al final?

Est1: Es que es que no se si yo lo estoy haciendo mal o algo por que queda 3 ¿3 raíz de 2?

PMB: Ya pero ¿cómo lo hizo a ver?

Est1: Este (inaudible) el 4 al cuadrado ¿no?

PMB: ¿Por qué 4? si el el triángulo está aquí, queda 3

Est1: Porque el punto está aquí.

El tercer patrón relativo a las preguntas que *alientan la reflexión y la justificación* agrupa los subepisodios en que los o las docentes hacen preguntas para que las y los estudiantes puedan realizar inferencias, u acciones similares. Por ejemplo, el siguiente extracto muestra el momento en que la docente diferencial pregunta a un estudiante *¿cómo hago que la X ya no esté elevada a dos?* Para responder, el estudiante debe poner a prueba, examinar, priorizar, entre otras, buscando para entregar los argumentos que legitimitizan el trabajo realizado.

PDB: (Inaudible) ¿cómo hago que la X ya no esté elevada a dos?

Est: (Inaudible)

PDB: Exacto...entonces lo transformó en raíz y me quedaría raíz de cincuenta y ocho, igual a X. ¿si? cincuenta y ocho no se puede descomponer, por ende o resuelvo la raíz o lo dejo así.

Est: Teniendo en cuenta que estamos aproximando va a ver que resolver la raíz

PDB: Exacto, entonces, por ejemplo, raíz de cincuenta y ocho sería siete coma setenta y uno, eso es el A. ¿si?. Ahí te envié la foto del ejercicio, este es el ejercicio cuatro de la página diecisiete del texto.

4.2.6 Elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual

Esta subcategoría agrupa los subepisodios en los que las acciones docentes apuntan a un desarrollo de las habilidades para calcular utilizando procedimientos algorítmicos. En dicha subcategoría hemos identificados dos patrones: *elección del método para resolver* y *fundamentación de la eficiencia del método*. Como muestra la tabla 11, esta subcategoría tuvo mayor presencia en la dupla B y específicamente en el profesor de matemáticas.

Tabla 11.

Frecuencias elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual.

	Dupla A		Dupla B	
	PM	PD	PM	PD
Elección del método para resolver	1		1	
Fundamentación de la eficiencia del método			6	

El primer patrón agrupa los extractos en donde las y los mismos estudiantes son protagonistas de su proceso de resolución de problemas. Concretamente, nos referimos a que se alienta a que el o la estudiante tome decisiones respecto a que procedimiento utilizar. En el siguiente extracto, se observa una conversación entre el profesor de matemáticas de la dupla A y un estudiante con NEE. Dicho estudiante realiza una evaluación distinta de la de sus compañeros y compañeras. En dicha evaluación el estudiante propone una estrategia: realizar la suma con la representación pictórica de los números simbólicos que aparecen en el problema.

PMA: Cuénteme Estudiante PIE, ¿qué pasó?

Est: (Inaudible)

PMA: Dice el enunciado: responda las siguientes preguntas, la primera, acompáñame tu con la lectura, comienza a leer.

Est: Realiza lectura (incomprensible).

PMA: ¿Cuántas ovejas tiene en total? por lo tanto, ¿que tendría que hacer?

Est: ¿Dibujarlo?

PMA: Puede ser una estrategia dibujar. La idea es que logres contabilizar cuántas ovejas

tiene en total, da lo mismo su color ¿ya? vamos, haz tu primer intento.

El segundo patrón tiene fue inferido de los extractos en que las decisiones sobre los procedimientos son tomadas por el o la docente. En el siguiente extracto se observa un ejemplo en el que la docente de matemáticas de la dupla B propone a las y los estudiantes utilizar un método específico que es ejemplificado. De esta forma, la profesora limita la posibilidad de los estudiantes de enfrentarse a un proceso de resolución de problemas y transforma la actividad en una aplicación.

Est: ¡Profe! hay dos que no entiendo

PMB: Pero están en la prueba así las vamo hacer, como cual, a ver

Est: Esta y esta

PMB: Ya esas hacemos ya, bueno no es que tengo que hacerla aquí, voy a hacer esa

Est: Profe, (inaudible)

PMB: Sí, ahh no

Est: Profe, la Estudiante 1 dijo (inaudible)

PMB: Sí, pero hay otros métodos, yo les voy a enseñar otro método para hacerla ¿ya?
Lo que pasa es que no siempre en las pruebas están donde no tenemos compás y también algunos utilizan un hilo, hay distintos métodos, yo les voy a enseñar con el teorema de Pitágoras ¿ya?

4.2.7 Favorecer el apoyo al esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas

En esta subcategoría se agrupan los extractos en que el profesor o profesora alienta mediante sus acciones alienta de alguna forma a que el o la estudiante enfrente el conflicto cognitivo que supone una tarea realmente problemática. En dicha subcategoría hemos identificado dos patrones: *adueñarse del pensamiento del estudiante* y no dar la respuesta a la tarea. Como puede observarse en la tabla 12 la estrategia con mayor presencia en las clases tiene relación con entregar la forma en que se resuelven tareas. Esto provoca que los estudiantes no tengan oportunidad de razonar y solo se les deje la oportunidad de aplicar procedimientos.

Tabla 12.

Frecuencias favorecer el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas.

