Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Facultad de Filosofía y Educación

Departamento de Educación Diferencial

Análisis de las prácticas algebraicas y ejes de contenidos algebraicos presentes en los textos escolares de matemáticas adaptados al Braille para la educación básica

Tesis para optar al título profesional de Profesor en Educación Diferencial con especialidad en Problemas de la Visión

Autor: Hernán Garnica López

Profesor Guía: Juan Luis Piñeiro Garrido

Santiago de Chile, diciembre de 2024

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Facultad de Filosofía y Educación

Departamento de Educación Diferencial

Análisis de las prácticas algebraicas y ejes de contenidos algebraicos presentes en los textos escolares de matemáticas adaptados al Braille para la educación básica

Tesis para optar al título profesional de Profesor en Educación Diferencial con especialidad en Problemas de la Visión

Autor: Hernán Alejandro Garnica López

Profesor Guía: Juan Luis Piñeiro Garrido

Santiago de Chile, diciembre de 2024

DEDICATORIA

A mis excepcionales padres, Fresia López y Alejandro Garnica.

A mi gran hermano Benjamín.

A mi amada esposa, Alicia

A mi amada hija, Elisabeth

Que el Eterno los colme de bendiciones.

AGRADECIMIENTOS

Al Eterno y su Torá. Que sus principios me instan a perseverar momento a momento a ser la mejor versión de mí mismo y dar lo mejor a la sociedad.

A mi amada esposa, todo lo alcanzado también lleva su nombre. Su temple, lucidez, amor y bondad incondicional fueron un sostén permanente en cada etapa de este proceso.

A mi amada hija, cada “toc-toc-toc, ¡listo!” fue un llamado al equilibrio. Este logro también lleva tu nombre, porque estuviste en cada paso, presente y luminosa, guiando con tu ternura silenciosa… y a veces no tan silenciosa. Gra-cia

A la UMCE por su compromiso en formar profesionales conscientes y transformadores.

Al Departamento de Educación Diferencial con sus profesoras, profesores y estudiantes, cuya dedicación amplió mi comprensión de la diversidad, equidad y justicia social como principios éticos y pedagógicos fundamentales.

A mi profesor guía, Dr. Juan Luis Piñeiro, por su liderazgo académico, mirada crítica y generosa guía, que hicieron de este proceso una experiencia formativa invaluable e inspiradora.

Gracias por el apoyo, gracias por la paciencia, gracias a ti también, por ser y estar.

TABLA DE CONTENIDO

Resumen

Esta investigación analiza el pensamiento algebraico en estudiantes con discapacidad visual a través de textos escolares de 5° básico del programa "Sumo Primero", adaptados al sistema Braille en Chile. Frente a la escasa atención al álgebra temprana en materiales inclusivos, se caracterizaron 47 tareas según prácticas (generalizar, representar, razonar, justificar) y enfoques (aritmética generalizada, equivalencias, pensamiento funcional), mediante una metodología cualitativa y documental. Los hallazgos evidencian predominio del razonamiento y la aritmética generalizada con énfasis operativo, mientras que justificar y el pensamiento funcional están escasamente presentes. La adaptación literal garantiza accesibilidad física, pero limita la comprensión conceptual, en especial de relaciones funcionales y representaciones gráficas. Se concluye que los textos siguen un enfoque tradicional sustentado en pre-álgebra, lo que sugiere revisar materiales y fortalecer la formación docente para una inclusión pedagógica efectiva.

PALABRAS CLAVE: Álgebra temprana, Discapacidad visual, Textos escolares Braille, Prácticas algebraicas, adaptación pedagógica.

Abstract

This research analyzes algebraic thinking in students with visual impairment through 5th grade textbooks of the "Sumo Primero" program, adapted to the Braille system in Chile. In view of the scarce attention to early algebra in inclusive materials, 47 tasks were characterized according to practices (generalizing, representing, reasoning, justifying) and approaches (generalized arithmetic, equivalences, functional thinking), through a qualitative and documentary desing. The findings show a predominance of reasoning and generalized arithmetic with operational emphasis, while justifying and functional thinking are scarcely present. Literal adaptation guarantees physical accessibility, but limits conceptual comprehension, especially of functional relationships and graphic representations. It is concluded that the texts follow a traditional approach based on pre-algebra, which suggests revising materials and strengthening teacher training for effective pedagogical inclusion.

KEY WORDS: Early algebra, Visual impairment, Braille textbooks, Algebraic practices, pedagogical adaptation.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza del álgebra en la educación básica ha sido históricamente postergada, bajo la premisa de que su abstracción excede las capacidades cognitivas de los estudiantes más jóvenes. Esta mirada ha contribuido a la consolidación de un enfoque tardío y estrictamente simbólico del álgebra escolar, excluyendo formas más tempranas y comprensibles de pensamiento algebraico. Esta situación es especialmente crítica para estudiantes con discapacidad visual, quienes enfrentan barreras adicionales cuando los materiales educativos no consideran adecuadamente sus necesidades de acceso y comprensión. En este contexto, la presente investigación se propone caracterizar las tareas algebraicas presentes en los textos escolares de matemáticas de 5° básico del programa "Sumo Primero", adaptados al sistema Braille, con el fin de analizar en qué medida promueven el desarrollo del pensamiento algebraico en esta población.

El primer capítulo busca contextualizar el problema de investigación. Para ello, examina el bajo desempeño en álgebra observado en diversas evaluaciones a nivel nacional e internacional, evidenciando que los estudiantes con discapacidad visual enfrentan una brecha aún mayor. A partir de esta realidad, se plantea la tensión entre el enfoque tradicional de enseñanza centrado en la transición tardía desde la aritmética al álgebra y las propuestas de álgebra temprana que sugieren una introducción gradual y significativa desde los primeros niveles escolares. En este marco, se justifica la relevancia de analizar los textos escolares adaptados al Braille, pues constituyen uno de los principales recursos de enseñanza disponibles para esta población. El capítulo culmina con la formulación de la pregunta de investigación y los objetivos que guían el estudio.

El segundo capítulo define el marco conceptual que sustenta la investigación. En él se profundiza en la noción de pensamiento algebraico temprano y se presentan las prácticas fundamentales para su desarrollo: generalizar, representar, razonar y justificar. Además, se identifican tres enfoques de contenido desde los cuales se operacionalizan estas prácticas: aritmética generalizada, equivalencias y pensamiento funcional. La relevancia de este capítulo radica en que provee una estructura analítica coherente para interpretar las tareas matemáticas en los textos. También se abordan los criterios pedagógicos y de diseño que orientan la adaptación de textos al sistema Braille, aportando una base teórica para evaluar si estas adaptaciones realmente favorecen el acceso comprensivo al álgebra.

El tercer capítulo describe el diseño metodológico, que se enmarca en un enfoque cualitativo con diseño documental. Se fundamenta la elección del análisis de contenido como técnica para examinar las tareas algebraicas, y se explicita cómo se definieron y aplicaron las categorías analíticas. La selección del texto escolar y de las unidades de análisis no es arbitraria, sino que responde a criterios de pertinencia, representatividad y exhaustividad, que aseguran la validez del corpus. Este capítulo permite comprender no solo el procedimiento seguido, sino también las decisiones metodológicas que permiten sostener los resultados obtenidos.

En el cuarto capítulo se presentan los resultados, organizados según los objetivos específicos. Más allá de una enumeración de frecuencias, el análisis evidencia patrones y ausencias significativas: predomina una aproximación operativa del razonamiento algebraico, centrada en procedimientos numéricos, mientras que prácticas como la justificación o enfoques como el pensamiento funcional aparecen marginalmente. También se detallan las características de la adaptación pedagógica al sistema Braille, revelando que, si bien se logra una accesibilidad física al contenido, no siempre se garantiza una accesibilidad cognitiva o conceptual. Este capítulo desempeña un papel crucial al articular los contenidos de los textos con el marco teórico establecido.

Finalmente, el quinto capítulo integra y discute los hallazgos a la luz del problema inicial y del marco conceptual. Se concluye que los textos adaptados mantienen una lógica tradicional sustentada en el pre-álgebra, lo que limita el desarrollo integral del pensamiento algebraico en estudiantes con discapacidad visual. Lejos de alinearse con las propuestas de álgebra temprana, los materiales estudiados perpetúan prácticas mecánicas que dificultan la construcción de significados profundos. El capítulo final no solo sintetiza estas tensiones, sino que también propone líneas futuras de investigación y acciones orientadas al diseño de recursos pedagógicos más inclusivos.