	Dupla A		Dupla B	
	PM	PD	PM	PD
Adueñarse del pensamiento del estudiante	19	14	7	3
No dar la respuesta a la tarea	5	3	3	2

El patrón relativo a adueñarse del pensamiento del estudiante mostrando la forma en que se resuelve la tarea agrupa los extractos en los que ocurría lo que se considera contrario a entregar apoyo a las y los estudiantes. En estos extractos él o la docente entregaba sin preámbulo el camino a seguir para resolver la tarea o entregaban la respuesta de ella. A continuación, se muestra un extracto en que el docente no permite que el estudiante explore y piense en las diferentes formas de resolver el problema. Por el contrario, entrega los pasos a seguir para desarrollar la tarea e incluso respondiendo a sus mismas preguntas.

PMB: Ahora, si yo, cierto, resto este número irracional lo resto con esto, va a generarse un valor pequeñísimo que se le llama error porque hay una diferencia ¿ya? lo mismo acá ¿Qué número es mayor? ¿Este o ese?

Est1: ¿Cuál?

PMB: ¿Cuál de los dos números es mayor?

Est2: Ese

PMB: Ese, ese es el número, pero y en este caso cuál de los dos números es mayor

Est3: Ese

PMB: Este, muy bien, ya eso tienen que tenerlo claro

Est4: Profe (inaudible)

PMB: Por efecto a nosotros nos están preguntando a la milésima entonces ¿a la milésima cuantas cifras dijimos? uno, dos, tres. Ahí lo tenemos que cortar ¿cierto? porque ya vimos el orden que dan las cifras decimales, esta son las más usadas y son las que vamos a trabajar en segundo medio, son las que se utilizan, ahora, lo primero que hago es hacer el corte y luego hago la aproximación por defecto la escribo tal como aparece cortada, cierto, ahí, pero por exceso a la cifra que me indica le tengo que sumar un uno, y ahí por eso me quedó uno más el uno me da esa cifra dos ¿ya?

porque la definición de por exceso me dice que por esa cifra que me están señalando le tengo que sumar un uno, en cambio está la anoto tal como aparece. Y lo otro que hago es comparar esta cifra con la mayor que está. Si es mayor porque ahí está el número completo, pero esta cifra como le sumamos un uno ahí, es mayor que está ¿ya? pero nos damos cuenta de que va a haber una diferencia mínima si restamos, pero pequeñísima, hay un error que se le llama, y esta es la aproximación por defecto y exceso, nada más. Son las menos usadas.

El segundo patrón que tiene relación con los episodios en donde se guía al estudiante sin dar respuesta agrupa los subepisodios en los que él o la profesora da oportunidad de que existan un esfuerzo productivo. Esto se realiza dando la oportunidad para que los estudiantes piensen en el camino a seguir. En el siguiente extracto el docente de matemáticas explicó que es la estudiante quién debe recordar y aplicar las herramientas que tiene para resolver los desafíos planteados.

Est1: Profe no entiendo algo... (inaudible)

PMA: Léame el enunciado ¿qué dice?

Est1: (Inicia lectura).
Considerando el enunciado de la pregunta anterior, (incomprensible) a la equivalencia de la expresión A...

PMA: Siga con la lectura, ¿cómo se lee eso?

Est2: A partido en B.

PMA: A partido en B ¿multiplicado por?

Est2: C.

PMA: Por C ¿Cómo queda cuando multiplico una fracción con un número entero? Eso es lo que tienen que recordar, cuál de estas expresiones es la que representa la multiplicación de un número entero por una fracción. No sé, yo no puedo dar respuestas pero piénsenlo ¡vamos!

4.2.8 Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes.

Esta subcategoría agrupó los subepisodios en los que los o las docentes tratan de recoger y emplear las evidencias recolectadas acerca de cómo piensan los estudiantes en relación a las matemáticas para tomar decisiones. En esta subcategoría hemos identificado dos patrones: *registrar el proceso y uso de las evidencias para la toma de decisiones*. Como puede observarse

en la tabla 13, existe la intención de que se registren evidencias de los diferentes razonamientos de los y las estudiantes. Sin embargo, la baja frecuencia en el segundo patrón parece indicar que no se realiza un análisis de este.

Tabla 13.

Frecuencias obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes.

	Dupla A		Dupla B	
	PM	PD	PM	PD
Registrar el proceso	2	1	4	2
Uso de las evidencias para la toma de decisiones	1		1	

El primer patrón agrupa los extractos en que se pudieron observar las diferentes acciones, estrategias, materiales en que los y las docentes registran o piden registrar la información a sus estudiantes. En el siguiente extracto se visualiza un momento de la clase de la dupla B, en donde la docente de matemáticas indica que la resolución de la guía debe estar en el cuaderno y ser entregado. Esto es un indicativo de que existe conciencia de que deben quedar evidencias de las formas de resolver la tarea.

PMB: Ya si raíz de 3.. estamos en la número 18 de la página 11 del cuaderno de actividades, acuérdense que ustedes tienen que hacer las páginas del cuaderno de actividades, también va hacer una nota que se va a ir promediando ¿ya? más la guía, el que termina la guía, y no es obligación presentarla y lo quiera promediar con la prueba también lo podemos hacer pero tiene que presentarla mañana ¿ya? la guía es con desarrollo no es solamente el resultado ¿ya?

Est: ¿Cuál guía?