Capítulo 1: Planteamiento Del Problema

En este capítulo se contextualiza y justifica la investigación sobre la enseñanza del álgebra a estudiantes con discapacidad visual a través de la identificación de los principales desafíos educativos en esta área. Para lograrlo, se han organizado cuatro apartados: en el primero, se analizan los bajos rendimientos en álgebra a nivel nacional e internacional, y los factores que influyen en estos resultados. El segundo apartado aborda las dificultades adicionales que enfrentan estos estudiantes y la efectividad de las adaptaciones disponibles. En el tercer apartado se introduce la corriente que propone una enseñanza temprana del álgebra para mejorar el aprendizaje. Finalmente, en el último apartado se examina el papel de los textos escolares, particularmente su adaptación al formato Braille, como un recurso clave para garantizar una educación accesible y efectiva en la enseñanza a estudiantes con discapacidad visual.

Contexto: Algebra Tradicional y Resultados

Las matemáticas son una disciplina que se aborda desde temprana edad, no obstante, esta es una de las asignaturas con mayor dificultad debido a la abstracción progresiva propia de la disciplina. (Socas et al., 1996). La prueba internacional Trends in International Mathematics and Science Study (TIMMS), indica que en Álgebra es el único dominio en el que los estudiantes del sistema escolar chileno obtienen puntajes significativamente más bajos que en el puntaje TIMSS Matemática general (Agencia de Calidad de la Educación, 2017). Concretamente, los puntajes más recientes en el contenido específico de álgebra (ver Tabla 1) de dicha prueba han sido de 413 puntos (2015) y 439 puntos (2019), siendo la media de 500 puntos, posicionándonos en una escala de desempeño bajo (ver Anexo 1). Esto significa que entre el 18% y el 30% de los estudiantes en Chile demuestra no poseer conocimientos básicos en las áreas evaluadas. En promedio, solo el 1% de los estudiantes en Chile alcanza el nivel avanzado.

Tabla 1

Niveles de desempeño TIMMS 2015 (Agencia de calidad, 2017)

Nivel	Umbral de puntajes
Avanzado	Sobre 625
Alto	Sobre 550
Intermedio	Sobre 475
Bajo	Sobre 400

Uno de los factores que a investigación indica como causante de este bajo desempeño tiene relación con que el álgebra tradicional se ha pospuesto en la educación básica hasta sus últimos niveles debido a las supuestas dificultades de razonamiento abstracto en niños. Este supuesto subestima a los estudiantes y su desarrollo, guiados por la teoría de Piaget, enseñándose de forma simplista y lineal (Brizuela y Blanton, 2014).

Un segundo factor que puede explicar los malos resultados es el enfoque tradicional en la enseñanza del álgebra, comúnmente denominado pre-álgebra. Este enfoque se orienta a facilitar la transición de la aritmética al álgebra en los últimos años de la educación básica. En el currículo de 4° básico, los contenidos se centran en números, geometría y datos, mientras que en 8° básico su foco cambia hacia álgebra, datos y probabilidad. Sin embargo, este enfoque tradicional parece promover un desarrollo tardío del pensamiento algebraico, lo que podría estar influyendo negativamente en los resultados académicos. Este hecho es aún más crítico cuando fijamos la atención en los estudiantes con discapacidad. Por ejemplo, los resultados de la prueba SIMCE 2023 para estudiantes en situación de discapacidad visual permanente y discapacidad visual transitoria destacan disparidades significativas en el rendimiento académico en matemáticas en comparación con estudiantes sin discapacidad. En 4° básico, los estudiantes en situación de discapacidad visual permanente lograron un promedio de 49% de respuestas correctas (RC) en Matemática, mientras que sus pares sin discapacidad alcanzaron un 61% de RC en esta área . En el caso de los estudiantes en situación de discapacidad visual transitoria, los resultados fueron aún más bajos, con un promedio de 25% de RC en Matemática, en contraste con el 60% de RC obtenido por los estudiantes sin discapacidad. Adicionalmente, los estudiantes que asisten a establecimientos regulares presentan un rendimiento significativamente superior al de aquellos que asisten a escuelas especiales. En los establecimientos regulares, los promedios en Matemática fueron de 53% de RC, mientras que, en las escuelas especiales, los promedios descendieron a un 20% de RC (Agencia de Calidad de la Educación, 2024). Por su parte, los estudiantes de 2° Medio, en situación de discapacidad visual permanente logran, en promedio 23% de RC en Matemática mientras que los estudiantes sin discapacidad alcanzan, en promedio 35% de RC. Evidenciando un bajo rendimiento para personas con discapacidad visual y sin discapacidad visual.

En esta línea, emerge un tercer factor que se relaciona con la deficiente preparación de los docentes para diseñar y ejecutar acciones pedagógicas adecuadas para el desarrollo del pensamiento algebraico. Esto es respaldado por el 1nforme Nacional del Estudio Internacional TEDS-M (Ávalos y Matus, 2010), que se encarga de medir las habilidades de la formación de futuros docentes de en educación básica con el foco en la preparación para enseñanza matemáticas.

> Los resultados de los futuros profesores chilenos son desalentador, tanto en Matemáticas como en Didáctica de las Matemáticas. En términos generales, la capacidad que demuestran los futuros profesores de responder preguntas propias del nivel primario está por debajo de la media internacional. En la mejor de las situaciones, la capacidad de resolver correctamente los problemas referidos a contenido matemático planteados no excede al 35% en el nivel primario, y es más bajo en el nivel secundario inferior. Esto indica que quienes están preparados para impartir el currículo del primer ciclo de la Educación Básica son muchos menos de lo que sería deseable, y que la mayoría no puede enseñar materias que corresponden al segundo ciclo básico en áreas de contenido importantes, como son números y geometría, como tampoco las materias de álgebra que serán parte del segundo ciclo básico del marco curricular chileno (Ávalos y Matus, 2010, p.111)

Si bien se destaca la importancia álgebra como contenido, este eje curricular se ve enfrentado a profesionales que no tienen el conocimiento del contenido ni el conocimiento didáctico del contenido. En este sentido, la investigación en el área de la educación matemática ha señalado hace bastante tiempo que el conocimiento de las matemáticas de los profesores es clave en el aprendizaje de los estudiantes (Blömeke et al., 2022; Hill et al., 2005).

A la luz de lo expuesto en este apartado, los resultados expuestos dan cabida a cuestionarnos si existe otro modelo de enseñanza de las matemáticas que aborde el álgebra de manera menos abrupta para los estudiantes.

Matemáticas Para Personas Con Discapacidad Visual

Los apartados anteriores dan cuenta de las complejidades en la enseñanza de las matemáticas y particularmente del álgebra. En este apartado presentamos los antecedentes respecto a cómo esta complejidad se refleja particularmente en estudiantes ciegos. Las investigaciones en el campo de la educación matemática para personas con discapacidad visual han abordado una variedad de aspectos didácticos. Estos han considerado los gestos (Healy y Hassan, 2018), las herramientas y/o materiales necesarios para acceder a la información (Fernández del Campo, 1996; Brawand y Johnson, 2016), entornos con mayor apoyo a estudiantes con discapacidad visual (Giesen et al, 2012), la actitud de los profesores ante la discapacidad visual (Ravenscroft et al, 2019; Mesa, 2014), la relación tutor e hijo (McDonnall et al, 2010), o la utilización de representaciones Concreto-Representacional-Abstracto (CRA) (Miller y Hudson, 2007; Brawand y Johnson, 2016). Sin embargo, aunque se han discutido ampliamente sobre estos elementos didácticos, la innovación y la adaptación de estas prácticas a contextos específicos, como el álgebra para estudiantes con discapacidad visual, ha sido limitada.

Esto es problemático porque tiene un impacto en la comprensión de las mejores prácticas de los estudiantes con discapacidad visual (Healy y Hassan, 2018). Los estudios buscan que los estudiantes con discapacidad visual alcancen un nivel de competencia comparable al de sus pares normo visuales, pero no todos los docentes están capacitados para ello. A lo largo del tiempo, se han desarrollado e implementado diferentes herramientas y técnicas para facilitar la enseñanza de conceptos matemáticos, aprovechando el uso de manipulativos concretos, gráficos táctiles, ábaco, software, códigos Braille, etc. Sin embargo, a pesar de estos avances, existen áreas o "contenidos" dentro de la matemática, como el álgebra, que han recibido menos atención en términos de investigación y desarrollo de estrategias pedagógicas específicas para estudiantes con discapacidad visual. (Fernández del Campo, 1996). Siendo reducido al método ordinario de Cálculo Algebraico, el simbólico formal. (Fernández del Campo, 1996). Lo que sugiere este estudio es indagar con mayor profundidad dichas áreas poco investigadas, en particular el contenido correspondiente al álgebra en los textos escolares de matemáticas adaptados al braille a los cuales tienen acceso los estudiantes con discapacidad visual como recurso para el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos.

Los estudios han demostrado que los niños con discapacidad visual deben ser expuestos a las matemáticas desde temprana edad utilizando métodos adaptados a sus necesidades específicas. Por tal razón la enseñanza de conceptos matemáticos mediante el uso de ábaco, códigos Braille, manipulativos, gráficos táctiles y experiencias prácticas debe comenzar en los primeros años (Amato et. al, 2013). Las investigaciones han demostrado que los niños con discapacidad visual pueden experimentar frustración o desmotivación al aprender códigos matemáticos si estos se introducen en etapas posteriores o de manera tardía, ya que esto podría dificultar su adaptación y comprensión (Mani et al., 2005). Además, como ocurre con todos los estudiantes, la función cognitiva y el interés personal son factores importantes para aprender a pensar matemáticamente y desarrollar habilidades apropiadas para su grado.

Varios estudios han investigado y documentado la efectividad de los recursos didácticos tales como el uso del ábaco, los materiales táctiles en la enseñanza de habilidades matemáticas básicas a estudiantes con discapacidad visual (Brawand y Johnson, 2016). El ábaco, por ejemplo, ha sido identificado como una herramienta fundamental para la enseñanza de cálculos matemáticos, siempre que los docentes posean la competencia necesaria para instruir a los estudiantes en su uso (Kapperman et al., 2000). El uso de gráficos táctiles, que son representaciones en relieve de ilustraciones gráficas, también ha sido señalado como un recurso clave para ayudar a los estudiantes a entender conceptos matemáticos que, de otro modo, podrían ser malinterpretados (Morash y Mckerracher, 2014; Braille Authority of North America y Canadian Braille Authority, 2011; Hahn et al., 2020). Asimismo, considerando que "un buen uso del código supone una mayor facilidad de escritura por el estudiante ciego y evita algunos equívocos observados en la lectura braille" (Consejo Iberoamericano del Braille - CIB, 2024, p. 8), la signografía braille en matemáticas ha ido evolucionando a favor de la educación inclusiva de usuarios con discapacidad visual. El CIB (2024) ha llevado a la unificación y representación del código mencionado al álgebra, considerando letras y números juntos sin confusiones, delimitaciones en horizontal como los paréntesis, números especiales tales como pi, números enteros, fraccionarios, decimales, entre otros para favorecer las didácticas en álgebra.

Los docentes dentro de su rol deben diseñar estrategias didácticas que permitan a los estudiantes conectar sus experiencias previas con los nuevos aprendizajes, considerando sus necesidades, intereses y problemas específicos, para facilitar un aprendizaje significativo (Ausubel, 1978). Para elegir las estrategias de enseñanza adecuadas se necesitan profesores formados y entusiastas que permitan a los estudiantes con discapacidad visual experimentar sentimientos de logro y éxito (Rosenblum et al., 2013). Lamentablemente debido al tiempo limitado en los programas de preparación, las universidades focalizan en que los futuros profesores tengan al menos una conciencia de la variedad de métodos y recursos que están disponibles para el autoaprendizaje (Rosenblum et al., 2013), más no un dominio total de las herramientas o recursos. Los docentes y el personal educativo enfrentan cuatro retos principales: la escasez de profesionales, la falta de oportunidades de desarrollo profesional, condiciones laborales desfavorables y la limitación en el desarrollo del liderazgo, la autonomía y la innovación. (Unesco, 2022). La falta de innovación y desarrollo profesional ha relegado contenidos relevantes como el álgebra temprana, limitando el avance en abstracción matemática en los estudiantes. Esto se debe al uso de recursos básicos y a la falta de experiencia con personas con discapacidad visual.

Pensamiento Algebraico y Early Algebra

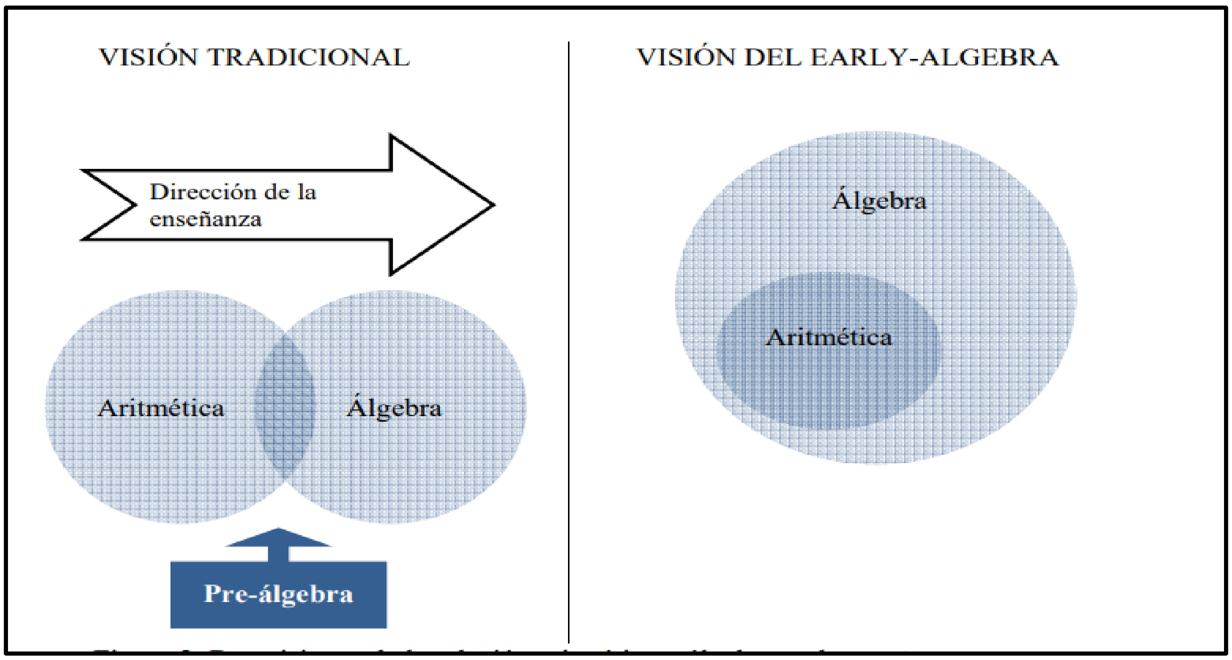
El pensamiento algebraico no se trata solo de símbolos; implica formas de pensar y hacer, propias del álgebra (Kieran, 2011). Este tipo de pensamiento considera las formas de hacer, pensar y hablar sobre el álgebra como contenido matemático (Kaput, 2008). Estas formas de pensar y hablar sobre el álgebra consideran cuatro prácticas transversales que deben integrarse: generalización, representación, justificación y razonamiento (Pinto et al., 2023). Estas prácticas no siguen una jerarquía estricta de enseñanza, sino que se adaptan a las necesidades y motivaciones tanto de los estudiantes como de los educadores, permitiendo una adquisición del conocimiento que puede centrarse en el profesor, en los estudiantes, o en la interacción entre ambos (Cañadas y Pinto, 2021; Soler, Cárdenas y Hernández-Pina, 2018).