PMB: La guía de actividades la que hicimos la semana pasada, todo tiene desarrollo, en el cuaderno o ahí ¿ya? pero me tienen que entregar el desarrollo que hicieron en el cuaderno

Est: (Inaudible)

PMB: No porque había algunas que no se podían hacer con cálculo mental, era imposible el cálculo mental

Est: (Inaudible)

PMB: Esa hojita me la tiene que entregar

El segundo patrón agrupa los extractos en que se demuestra el uso de la información registrada para intencionar nuevos aprendizajes. En el siguiente ejemplo, que se encontró en la dupla B, la docente de matemáticas entrelaza contenidos ya vistos, para poder utilizar los aprendizajes previos y ligarlos a aquellos nuevos aprendizajes, en este caso, nuevos ejercicios de aproximación de números.

<i>PMB:</i>	Ya si raíz de 3.. estamos en la número 18 de la página 11 del cuaderno de actividades, acuérdense que ustedes tienen que hacer las páginas del cuaderno de actividades, también va hacer una nota que se va a ir promediando ¿ya? más la guía, el que termina la guía, y no es obligación presentarla y lo quiera promediar con la prueba también lo podemos hacer pero tiene que presentarla mañana ¿ya? la guía es con desarrollo no es solamente el resultado ¿ya?
<i>Est:</i>	¿Cuál guía?
<i>PMB:</i>	La guía de actividades la que hicimos la semana pasada, todo tiene desarrollo, en el cuaderno o ahí ¿ya? pero me tienen que entregar el desarrollo que hicieron en el cuaderno
<i>Est:</i>	(inaudible)
<i>PMB:</i>	No porque había algunas que no se podían hacer con cálculo mental, era imposible el cálculo mental
<i>Est:</i>	(inaudible)
<i>PMB:</i>	Esa hojita me la tiene que entregar

5. Discusión y Conclusiones

El objetivo general de esta investigación fue identificar las estrategias docentes presentes en el trabajo colaborativo de las duplas entre un profesor/a de matemáticas y ed. diferencial. En este sentido, se contemplaron los aportes desde la especialidad de cada docente de la dupla y se analizó también la conjugación de los aportes de cada profesional acerca de las estrategias. El objetivo se abordó mediante un análisis de contenido de las transcripciones de reuniones de trabajo colaborativo y de las clases realizadas por dos duplas. Dicho análisis se realiza utilizando como categorías deductivas los tipos de co-docencia (Cook y Friends, 1995) y las prácticas efectivas de enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2015). Estos mismos elementos teóricos organizan este capítulo, que termina con las conclusiones, limitaciones y proyecciones.

Co-docencia

Los resultados muestran que la dupla A utiliza un estilo de co-docencia con características de: a) uno enseña, otro asiste; b) enseñanza en equipo; y c) enseñanza en estación. Por su parte, la dupla B utiliza cuatro: a) uno enseña, otro asiste; b) uno enseña, otro observa; c) enseñanza en equipo; y d) enseñanza alternativa. Sin embargo, predominan, en las clases de ambas duplas, la co-docencia del tipo uno enseña, otro asiste. La característica que posee esta modalidad, en ambas duplas, es que concentran el protagonismo de él y la docente de matemáticas por sobre las docentes diferenciales. Esta modalidad se evidencia en la guía de Gersten y colaboradores (2009), en la que se refleja y generaliza el lineamiento de la enseñanza de las matemáticas, sin considerar los pilares que aportan la educación diferencial. Si bien, según Cook y Friends (1995) existen seis formas diferentes en que docentes diferenciales pueden participar durante la clase, el tipo de co-docencia en ambas duplas se reiteran. Un factor que puede explicar esto es que en primera instancia no fue posible encontrar indicios de que la participación de los profesores estuviera planificada. Este hecho provoca que roles de cada uno se establecen por inercia, reflejando un liderazgo por el docente experto en la materia.

Respecto la co-docencia mediante la enseñanza de la estación, se puede apreciar que está presente únicamente en la dupla A. Debido a que en las sesiones de planificación se evidencia que esta estrategia fue consensuada, es plausible que esta sea su causa. Durante la actividad se trabajó con los estudiantes pertenecientes al PIE, estableciendo sus respectivas adecuaciones a

los niveles de complejidad correspondiente según las necesidades de cada estudiante, encontrándose en niveles académicos inferiores en relación al grupo curso. Estas adecuaciones se aplican en sus guías de trabajo, las cuales fueron establecidas por ambos docentes en la planificación de la clase. La implementación realizada se ajusta a la descripción de este tipo de co-docencia realizada por Cook y Friend (1995). Por otra parte, en la dupla B no se evidencia esta estrategia de co-docencia, debido a que su planificación no apunta a un trabajo en duplas o grupos, si no, a un trabajo de repaso colectivo. En dicho repaso es la docente de matemáticas quien lidera la clase, mientras que la docente diferencial y las y los estudiantes, la mayor parte del tiempo, son receptores del conocimiento, dando razón a Lambert y Tan (2020) cuando mencionan que la educación diferencial se ha vinculado con la educación matemática desde la perspectiva que entiende las matemáticas como una transmisión de conocimientos.

Con respecto a la co-docencia mediante uno enseña, otro asiste, es importante mencionar que se encuentra presente en ambas duplas de trabajo con una frecuencia significativa. Sheppard y Wieman (2020) señalan que existen diferencias acerca de cómo la educación diferencial y la educación matemática entienden el significado del proceso de aprendizaje de las matemáticas. Esto se hace visible en nuestro trabajo cuando en los extractos de las transcripciones analizadas, él y la docente de matemáticas de cada dupla son los encargados de crear situaciones de aprendizaje. Particularmente, se evidencia cuando son los docentes de matemáticas quienes lideran la intervención durante las clases. Mientras las educadoras diferenciales intervienen ocasionalmente, dando contexto a hechos cotidianos para fomentar que las y los estudiantes establezcan conexiones entre los nuevos aprendizajes y sus experiencias. Según señalan Tan y colaboradores (2020) se podría considerar esto como matemáticas para los estudiantes en vez de matemáticas de los estudiantes. Esto significa que la enseñanza centrada en el profesor es deshumanizadora, pues no estimula a los estudiantes a usar sus propios conocimientos, experiencias o destrezas, diciéndole a los estudiantes qué aprender y cómo hacerlo. En consecuencia, los estudiantes se limitan pasivamente a seguir los pasos de los procedimientos descritos. Posiblemente, dicha situación se genera debido al rol que adopta la educadora diferencial al no manejar el contenido en su totalidad. Por tanto, se observa un trabajo

asistencial al profesor/a de matemáticas para poder acompañar a los estudiantes en las dificultades que presenten durante la resolución de problemas matemáticos.

En tercera instancia y relacionado a la co-docencia mediante enseñanza alternativa, esta se encuentra presente únicamente en la Dupla B con estudiantes pertenecientes al PIE. Particularmente, se evidencia cuando la educadora diferencial es quien entrega una dedicación personalizada a dichos estudiantes dentro de la sala de clases. Esto muestra una contraposición de lo que señala Tan y colaboradores (2020), quienes especifican que los estudiantes en situación de discapacidad deben tener oportunidades de aprendizaje en conjunto a su grupo curso, no de manera aislada. Por tanto, nuestros resultados demuestran que se perpetúan características de la integración por sobre la inclusión de los estudiantes.

Prácticas Efectivas para la Enseñanza de Matemáticas

En primer lugar y correspondiente a la estrategia de establecimiento de metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje, está emerge durante las reuniones de trabajo colaborativo en ambas duplas. Sin embargo, las frecuencias demuestran que hubo poco éxito en su aplicación posteriormente en la clase. El NCTM (2015) señala que las metas que guían la enseñanza no deben ser sólo una reiteración de un enunciado, sino más bien deben estar vinculadas de manera más específica con el currículo actual del salón de clase y con las necesidades de aprendizaje del estudiante. Asimismo, si bien no se necesitan anunciar las metas diarias, sí resulta importante que los estudiantes comprendan el propósito matemático de una lección y la forma en que las actividades contribuyen y apoyan su aprendizaje matemático. Nuestros resultados indican que esta estrategia no se implementa considerando su esencia, puesto que, durante la clase los docentes enunciaron y comprobaron que los objetivos de la clase/actividad estuvieran escritos en el cuaderno, sin considerar la comprensión del mismo ni del propósito matemático. A su vez, hace referencia a que el rol de establecer metas es cubrir las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, considerando por ejemplo las representaciones visuales para la comprensión, lo que no estaría presente durante la planificación de estrategias para trabajar con estudiantes con discapacidad visual dentro del aula.

En segundo lugar, se encuentra la práctica de implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas, los resultados muestran una mayor presencia en la reunión de trabajo colaborativo que en la aplicación durante la clase. Esto podría deberse a que como se señala en NCTM (2015), las tareas que requieren altos niveles cognitivos para su resolución resultan las más dificultosas de implementar en forma correcta y a menudo se convierten en tareas menos exigentes durante la enseñanza. Esto se reafirma con los resultados obtenidos, pues la implementación de tareas con bajo nivel de demanda cognitiva es la más frecuente durante las clases. Asimismo, como afirman Tan et al (2020), se suele infravalorar las habilidades de aquellos estudiantes en situación de discapacidad, por lo mismo, se les solicita menor esfuerzo, pudiendo contribuir con esto a un retraso en su formación en dicha materia.

En tercer lugar, acerca de la estrategia uso y vinculación de las representaciones matemáticas, en la dupla A se presenta una frecuencia mayor de esta durante la clase. Si bien durante la planificación se generaron instancias de conversación para abordar la adaptación del material de algunos estudiantes, estos se enfocaron específicamente a adecuaciones de graduación del nivel de complejidad (Decreto 83, 2015) para dos estudiantes pertenecientes al PIE. Sin embargo, no se realizaron adecuaciones de acceso que permitan abordar las formas de representación matemática para estudiantes en situación de discapacidad visual. En esta línea, De Carvalho Rutz da Silva et al (2018) mencionan que los recursos utilizados por aquellos estudiantes con ceguera son artefactos táctiles y/o auditivos de uso cotidiano. No obstante, estos elementos no se presentaron durante la clase para apoyar o reemplazar tareas propuestas. Este hecho es crítico pues este tipo de recursos contribuyen a representar las matemáticas de diversas maneras, ya sean física, verbal, simbólica o contextual. Al no evidenciarse el uso de ningún otro instrumento en clases que no fueran: guía de trabajo, pizarra y lupas de estudiantes de baja visión, se presume que no se cumple con hacer accesible las tareas que pretenden construir aprendizajes. En decir, las especialidades de ambos docentes sólo coexisten, sin evidenciar un trabajo colaborativo atingente.