Estas prácticas algebraicas se realizan mediante tres enfoques al álgebra escolar: a) aritmética generalizada; b) equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones, y c) funciones. La aritmética generalizada utiliza las operaciones aritméticas y sus propiedades para desarrollar pensamiento algebraico, focalizándose en notar regularidades que puedan ser generalizadas (Stephens et al., 2017). Por su parte, la equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones desarrolla una comprensión relacional del signo igual y fomenta el pensamiento relacional, considerando las expresiones desde una perspectiva estructural (Carpenter et al., 2003; Molina, 2009). Finalmente, las funciones se centran en la generalización y expresión de la relación entre cantidades que varían de forma conjunta, esenciales para el desarrollo del pensamiento algebraico en los primeros cursos (Blanton et al., 2011; Cañadas y Molina, 2016).

Tal como se muestra en la figura 1, la investigación sobre la enseñanza y aprendizaje del álgebra estaba centrada en lo que los alumnos no podían hacer, lo que llevó a la idea de posponer la enseñanza del álgebra para los últimos cursos escolares (Lins y Kaput, 2004). Sin embargo, el enfoque Early Algebra surge como respuesta intentando facilitar una introducción más gradual y efectiva del pensamiento algebraico. En este enfoque, el pensamiento algebraico se desarrolla mediante un entramado de prácticas y ejes de contenido. Esta corriente del algebra temprana o early algebra es considerada debido a diversas investigaciones que con evidencia demuestran las capacidades de los estudiantes de educación básica e inclusive pre-escolar con prácticas algebraicas (Kaput, 2008; Molina, 2009; Blanton y Kaput, 2011; Brizuela, 2014; Cañada, 2015; Cañada y Molina, 2016; Ayala-Altamirano et al., 2022; Pinto et al., 2023).

Figura 1

Visiones de la relación aritmética y algebra en la enseñanza (Schliemann et al., 2007)



En la enseñanza del álgebra, existen dos corrientes importantes. La primera es la corriente tradicional, conocida como pre-álgebra, que busca suavizar la transición de la aritmética al álgebra en los últimos años de la educación básica. Esta aproximación es común en pruebas estandarizadas internacionales, como TIMSS, que evalúan el álgebra de manera tardía en el ciclo básico.

Por otro lado, la corriente de álgebra temprana (Early algebra) se basa en evidencia empírica que demuestra la capacidad de los estudiantes para desarrollar el pensamiento algebraico desde los primeros años de la educación básica. Esta corriente propone integrar el álgebra a través de los ejes de contenido y prácticas, desde etapas tempranas, con el objetivo de reducir las dificultades observadas en el enfoque tradicional.

El desarrollo del pensamiento algebraico de manera temprana y gradual se ha promovido como una estrategia para mejorar la comprensión y el rendimiento en matemáticas. La presente investigación contempla y se alinea con la corriente del algebra temprana, proponiendo que la adopción de esta corriente de pensamiento es la clave a nivel práctico para un desarrollo más efectivo y profundo del pensamiento algebraico en los estudiantes. Esta perspectiva no solo anticipa una mejor comprensión de los conceptos algebraicos en etapas posteriores, sino que también sugiere una mayor facilidad en la aplicación de estos conceptos a problemas más avanzados y/o de mayor complejidad.

Textos Escolares

Generalmente, el profesorado sustenta y guía sus prácticas de enseñanza apoyándose en diversos recursos, siendo el libro de texto una de las herramientas más recurrentes (Shield y Dole, 2013). Una de las herramientas dispuestas en las escuelas de educación básica en la asignatura de matemáticas es el libro de texto. Esta herramienta es señalada como uno de los elementos usados, para suscitar la enseñanza de álgebra y otros contenidos. No obstante, cabe destacar que algunos estudios han evidenciado que las tareas de los libros de texto no están intencionalmente dirigidas al desarrollo del pensamiento algebraico temprano (Aké y Godino, 2018).

El uso de los libros de texto en la enseñanza del álgebra está bien documentado. De acuerdo con el informe de Olivera y colaboradores (2011), la frecuencia con la que los profesores utilizan los libros de texto varía dependiendo del eje curricular. En el caso del eje "Patrones y Álgebra" se observa (ver tabla 2), se observa que el 37.9% de los docentes lo usan de manera intensiva, mientras que un 48.3% lo utilizan moderadamente, y solo un 11.3% indica un uso limitado en primero básico (Olivera et al., 2016). Esto sugiere que, aunque los libros de texto son herramientas importantes en la enseñanza del álgebra, existe una variabilidad significativa en su utilización, por ejemplo el criterio “muy usado” junto con “No usado” va disminuyendo a medida que avanzan los cursos, de primero a sexto básico, un 34,6% de los profesores comienza a desestimar el uso del libro del Mineduc en la enseñanza del eje Patrones y Álgebra, no obstante el criterio “Usado” y “Poco usado” va aumentando el uso del texto, registrando un 65,4% de los profesores del informe considerando e implementando más el libro de clases a medida que se avanzan los cursos, lo que podría estar relacionado con factores como la formación del profesorado y la percepción de la adecuación de los materiales al currículo.

Tabla 2

Nivel de uso dado al Texto de MINEDUC respecto al eje curricular: Patrones y Álgebra

	Primero básico	Segundo básico	Tercero Básico	Cuarto Básico	Quinto Básico	Sexto Básico	N° Educadores
Muy usado	37,9%	33,1%	35,9%	33,0%	29,7%	27,7%	631
Usado	48,3%	48,6%	48,9%	49,4%	48,9%	50,3%	940
Poco usado	11,3%	17,0%	13,0%	15,7%	19,9%	21,3%	313
No usado	2,5%	1,2%	2,2%	1,9%	1,6%	0,6%	32

Nota. Extraído de Guernica Consultores S.A. (2016). Estudio de Uso y Valoración de Textos Escolares: Informe final. Encargado por MINEDUC y Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (UNESCO). Santiago, Chile: María Pía Olivera Vidal. (P. 78)

En este contexto, el uso del libro de texto por parte del profesorado implica replantearse o cambiar aspectos de la propia práctica docente (Remillard, 2000). Si bien los recursos están presentes para trabajar patrones y álgebra, es opción y responsabilidad del docente su correcto uso. Algunos ni siquiera lo contemplan para las actividades con sus estudiantes, quedando a la merced de la expertiz del educador para desarrollar el pensamiento algebraico de manera progresiva y administrando tareas intencionadas desde la educación básica hasta niveles cada vez más avanzados y complejos del álgebra.

No obstante, los textos escolares siguen siendo uno de los documentos de diseminación curricular que mayormente influye en la enseñanza de las matemáticas. En esta línea, algunos estudios han analizado las tareas presentes en los libros de texto de Chile, considerando la clasificación de las tareas matemáticas sobre álgebra temprana. Estas tareas se han clasificado a partir de la caracterización del álgebra temprana en Educación Primaria, propuesta por Alsina y Pincheira (2021). Las categorías consideradas son Relaciones basadas en regla (RBR), Relaciones conocidas-desconocidas (RCD) y Relación de aritmética situada (RAS). Los resultados señalan que, las tareas de relaciones basadas en regla (RBR) se enfocan en identificar y aplicar reglas en conjuntos de datos. Estas tareas involucran la formación, comprobación, extensión y generalización de reglas, así como el uso de representaciones equivalentes, relacionadas con patrones, funciones y cambios en variables. Se pudo encontrar que las tareas de los textos escolares muestran un predominio considerable de las tareas de relaciones basadas en regla, el cual obtuvo una presencia del 44,7% en los textos escolares (Alsina y Pincheira, 2021). Con respecto a las tareas de relaciones conocidas-desconocidas (RCD) tratan incógnitas como objetos, enfocándose en relaciones entre cantidades conocidas y desconocidas, como calcular el número de animales en una granja. La presencia de tareas en texto escolares de relaciones conocidas-desconocidas obtuvo una presencia de 34,1% en los textos escolares (Alsina y Pincheira, 2021). Finalmente, las tareas de relaciones aritméticas situadas (RAS se centran en la estructura y propiedades de las operaciones aritméticas, fomentando su generalización. Estas tareas se conocen como aritmética generalizada tuvieron una presencia de tareas menor con 21,2% en los textos escolares (Alsina y Pincheira, 2021)

En cuanto a los conocimientos algebraicos movilizados en el proceso de resolución de las tareas matemáticas propuestas en los libros de texto, se observa una fuerte presencia de tareas que involucran la comprensión de distintos tipos de relaciones y patrones (52,8%). Le siguen las tareas que requieren el uso de símbolos algebraicos y modelos matemáticos para representar situaciones matemáticas (27,6%). Por otro lado, se encuentra una menor presencia de tareas que requieren la comprensión del cambio (13,1%) para su resolución, así como del uso de variables para determinar una constante o incógnita (6,5%) (Alsina y Pincheira, 2021). Además, se evidencia la ausencia de tareas matemáticas que requieran identificar o describir cambios cualitativos, así como analizar situaciones en las que se producen cambios y otras que se mantienen constantes.

Estos antecedentes nos dan una idea de las tareas propuestas en los textos escolares de matemáticas presentes en el país. Sin embargo, se desconoce si las tareas adaptadas para personas con discapacidad visual, en el sistema de lectoescritura Braille, mantienen esta característica o presentan diferencias. La presente investigación busca abordar las adaptaciones al texto escolar en el contenido de álgebra en la educación básica realizada a los estudiantes con discapacidad visual.

Pregunta De Investigación

En este contexto, nos hemos planteado la siguiente pregunta de investigación:

- ¿Cuál es la presencia de las prácticas y los enfoques algebraicos en los libros de texto de matemáticas públicos adaptados al Braille?

Esta pregunta, la hemos focalizado mediante las siguientes preguntas auxiliares:

- ¿Qué tipos de prácticas algebraicas se encuentran en los libros de texto adaptados a Braille?
- ¿Qué tipos de enfoques algebraicas se encuentran en los libros de texto adaptados a Braille?
- ¿Qué estrategias o técnicas especificas se utilizan para adaptar los contenidos algebraicos al formato Braille en los textos escolares?

Objetivos De Investigación

La pregunta de investigación la hemos concretizado en el siguiente objetivo general:

- Caracterizar las tareas algebraicas de textos escolares adaptados a Braille.

Para la consecución de este objetivo hemos planteado los siguientes objetivos específicos:

1. Identificar las prácticas algebraicas presentes en las tareas matemáticas de textos escolares.
2. Identificar los enfoques de contenido algebraicos presentes en las tareas matemáticas de textos escolares.
3. Identificar las características del proceso de adaptación pedagógica de los textos escolares Braille.

Capítulo 2: Marco Conceptual

En este capítulo se explorará el pensamiento algebraico temprano y sus implicaciones educativas, centrándose en la identificación de enfoques algebraicos y prácticas clave, como la generalización, representación, razonamiento y justificación. Estas prácticas se utilizarán como perspectiva teórica para analizar e interpretar las tareas algebraicas presentes en textos escolares de educación básica en la asignatura de matemáticas adaptados al Braille entregados por el Ministerio de Educación, (Mineduc). Concretamente, en el primer apartado se aborda el álgebra como herramienta clave para el desarrollo del pensamiento abstracto y la resolución de problemas. En el segundo apartado se revisan los enfoques al álgebra escolar descritos por Cañadas y Pinto (2021). Finalmente, el último apartado identifica las variables a considerar en el proceso de adaptación de los textos escolares al sistema Braille, con el objetivo de asegurar la accesibilidad y funcionalidad para estudiantes con discapacidad visual.

Pensamiento Algebraico – Early Algebra

La concepción que se tiene actualmente del álgebra en la literatura especializada no se limita simplemente a un conjunto de reglas y operaciones matemáticas, sino que abarca varios aspectos fundamentales que influyen en la enseñanza y la comprensión de esta disciplina.

En primer lugar, Kaput (2008), señala que el álgebra se relaciona estrechamente con la aritmética, actuando como una generalización de esta última. Mientras que la aritmética se centra en operaciones con números concretos, el álgebra extiende estos conceptos a expresiones más abstractas que involucran variables y constantes. Este paso que va desde lo concreto hasta lo abstracto es crucial en el desarrollo del pensamiento algebraico de los estudiantes, ya que les permite pasar de resolver problemas específicos a formular y resolver problemas más generales y complejos.

Según Serres (2011), los cambios en el significado de los símbolos, como el signo igual y las operaciones, al transitar de la aritmética al álgebra, representan un desafío cognitivo significativo para los estudiantes. En la aritmética, el igual denota una relación entre cantidades numéricas específicas. Por su parte, en álgebra, puede denotar igualdad entre expresiones algebraicas que pueden tener múltiples soluciones y contextos interpretativos. Esta transición requiere que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda de la estructura matemática y cómo los símbolos se utilizan para representar relaciones más generales y abstractas.

Es necesario precisar que el álgebra se considera como un lenguaje matemático poderoso, una actividad humana y un artefacto cultural (Kaput, 2008). A través de símbolos y notaciones algebraicas, los matemáticos pueden comunicar ideas de manera precisa y eficiente, facilitando la formulación de teoremas, la expresión de patrones y la generalización de resultados. Este aspecto lingüístico del álgebra, que cuenta con miles de años de antigüedad, no sólo le permite a los educandos aprender a leer y escribir en este nuevo lenguaje, sino que también les proporciona herramientas para pensar de manera estructurada y abstracta sobre problemas matemáticos.

Otra de las ventajas de esta función lingüística está relacionada con que el álgebra se percibe como una herramienta activa y poderosa para resolver problemas en diversas áreas del conocimiento. Según Kaput (2008) esto le permite a los estudiantes comprender el mundo desde otra perspectiva, fuera de las representaciones convencionales. Desde la física hasta la economía, el álgebra permite modelar situaciones reales, analizar relaciones y predecir resultados. Esta capacidad para modelar y resolver problemas prácticos no solo es fundamental en el aprendizaje académico, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos complejos en el mundo real, fomentando habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas (Kaput, 2008).

Esta concepción del álgebra en la educación va más allá de su función como una rama de las matemáticas. Es una herramienta de pensamiento abstracto y modelización, un lenguaje para expresar y comunicar ideas matemáticas y un medio para resolver problemas complejos en diferentes contextos. Esta comprensión integral del álgebra es crucial para desarrollar habilidades matemáticas avanzadas y preparar a los estudiantes para enfrentar los desafíos intelectuales y prácticos en su educación y en la vida cotidiana.

En la década de los noventa se realizaron diversos estudios para comprender lo que abarca el álgebra en la educación y la vida práctica de los estudiantes. Algunos matemáticos y docentes del área se reunieron para complejizar y comprender el álgebra, sus investigaciones brindaron como fruto siete temas específicos: 1) el álgebra es un asunto de interés escolar. 2) el álgebra es aritmética generalizada. 3) el álgebra es una herramienta para la vida. 4) él álgebra es un lenguaje específico. 5) el álgebra enmarca una cultura. 6) el álgebra constituye una forma de pensamiento y 7) el álgebra es una actividad constante (Serres, 2011).

La literatura actualmente concibe el álgebra como una herramienta para movilizar el pensamiento. Dicha herramienta permite desarrollar habilidades que promuevan el uso eficiente de representaciones algebraicas para tabular, graficar, generalizar, plantear y resolver problemas específicos dentro y fuera del aula de clases. En esta línea, el pensamiento algebraico se define como una forma de razonamiento matemático que se centra en cantidades que no tienen un valor específico conocido (tales como incógnitas, variables, parámetros o números generalizados). De acuerdo con Radford (2018), este enfoque implica un tratamiento analítico de diversas cantidades, donde se realizan operaciones como suma, resta, multiplicación o división, aunque los valores específicos sean desconocidos. Al aplicar el pensamiento algebraico, se investigan las generalidades, se identifica una estructura algebraica a partir del análisis de las operaciones, y se estudian los cambios que ocurren entre las cantidades involucradas (Kieran, 2004).