En cuarto lugar, en la estrategia favorecimiento del discurso matemático significativo se evidencia que en la dupla B, su presencia en clases es mínima. Por el contrario, la dupla A proyecta esta estrategia desde la reunión colaborativa a la clase. El NCTM (2015) Establece que

los docentes deben impulsar a los estudiantes a compartir sus ideas, estrategias y razonamientos matemáticos, apoyándose de diversas representaciones matemáticas, facilitando y promoviendo el discurso entre ellos y ellas, entregando herramientas y ubicándolos como protagonistas al explicar y defender sus enfoques. No obstante, los datos revelan que si bien los docentes otorgaban los espacios para promover el discurso entre ellos, no generaban instancias donde el estudiante fuera protagonista de su aprendizaje. Más bien, el discurso se limitaba a tener un rol de aprendices a través de la repetición y memorización del contenido. A su vez, las instancias de discusión y explicación grupal fueron acompañadas de representaciones visuales en la pizarra, impidiendo que los estudiantes con discapacidad visual puedan evidenciar los pasos a seguir de la estructura matemática. Asimismo, hubiera sido una estrategia coherente el uso de materiales táctiles para una mejor comprensión del discurso matemático.

En quinto lugar, con relación a la práctica planteamiento de preguntas deliberadas, cabe destacar que esta estrategia se efectúa durante las clases sin una planificación previa respecto al tipo de preguntas o modelo de cuestionamiento que se utilizará a través de ellas. Esto es crítico pues como señalan Minte y et al (2020), mediante las preguntas se origina la discusión, el debate, el juicio, la comprensión, la argumentación y el intercambio de información entre los participantes de un grupo o de un curso. Por tanto, por parte de los docentes no se considera una estrategia, más bien un recurso durante la clase y por ende, no entregan la importancia de preparación necesaria para sacar provecho, lograr objetivos y tener resultados. Asimismo, esta estrategia está fuertemente ligada al favorecimiento del discurso matemático, ya que es en esta instancia donde se produce la mayor cantidad de preguntas deliberadas, generando preguntas de bajo rendimiento y fomentando la incapacidad de resolver tareas lo suficientemente problemáticas para los estudiantes. En este contexto, los datos muestran que ambas estrategias se realizan usando un nivel cognitivo inferior a través de la memorización y repetición. Lo anterior, impide establecer preguntas que permitan un mayor cuestionamiento por parte de los estudiantes y caracterizándose por ser el docente quién recopila información del conocimiento memorizado a través de las preguntas. No obstante, estas preguntas no permiten que los estudiantes desarrollen habilidades cognitivas superiores, relegando a repetir y aplicar de manera memorística lo necesario para entregar una respuesta correcta.

En sexto lugar, en la estrategia de elaboración de la fluidez procedimental la cual no está contemplada en la reunión de trabajo colaborativo en ninguna dupla. Sin embargo, esta estrategia si está presente durante las clases. Concretamente, se evidenció una baja comprensión y además una baja fluidez procedimental, reflejado en que mayoritariamente la estrategia utilizada es la memorización y repetición de los procedimientos. Esto genera una escasez de comprensión y fomenta un aprendizaje mecánico, donde los estudiantes no logran desarrollar y aplicar un pensamiento crítico en virtud de nuevas formas de aprendizaje. Esto es contrario a lo que establece el NCTM (2015), cuando señala que el desarrollo en los estudiantes de la fluidez en el cálculo numérico va más allá de hacer que ellos memoricen hechos numéricos o una serie de pasos que no se vinculan con la comprensión. La probable causa del abordaje de esta estrategia es la falta de planificación de la misma, generando una puesta en marcha de tareas de repetición y promoción de actividades de bajo nivel cognitivo.

En séptimo lugar y con respecto a la estrategia favorecer el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas, en ambas duplas de trabajo no se planificaron acciones que aborden esta estrategia. Sin embargo, los resultados indican que durante las clases esta estrategia tuvo una frecuencia significativa. Como establece el NCTM (2015), los profesores deben aceptar que el esfuerzo de las y los estudiantes es importante para el aprendizaje de las matemáticas, así como también transmitirles este mensaje y darles tiempo y herramientas para que intenten superar sus incertidumbres. A su vez Sheppard y Wieman, (2020) establecen que en el caso de los docentes de matemáticas, estos ayudan eliminando confusiones y dando pasos o reglas a seguir y que permiten resolver el problema. Sin embargo, esto limita la oportunidad de que soluciones y estrategias puedan surgir de los mismos estudiantes. Esto último es lo más frecuente en las clases, pues uno de los patrones que surgió en el análisis fue adueñarse del pensamiento de los estudiantes, es decir, el docente entrega la respuesta de los problemas matemáticos. Esto es contrario a lo planteado por NCTM (2015) y Tan (2020), quienes señalan la importancia de dignificar las matemáticas; puesto que aplicando esta estrategia de manera inconsistente, como demuestran los resultados, se provoca que los estudiantes incorporen en sus creencias, inseguridades con respecto a sus habilidades en las matemáticas. Además, se valida

la realización del esfuerzo mínimo, proyectando estas convicciones a sus vidas y a todas aquellas situaciones que vivan más allá de las clases de matemáticas.