Prácticas Algebraicas

Según la comunidad de educación matemática, el álgebra representa una serie de beneficios para el estudiante. Entre ellos, podría decirse que no es sólo una materia más en el currículo educativo, sino un pilar fundamental en la formación de ciudadanos capaces de enfrentar los desafíos de una sociedad democrática y educada. Según MacGregor (2004), la competencia en álgebra es fundamental para la alfabetización matemática básica de una población. Esta competencia no se limita a resolver ecuaciones o manipular expresiones, sino que implica la capacidad de pensar de manera abstracta, estructurar el pensamiento lógico y aplicar el razonamiento deductivo. Estas habilidades son esenciales en un mundo cada vez más digitalizado y globalizado, donde la capacidad de analizar problemas complejos y tomar decisiones informadas basadas en datos es crucial para el progreso individual y colectivo del ser humano.

Concretamente, Blanton (2011) señala que los estudiantes de primaria deben poder realizar las siguientes acciones: 1) entender patrones, relaciones y funciones; 2) representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas usando símbolos algebraicos; 3) utilizar modelos matemáticos para representar y entender relaciones cuantitativas; y 4) analizar el cambio en diversos contextos. Por lo mencionado anteriormente el álgebra no solo es un conjunto de herramientas matemáticas, sino que también promueve el desarrollo intelectual al fomentar la capacidad de generalizar conceptos, estructurar el pensamiento de manera organizada y resolver problemas de manera eficiente. Por su parte, Cañadas y Pinto (2021), basado en autores previos, plantean cuatro prácticas específicas en la enseñanza del álgebra, a las que este trabajo adhiere: generalizar, representar, razonar y justificar.

Generalizar

La esencia del pensamiento algebraico reside en la habilidad fundamental de generalizar conceptos matemáticos. Esta capacidad tiene que ver con el acto de reconocer y entender las relaciones de manera que sea válida para una amplia gama de valores o situaciones específicas. Específicamente en la educación primaria, enseñar a generalizar es un proceso básico para el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, puesto que es allí donde estos aplican reglas o patrones a diferentes casos que van más allá de lo abstracto y se sitúan en la vida práctica. Así esta práctica es entendida como la habilidad que adquieren los estudiantes de comunicar conceptos matemáticos de forma general. Por tanto, el pensamiento algebraico, va más allá del uso de símbolos, puesto que involucra la comprensión y expresión de principios matemáticos aplicados en diversas situaciones.

Representar

Representar es hacer visibles ideas matemáticas abstractas, es decir, se relaciona con la capacidad de transformar conceptos complejos en formas concretas, visuales o simbólicas, que facilitan la comprensión. La representación concreta se sirve de objetos físicos o manipulativos para moldear problemas matemáticos, mientras que la representación pictórica se vale de gráficos, diagramas y modelos visuales para ilustrar relaciones y estructuras matemáticas. Finalmente, la representación simbólica utiliza formulas, notaciones matemáticas y símbolos para expresar relaciones y operaciones de manera concisa y precisa.

En los primeros niveles de aprendizaje es crucial que haya un correcto aprendizaje de representaciones matemáticas, como las verbales, las numéricas y las pictóricas. Este uso de representaciones múltiples adquiridas por los estudiantes promueve el desarrollo del pensamiento matemático, el pensamiento crítico y la flexibilidad cognitiva, mostrando que no hay un único camino para abordar los problemas matemáticos.

Razonar

El razonamiento se relaciona con la habilidad de analizar situaciones concretas y, a partir de ahí, desarrollar generalizaciones. Este enfoque se basa en el razonamiento inductivo, un método donde partir de casos particulares se facilita la comprensión de principios más generales. En el contexto de la educación básica, comenzar con la exploración detallada de ejemplos específicos permite a los niños captar las particularidades y patrones antes de abordar conceptos más abstractos. Este proceso no solo fortalece su comprensión matemática, sino que también les proporciona una base sólida para aplicar principios generales a nuevas situaciones y problemas, promoviendo así un aprendizaje matemático significativo y duradero.

Justificar

Justificar una afirmación matemática implica no sólo validar su veracidad, sino también entender profundamente los principios subyacentes a ella. En el contexto del pensamiento funcional, las justificaciones no solo permiten a los estudiantes cuestionarse y explorar las relaciones entre variables que han descubierto personalmente o que han observado en ejemplos de otros, sino que también fomentan la formulación de conjeturas. A su vez, estas conjeturas pueden llevar a los niños a deducir reglas generales que abarcan múltiples variables, fortaleciendo así su capacidad para generalizar y aplicar conceptos matemáticos en diversas situaciones. Este proceso no solo desarrolla habilidades del pensamiento crítico, sino que también promueve un entendimiento más profundo y conectado de los conceptos matemáticos.

Enfoques al álgebra escolar

Cañadas y Pinto (2021), expresan que el simbolismo algebraico es más común en la educación secundaria, no obstante, mencionan que desde la infancia pueden generarse aproximaciones que sienten las bases para el uso del lenguaje matemático. Por dicha razón, basándose en otros autores proponen tres enfoques al álgebra escolar que, a diferencia de las prácticas algebraicas, muestran los contenidos a partir de los cuales se trabajan dichas acciones:

1. Aritmética Generalizada

Este enfoque de contenido trata sobre la aplicación en las operaciones aritméticas básicas de la comprensión de propiedades subyacentes que las rigen. Particularmente, se constituye como una base para comprender conceptos algebraicos más avanzados, por ejemplo: generalizaciones de patrones numéricos, plantear y resolver problemas complejos, uso de múltiples operaciones e identificación de patrones. Para Pinto (2019), en este enfoque, se emplean las operaciones aritméticas como un contexto para promover el desarrollo del pensamiento algebraico, focalizando en sus propiedades esenciales. Este enfoque implica desarrollar la capacidad de generalizar, representar, justificar y razonar utilizando diversas relaciones y operaciones aritméticas, que abarcan desde las propiedades fundamentales de las operaciones, como la propiedad conmutativa de la multiplicación, hasta otros tipos de relaciones que se exploran en clases de números, como las relaciones en las operaciones con números pares e impares. (Blanton, Brizuela, et al., 2018).

2. Equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones

Este enfoque de contenido representa un paso crucial para los estudiantes, ya que profundiza en la comprensión del significado de símbolos en diversos contextos matemáticos. Por ejemplo: el uso del signo igual, encontrar el valor de x a partir de ecuaciones, el uso diagramas y representaciones gráficas, son algunas de las representaciones que conectan conceptos abstractos con el mundo tangible de los estudiantes y que les permite desarrollar habilidades de modelado matemático, creatividad y razonamiento crítico que son de uso educativo y práctico.

En cuanto a las equivalencias, expresiones, ecuaciones e inecuaciones, Pinto (2019) señala que se debe enfatizar la comprensión relacional del signo igual, así como la habilidad para generalizar, representar y razonar utilizando estas estructuras matemáticas. Este enfoque incluye el uso de formas simbólicas y fomenta que los estudiantes consideren las expresiones como entidades con significado, en lugar de simples secuencias de cálculos independientes.

3. Pensamiento Funcional

Este enfoque trata sobre las funciones, es decir, la relación entre cantidades que covarían, va más allá del estudio teórico de las funciones y complejizan el estudio de la interacción entre variables de manera no lineal. Estas funciones se entienden desde su aplicación práctica para resolver problemas y son útiles en la modelización de fenómenos de crecimiento acelerado o desacelerado, identifican variables relevantes, establecen relaciones funcionales, entre otras. Este enfoque del pensamiento proporciona herramientas para aplicar el pensamiento crítico y el análisis de diversas situaciones.

Textos Escolares De Matemáticas – Adaptación A Braille

Los procesos de adaptación de textos escolares buscan principalmente un acceso igualitario a las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes con discapacidad visual. Para lograr esto, existen normas y directrices que rigen la adaptación de materiales matemáticos al sistema Braille. Estas buscan establecer unas características propias que sean funcionales y permitan la accesibilidad de la información de acuerdo con las necesidades específicas (Manual Editorial, 2013).

Es claro que la adaptación de libros de texto al sistema Braille, es crucial para garantizar que los niños con discapacidad visual tengan igualdad de oportunidades en su educación. Esto implica convertir los textos originales que fueron diseñados en tinta y ajustar su contenido para cumplir con los estándares educativos o priorización curricular. Según el Manual Editorial (2013), es fundamental que los contenidos adaptados sean lo más similares posible a los de sus compañeros sin discapacidad visual, permitiéndoles participar plenamente en las lecciones junto con el resto del grupo curso. Para ellos, los editores de libros en Braille, deben considerar que (Manual Editorial, 2013): a) no pueden mantener la diversidad tipográfica ni los recursos de diseño de los libros impresos en tinta, como diferentes fuentes, tamaños de letra, columnas o colores; b) elementos visuales como títulos o recuadros se simplifican en Braille para asegurar la accesibilidad; c) las tablas, gráficos e imágenes se incluyen sólo si son simples y pueden ser representadas de manera efectiva en Braille. Por tanto, la adaptación de textos matemáticos requiere de especial atención.