Por último, respecto a la estrategia obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes, si bien en ambas duplas se planificaron actividades que permiten indagar en el pensamiento de sus estudiantes, se debe dar al real significado de esta práctica. El NCTM (2015) estipula que esta estrategia debe focalizar en la importancia de recolectar información a través de instrumentos o actividades, para luego organizar la recopilación de evidencias y planificar en consecuencia actividades que atiendan específicamente a las dificultades evidenciadas. Sin embargo, los datos sugieren que durante la planificación de actividades no se considera ni utiliza la información recopilada, impidiendo abordar y trabajar con la evidencia obtenida. De hecho, los datos sugieren que los docentes planifican en base a sus percepciones de los estudiantes y no sobre evidencias concretas. Por ejemplo, en la reunión de planificación previa no se usan las evidencias sino más bien percepciones de los docentes para tomar decisiones, puesto que durante la reunión nunca revisaron una respuesta de estudiantes de clases anteriores. Esto provoca que sus planificaciones se desarrollaron en función de sus apreciaciones personales acerca de los procesos de aprendizaje de cada estudiante. Esto es preocupante pues indicaría que en clases no se busca identificar y atender las necesidades que puedan surgir a los estudiantes durante la resolución de problemas matemáticos. Más aún, según los datos obtenidos, los docentes solo se focalizan en que las y los estudiantes concentren la materia por escrito.

Conclusiones

Con respecto a la pregunta de investigación ¿Qué características tienen las estrategias de enseñanza aplicadas en estudiantes en situación de discapacidad visual, desarrolladas en trabajo colaborativo entre un educador/a diferencial y un/a docente de matemáticas? Las estrategias de co-docencia que emergieron en nuestro análisis revelan que existe un liderazgo notorio por parte de él y la docente de matemáticas en cada dupla. Sumado a esto, los roles que cada docente tomará en las clases no se definen previamente, por lo cual quedan a la improvisación durante la relación de las actividades propuestas. Ante esto, se evidencia que las docentes de educación diferencial se relegaron a un papel secundario y asistencialista. Si bien existe un trabajo colaborativo, se evidencia que los docentes practican una comunicación

asincrónica durante cada tipo de co-docencia, enseñanza de la estación, enseñanza alternativa y uno enseñanza y otro asiste; promoviendo tareas de bajo nivel bajo nivel entre los estudiantes. Por consiguiente, no se cubren las necesidades de los estudiantes en situación de discapacidad visual, ni aquellos que pertenecen al PIE, e incluso la clase completa.

Por otra parte, algunas de las estrategias matemáticas como preguntas deliberadas, apoyo al esfuerzo y elaboración de la fluidez surgen normalmente de manera espontánea por parte de las y los docentes. Por tanto, esto es un indicativo de que surgen desde la improvisación pues no fueron contempladas previamente en la reunión de trabajo colaborativo. En este sentido, es importante que aquellas estrategias que los profesores utilizan día a día sean implementadas de forma crítica. Solo mediante una implementación de forma consciente y respondiendo a un propósito claro se podrán implementar clases que efectivamente promuevan el pensamiento matemático de todos los estudiantes (NCTM, 2015). Otra peculiaridad de las estrategias matemáticas es que se encuentran condicionadas a la falta del uso de evidencia del pensamiento matemático de los estudiantes en la planificación de actividades, lo que conlleva a realizar adecuaciones poco atingentes y poco específicas a la idea matemática y a la necesidad educativa especial de cada estudiante perteneciente al PIE. Además, se demuestra en los resultados obtenidos que, en muchas de las estrategias existen actividades que poseen un bajo nivel cognitivo entre estos, recordar, comprender y aplicar. Por tanto, se coarta la posibilidad de los estudiantes de pensar matemáticamente y se les priva del derecho a recibir una educación matemática de calidad.

Limitaciones y Proyecciones

Si bien esta memoria toma un planteamiento cualitativo, una de las principales limitaciones de esta investigación tiene relación con la acotada muestra que se ocupó (dos duplas colaborativas de un mismo establecimiento). Esto hace que no exista una gama de diversidad en cuanto a la cultura escolar que es propia de cada establecimiento. Asimismo, no se logra plantear una generalidad en cuanto a los resultados encontrados. No obstante, los resultados y lo que reporta la literatura permiten establecer algunos lineamientos generales que pueden resultar de utilidad para las escuelas en que se realizan clases colaborativas.

Por otra parte, otro aspecto que limita el alcance de este trabajo tiene relación con que no se pudo grabar una reunión de trabajo colaborativo post clase. Es decir, no se logró visualizar la retroalimentación y reflexión de los realizado por los y las profesoras. Esto afecta directamente la posibilidad de visibilizar evidencias respecto del trabajo realizado por las y los estudiantes y cómo este influye en las decisiones de los y las docentes. Sin embargo, las evidencias aportadas en esta memoria son suficientes para inferir que no se utiliza evidencia del pensamiento durante las clases.

Otra de las limitaciones tiene relación con las técnicas de recolección de información, ya que, si bien a través de grabaciones se obtuvieron los datos requeridos, esto no permitió obtener información no verbal. Este hecho dificulta extraer con mayor precisión y profundidad algunos momentos de las sesiones en que los docentes interactúan entre sí y con sus estudiantes.