Según el Manual Editorial para adaptar textos al Braille (2013) los criterios de edición se dividen en dos categorías principales: aspectos didácticos y aspectos de diseño. Los aspectos didácticos, en primer lugar, se centran en cómo los contenidos ayudan a los alumnos a alcanzar los objetivos de aprendizaje establecidos. Por su parte, los aspectos de diseño se refieren a elementos de formato esenciales para la comprensión en Braille. En este sentido, las prácticas y enfoques nos sirven como los aspectos didácticos para diseñar correctamente los elementos de aprendizaje y complementan a aspectos didácticos sugeridos por Manual Editorial (2013), mientras que los aspectos de diseño serán guiados por el Manual Editorial (2013).

Particularmente, los aspectos didácticos, según la Dirección General de Mantenimiento Escolar (DGMIE, 2013) se centran en cómo facilitar a los estudiantes el logro de los aprendizajes esperados. La evidencia que proporcionan indica que, para abordar estos aspectos didácticos, es crucial que en la adaptación de textos a Braille y macrotipo se incluyan todas las lecciones, actividades, imágenes, pies de ilustraciones, cuadros, tablas, diagramas, mapas conceptuales, cuadros sinópticos, gráficas, esquemas, croquis, cronologías y líneas del tiempo presentes en el texto original (véase Tabla 3).

Tabla 3

Aspectos didácticos considerados para transcripción en braille, DGMIE, 2013

Aspectos	Descripción	Criterios didácticos
Lecciones	Las lecciones deben mantener el propósito original, adaptándose a la secuencia lógica para su comprensión.	El contenido está alineado al propósito de la lección, sin sugerencias extras o diferente al original. La información sigue una secuencia lógica para su compresión, se acomoda si es necesario. Se escribe con cursiva las palabras del glosario y su significado en braille común. Los textos escritos en verso se deben colocar igual que en el original en tinta. Señalar el inicio y fin de información en recuadros o pantallas mediante dos líneas de guiones si el contenido es distinto al texto principal
Actividades	Conservar las actividades, haciendo adaptaciones solo cuando sea necesario para la accesibilidad de la persona con discapacidad visual.	Se incluyen todas las actividades originales. Ninguna puede eliminarse. Se conservan las expresiones de índole visual como “mirar”, “ver”, entre otras. Las actividades adaptadas son funcionales y claras para los estudiantes con discapacidad visual. Se consideran las sopas de letras, crucigramas, tableros, ejercicios de relación de columnas.
Imágenes	Descripción breve de las imágenes que sean necesarias para el aprendizaje.	Las imágenes y su descripción aportan a la comprensión del texto. Las imágenes con fines decorativos son eliminadas La descripción de la imagen debe estar entre paréntesis. La descripción de imagen debe ser breve, resaltando lo que se relaciona directamente con el contenido, contribución al aprendizaje esperado y/o comprensión del texto principal.

Tabla 3

Aspectos didácticos considerados para transcripción en braille, DGMIE, 2013

Aspectos	Descripción	Criterios didácticos
		Si la imagen es de difícil descripción, especificar que pida ayuda. La descripción de imágenes no debe facilitar la respuesta a las actividades que sea fundamental su análisis. Si el criterio no puede cumplirse, considerar imagen en relieve. Sustituir en las actividades de conteo figuras de animales u objetos por formas geométricas o letras, manteniendo el mismo propósito de la actividad. Sustituir los íconos y símbolos por claves. Las figuras geométricas (triángulo, rectángulo, círculo y cuadrado), se harán en relieve. Los cuerpos geométricos (Cubo, cilindro, prisma, pirámide paralelepípedos, conos, cilindros y esferas, entre otros) se expresa exclusivamente con el nombre de la figura. Verificar que el contenido de los pies de ilustración complemente o profundice la información del texto y contribuya al logro del aprendizaje esperado de la lección. Eliminar los que no cumplan con este criterio. Incluir una descripción breve de la imagen en caso de ser necesaria para la comprensión del pie de ilustración Antes de cada pie de ilustración colocar entre corchetes la nota: Pie de ilustración Ubicar los pies de ilustración conforme a la secuencia lógica del contenido. En caso de contener información que rompa dicha secuencia colocarlos al final del apartado con el que tengan relación.
Cuadros, Diagramas, Tablas, Mapas conceptuales, Cuadros sinópticos.	Los cuadros, tablas y diagramas se incluyen en relieve o con claves para su comprensión.	Los cuadros se presentan en un formato claro y accesible, considerando relieve. Cuando la disposición del texto en su interior sea compleja o excesiva (mayor de 30 caracteres por línea), colocar a dos o tres renglones los datos de cada uno de los encabezados o recuadros. Colocar claves al interior del recuadro en caso que la información acodada a dos o tres reglones deforme los recuadros, diagramas o mapas conceptuales.

Tabla 3

Aspectos didácticos considerados para transcripción en braille, DGMIE, 2013

Aspectos	Descripción	Criterios didácticos
		Las claves en dichos formatos están adecuadamente explicadas en forma de lista.
Gráficas	Incluir gráficas sencillas en relieve, utilizando claves para describir datos.	Las gráficas de barras y pastel sencillas (de 5 a 6 datos), así mismo con las lineales. Sustituir la información que se encuentra al interior de las gráficas (números o colores) por claves de letras. Colocar el significado de las claves antes de la gráfica. Las claves y descripciones son comprensibles. En caso de que las gráficas sean complejas o con mayor número de datos (más de 7). Colocar únicamente la información en tabla o a manera de lista
Esquemas	Verificar si los esquemas son esenciales para la comprensión del contenido. Adaptarlos o sustituirlos por texto cuando sea posible.	Los esquemas relevantes están en relieve. La información clave se incluye con claridad, evitando elementos innecesarios. Evitar demasiada información, solo la esencial para la comprensión del tema abordado. Dejar exclusivamente el texto cuando la imagen pueda ser descrita con una o dos palabras No adaptar los esquemas que refuerzan información que ya ha sido explicada anteriormente. Siempre que se fragmente un esquema, al final deberá colocarse completo, con todas sus partes
Mapas y Croquis	Adaptar mapas sencillos y sustituir los elementos visuales por claves descriptivas.	Incluir en relieve los croquis sencillos (con un camino principal y máximo 5 puntos de referencia). Sustituir los símbolos o imágenes en miniaturas que se representan en los croquis por claves de letras. Agregar, antes del croquis, las claves de letras con su significado. Si es posible, formarán parte de la instrucción Los elementos complejos y/o no esenciales han sido eliminados o simplificados para realizarse con ayuda.
Cronologías y Líneas del Tiempo	Desglosar cronologías y líneas del tiempo en listas sencillas para facilitar su lectura.	La cronología está dispuesta de manera vertical y estructurada claramente en formato de lista. Omitir la descripción de imágenes cuando exista un pie de ilustración que muestre de manera clara el contenido

Tabla 3

Aspectos didácticos considerados para transcripción en braille, DGMIE, 2013

Aspectos	Descripción	Criterios didácticos
		Conservar o agregar el título que antecede a la representación gráfica, ya sea “Línea del tiempo” o “Cronología”. Agregar, antes del desglose de las representaciones gráficas, un breve párrafo que contextualice el lugar y periodo en que transcurrieron los acontecimientos.