Este estudio, por una parte, posibilita la comprensión y reflexión sobre las prácticas pedagógicas utilizadas en una dupla docente en trabajo colaborativo con respecto a las matemáticas escolares. En este sentido, entre las posibles proyecciones que pueden continuar esta investigación, encontramos una ampliación de la muestra mediante la obtención de más participantes. Asimismo, se podrían realizar grabaciones de mayor cantidad de clases pues una sola clase solo permite una fotografía de un momento. Esto mismo aplica para las reuniones de trabajo colaborativo. En último lugar, una vía de continuación tendría relación con la realización de entrevistas a las y los docentes participantes, de esta manera se aportará con mayor precisión las perspectivas docentes y las razones subyacentes de las estrategias utilizadas.

6. Referencias

- Alfaro, L. y Rojas, L. (2016). Desempeño de personas con la adecuación de tiempo adicional en una prueba estandarizada. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva*, 10(1), 215-227. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-73782016000100011>
- Alveal, J. y Rojas, O. (2017). *Aprendizaje de matemática en estudiantes en situación de discapacidad visual que acceden a la educación secundaria. Un estudio de caso* [Tesis de Grado, Universidad de Concepción]. Repositorio UdeC. . <http://repositorio.udec.cl/bitstream/11594/2510/4/Alveal%20-%20Rojas.pdf>
- Arellano, E. (2013). Epistemología de la investigación cuantitativa y cualitativa: paradigmas y objetivos. *Revista de Claseshistoria*, 12, 3-26.
- Burbano, V. M. y Massani, J. F. (2020). La utilización del ábaco y el sistema braille en estudiantes con discapacidad visual que asisten a la educación básica primaria. *Horizonte de la Ciencia*, 10(19), 118-129. <https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2020.19.592>
- Cook, L. y Friend, M. (1995). *Co-teaching: Guidelines for creating effective practices. Focus on Exceptional Children*, 28(3), 1-16. <https://doi.org/10.17161/foec.v28i3.6852>
- Comisión de Expertos de Educación Especial. (2004). *Nueva perspectiva y visión de la educación especial informe de la comisión de expertos*. Ministerio de Educación Chile. https://especial.mineduc.cl/wpcontent/uploads/sites/31/2016/08/201304151157200.Doc_Nueva_perspectiva_vision_Ed_Especial.pdf
- Decreto 83. Aprueba criterios y orientaciones de adecuación curricular para estudiantes con necesidades educativas espaciales de educación parvularia y educación básica de 2015. Ministerio de Educación (2015).
- Decreto 291. Reglamenta funcionamiento de grupos diferenciales en establecimientos educacionales del país de 1999. Ministerio de Educación (1999).
- Decreto 170. Fija normas para determinar los alumnos con necesidades educativas especiales que serán beneficiarios de las subvenciones para educación especial de 2009. Ministerio de Educación (2009).
- Della, B. J. (1987). *Notación matemática braille*. http://mate.dm.uba.ar/~spuddu/della_barca/

- Díaz, F. y Hernández, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista* (3a. Ed.). Mc Graw Hill.
- Díaz, B. L., Torruco, G. U., Martínez, H. M. y Varela, R. M. (2013). La entrevista, un recurso flexible y dinámico. *Investigación en Educación Médica*, 2(7), 162-167.
- Díaz, F. y Hernández, G. (2004). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. McGraw-Hill Interamericana.
- Figueiras, L., Healy, L. y Skovsmose, O. (2016). *Difference, inclusion, and mathematics education: Launching a research agenda. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 9(3), 15-35. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2016v9n3p15-35>
- Figuroa, G. R. (2012). Consentimiento informado en la nueva ley de derechos de los pacientes. *Revista Médica de Chile*, 140(10), 1347-1351. <https://dx.doi.org/10.4067/S0034-98872012001000017>
- Flores, J., Ávila, J., Rojas, C., Sáez, F., Acosta, R. y Díaz, C. (2007). *Estrategias didácticas para el aprendizaje significativo en contextos universitarios*. Kimpres. <http://biblioteca.clacso.edu.ar/Colombia/fce-unisalle/20170117011106/Estrategias.pdf>
- Gamboa, A. R. (2012). Gender equality in mathematics education. *Revista Electrónica Educare*, 16(1), 63-78. <https://doi.org/10.15359/ree.16-1.6>
- Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., Pantano, L., Jon, R. y Witzel, B. (2009). *Assisting students struggling with mathematics: Response to intervention (RTI) for elementary and middle schools*. US Department of Education e IES. <https://eric.ed.gov/?id=ED504995>
- Graziano, K. y Navarette, L. (2012). Co-teaching in a teacher education classroom: Collaboration, comprise, and creativity. *Issues in Teacher Education*, 21(1), 109-126.
- Inostroza, F. (2019). *La puesta en práctica de las políticas de inclusión escolar desde la perspectiva de las educadoras diferenciales* [Tesis doctoral no publicada]. Universidad Alberto Hurtado y Universidad Diego Portales. Santiago, Chile. <https://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.33172.24969>
- Healy, L. y Hassan, S. (2011). The role of gestures in the mathematical practices of those who do not see with their eyes. *Educational Studies in Mathematics*, 77, 157-174. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9290-1>

- Healy, L. y Hassan, S. (2014). Blind students, special needs, and mathematics learning. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 79-81). Springer
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación* (6a Ed.). McGraw-Hill.
- Hiebert, J., Morris, A. K. y Glass, B. (2003). Learning to learn to teach: An "experiment" model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 201-222. <https://doi.org/10.1023/A:1025162108648>
- Lambert, R. y Tan, P. (2020). Does disability matter in mathematics educational research. A critical comparison of research on students with and without disabilities. *Mathematics Education Research Journal*, 32, 5-35. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00299-6>
- León, O. G. y Montero, I. (1998). *Diseño de investigaciones*. McGraw Hill.
- Ley 19.628 Sobre protección de la vida privada de 1999. Diario Oficial de la República de Chile, Núm. 40.245 (1999). <https://www.diariooficial.interior.gob.cl/media/2012/04/24/do-20120424.pdf>
- Ley 20.584 Regula los derechos y deberes que tienen las personas en relación con acciones vinculadas a su atención en salud de 2012. Diario Oficial de la República de Chile, Núm. 36.451. <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1039348>
- Londoño, M. P. y Calvache, L. J. (2010). *Las estrategias de enseñanza: aproximación teórico-conceptual. Investigaciones sobre didáctica en instituciones educativas de la ciudad de Pasto*. Kimpres.
- Rodrigo-Mendizábal, I. (2017). El video como instrumento de investigación social: la antropología visual como metodología. *Razón y Palabra*, 21(97), 601-629.
- UNESCO. (1994). *Declaración de Salamanca y marco de acción para las necesidades educativas especiales*. Ministerio de Educación y Ciencia. <https://www.unioviado.es/ONEO/wp-content/uploads/2017/09/Declaraci%C3%B3n-Salamanca.pdf>
- Minte, M. A., Sepúlveda, O. H., Jaramillo, A. R. y Díaz, L. D. (2020). Evaluación en educación superior: características y demandas cognitivas de preguntas escritas. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 20(44), 43-52.

- Moreno, S. R. A. y Cantoral, U. R. A. (2021). Estudiantes con discapacidad visual: el discurso matemático escolar y la doble exclusión. *RAES*, 13(22), 169-179.
- NCTM. (2015). *De los principios a la acción: para garantizar el éxito matemático para todos*. Autor.
- Noreña, A. Alcaraz-Moreno, N., Rojas, J. G. y Rebolledo-Malpica, D. (2012). *Aplicabilidad de los criterios de rigor y éticos en la investigación cualitativa*. *Aquichán*, 12(3), 263-274.
- Ordóñez, G, G. Rojas, T, LM. y García, A, E. (2022). Elementos para adaptar una prueba de contenido matemático a personas usuarias del lector de pantalla. *Revista Educación*, 46(1), 1-16. <https://doi.org/10.15517/revedu.v46i1.44773>
- ONCE. (2007). *Guías de la Comisión Braille Española. Signografía matemática*. Comisión Braille Española, ONCE y Dirección de Cultura y Deporte. Departamento de Recursos Culturales.
- Rodríguez, G., Gil, F. J. y García, J. E. (1996). *Introducción a la investigación cualitativa*. Aljibe.
- Rojas, F., San Martín, C., Cáceres, A., Ramírez, C., Vega, V., Martínez, M. y Paniagua, X. (2021). Oportunidades de aprendizaje matemático para estudiantes con discapacidad intelectual en escuelas de educación especial. *Revista Brasileira de Educação Especial*, 27(3), 53-72. <https://doi.org/10.1590/1980-54702021v27e0122>
- Ruiz, Á. (2011). La lección de matemáticas a través de estudios internacionales con videos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8, 55-121.
- Salgado, L. (2007). Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos. *Liberabit. Revista de Psicología*, 13, 71-78.
- Sánchez, M., Revuelta, F. y González, M. (2005). Técnicas de recogida de información en los espacios virtuales. En Universidad de la Laguna (Eds.), *Actas del XII Congreso Nacional de Modelos de Investigación Educativa: investigación e innovación educativa* (pp. 535-542). AIDIPE.
- Sanhueza, R. (2016). Una experiencia de enseñanza de matemáticas para un estudiante con discapacidad visual. En J. Acevedo y S. Burgos (Coords), *Narrativas sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas* (pp. 21-26). Editorial Ceipari.

- De Carvalho Rutz da Silva, S., Mamcasz-Viginheski, L. y Midori, E. (2018). Inclusión en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Acta Scientiarum*, 40(3), e32210. <https://doi.org/10.4025/actascieduc.v40i3.32210>
- Stein, M. K. y Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275. <https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268>
- Tan, P. y Lambert, R. (2013). Dis/ability and mathematics: Theorizing the research divide between special education and mathematics. En M. B. Wood, E. E. Turner, M. Civil, y J. A. Eli (Eds.), *Proceedings of the 38th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (1057-1063). The University of Arizona..
- Tan, P., Padilla, A., Mason, E. y Sheldon, J. (2020). *Humanizar la discapacidad en la educación matemática: forjando nuevos caminos*. NCTM.
- Valliant, D. (2016). Trabajo colaborativo y nuevos escenarios para el desarrollo profesional docente. *Revista Hacia un Movimiento Pedagógico Nacional*, 60, 07-13.

7.Anexos

Anexo 1: Transcripciones

Anexo 1.1: [Transcripción clase dupla A](#)

Anexo 1.2: [Transcripción trabajo colaborativo dupla A](#)

Anexo 1.3: [Transcripción clase dupla B](#)

Anexo 1.4: [Transcripción trabajo colaborativo dupla B](#)

Anexo 2: Permisos/ Consentimientos.

Anexo 2.1: [Carta-autorización-instituciones-lugares-estudio](#)