Nota. Extraído de Manual para la edición de libros de texto en sistema Braille y en macrotipo, 2013

Por otro lado, los aspectos de diseño deben considerar los elementos de formato específicos para los usuarios de Braille para asegurar una comprensión adecuada del contenido (véase Tabla 4). Considerar tanto los aspectos didácticos como los de diseño en la adaptación de textos al Braille fomenta entornos inclusivos para los estudiantes con discapacidad visual. Esta estrategia no solo facilita el desarrollo de competencias matemáticas sólidas, sino que también promueve un ambiente de aprendizaje colaborativo y equitativo. Además, profundiza en el razonamiento lógico, la resolución de problemas y la aplicación de conceptos matemáticos, ofreciendo a los estudiantes la oportunidad de participar activamente en su educación

Tabla 4

Aspectos de diseño considerados para transcripción en braille, DGMIE, 2013

Aspecto	Descripción	Criterios de diseño
Gramática y Estilo	Respetar la gramática y el uso de cursivas o comillas tal como en el original. Las palabras en negrita o color deben resaltarse en cursivas.	Respetar la gramática del libro en tinta Respetar el formato de letras cursivas o comillas, tal como aparece en el original en tinta. Resaltar en cursivas aquellas palabras que en el libro en tinta estén señaladas con negritas o color distinto.
Cornisas y Bloques	Eliminar las cornisas (titulillos) de las páginas. Los bloques y lecciones deben iniciar en páginas impar, se deben evitar las viudas para evitar dificultades de lectura y comprensión	El nombre del bloque, proyecto, número de lección, nombre o secuencia aparece únicamente donde inicia. Iniciar los bloques en página non. (impar) Iniciar las lecciones en una nueva página (sea non o par)

Tabla 4

Aspectos de diseño considerados para transcripción en braille, DGMIE, 2013

Aspecto	Descripción	Criterios de diseño
		Evitar las viudas (última línea de un párrafo en otra página)
Títulos y Subtítulos	Los títulos deben estar centrados, con un renglón en blanco antes y después. Los subtítulos deben estar alineados a la izquierda, sin sangría ni renglón en blanco.	Los títulos están correctamente centrados con un renglón en blanco, antes y después. Los subtítulos están alineados a la izquierda, sin sangría y sin renglón en blanco.
Sangría y Párrafos	Los párrafos del cuerpo de texto deben tener sangría, incluyendo el primero después de un título o subtítulo.	Todos los párrafos tienen la sangría adecuada de un espacio después de un título o subtítulo.
Respuesta de los Alumnos	Cuando se pide a los alumnos que respondan por escrito, colocar tres guiones bajos al final de la línea.	Las preguntas para los alumnos incluyen tres guiones bajos al final de la línea cuando se requiera de su respuesta.
Formato Numérico	Las cifras deben separarse con coma cada tres dígitos, sin dejar espacios en blanco.	Los números están correctamente separados con comas cada tres cifras. El símbolo numérico está presente (3456) antes de anunciar un número. Los números largos entre paréntesis no se cortan, sino que terminan en un símbolo o signo igual para continuar.
Referencias Cruzadas	Cuidar que las referencias cruzadas sean precisas, especialmente en actividades que remitan a otras partes del libro	Las referencias son claras y comprensibles, permitiendo al lector ubicar fácilmente la información relacionada. El número de página o sección al que se hace referencia lleva al contenido correcto y relevante para la actividad o información mencionada.
Índice y Anexos	El índice en Braille aparecerá al final de cada volumen, incluyendo además en una página impresa en tinta el índice con el número de la página del libro original y el número de la página en Braille. Reunir, solo cuando sea el caso, en un anexo los mapas; indicando el título, el número de la página y el de la lección en que se utilizará.	El índice se encuentra al final de cada volumen El índice contiene una página impresa en tinta El índice indica el número de páginas del libro original y número de las páginas en Braille. Incluye anexo con título, número de páginas y lecciones.

Tabla 4

Aspectos de diseño considerados para transcripción en braille, DGMIE, 2013

Aspecto	Descripción	Criterios de diseño
División en Volúmenes	Dividir los libros en volúmenes que no excedan las 120 páginas para facilitar la transcripción al sistema Braille.	Los volúmenes no exceden las 120 páginas.

Nota. Extraído de Manual para la edición de libros de texto en sistema Braille y en macrotipo, 2013 y Organización Nacional de Ciegos Españoles (ONCE) (2023).

Capítulo 3: Marco Metodológico

La presente investigación adopta un enfoque cualitativo, el cual, según Hernández y colaboradores (2014) facilita una comprensión profunda de los fenómenos, centrándose en el significado y la interpretación del investigador, sin pretender generalizar los hallazgos en términos estadísticos. Este paradigma resulta relevante para esta investigación porque facilita no solo la descripción, sino que da respuesta a su naturaleza intrínsecamente interpretativa de aspectos que no pueden ser fácilmente cuantificados. Al enfocarse en el análisis contextual y en la exploración detallada de las prácticas algebraicas, este enfoque permite comprender de manera integral cómo se realizan las adecuaciones al Braille de contenidos algebraicos a personas con discapacidad visual.

Particularmente, este cualitativo permite analizar las tareas algebraicas adaptadas a Braille en su contexto especifico, considerando tanto las practicas algebraicas como los enfoques de contenidos y las características del proceso de adaptación pedagógica considerados. Estas dimensiones no se limitan a datos numéricos, sino que implican una interpretación del significado de las adaptaciones. Por ello, este enfoque facilita una exploración detallada de cómo y por qué se han implementado ciertos elementos en los textos adaptados.

Asimismo, este tipo de estudios se basan en el uso de categorías que se definen como elementos o dimensiones de las categorías investigadas, y permiten clasificar o agrupar las diversas unidades de análisis (López, 2002). Dicho enfoque resulta coherente para nuestra investigación, ya que permite responder a los objetivos específicos, que buscan identificar las prácticas algebraicas, los enfoques de contenido algebraico y analizar las características del proceso de adaptación pedagógica de los textos escolares en formato Braille. De esta forma, contribuye al cumplimiento del objetivo general: caracterizar las tareas algebraicas presentes en textos escolares adaptados a Braille.

Diseño de la Investigación

El diseño de esta investigación se enmarca en la investigación documental, el cual según Galeano Marín (2012) se realiza *desde fuera*, sin interacción directa con el objeto de estudio, lo que permite evitar la influencia del investigador en los datos sin requerir control sobre posibles efectos de su presencia. Este enfoque resulta coherente para la revisión de los textos oficiales emitidos por el Ministerio de Educación para estudiantes de quinto año de educación básica, junto con su transcripción al sistema de lectoescritura Braille. Esto debido a que un análisis de las actividades algebraicas propuestas en los libros de texto, se realiza sin la interacción directa con las autoras o autores y/o adaptadores del libro de texto.

Texto Analizado y su Selección

El texto analizado corresponde a uno de los materiales educativos que han sido diseñados con el objetivo de facilitar el aprendizaje de conceptos matemáticos fundamentales, promoviendo el desarrollo tanto de habilidades como de actitudes necesarias para la resolución de problemas en el contexto del sistema educativo chileno. Concretamente, el texto seleccionado se corresponde el texto escolar para 5° básico entregado por el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) a estudiantes con discapacidad visual durante el año 2023. La justificación de esta decisión radica en que los textos escolares adaptados al formato Braille se solicitan al Ministerio únicamente cuando existe una necesidad específica en los centros educativos y por tanto, son difíciles de conseguir. Esta situación responde al alto costo asociado a la producción de unidades adaptadas.

En general, estos textos solo se solicitan al Ministerio cuando hay estudiantes con discapacidad visual que requieren el sistema de lectoescritura Braille para acceder al contenido. Un ejemplo claro de ello es que un libro en tinta, debido a las características del Braille, debe ser dividido en varios volúmenes, ya que los caracteres en Braille tienen un tamaño estandarizado que no permite su ampliación o reducción. Específicamente, el texto escolar "Sumo Primero de 5º Básico, Texto del Estudiante" en su formato original en tinta consta de varios tomos. Para este estudio, hemos seleccionado el segundo tomo, que, al ser adaptado para estudiantes con discapacidad visual, se convierte en tres tomos organizados de manera alfanumérica (2a, 2b, 2c). De estos tres, hemos seleccionado los Tomos 2a y 2c pues son los que tuvimos alcance y contienen las unidades o lecciones relativas al álgebra escolar en dicho nivel. La elección de solo del texto para quinto básico se fundamenta en la dificultad que presenta la obtención de todas las unidades requeridas para evaluar álgebra en un mismo nivel, especialmente cuando se considera la transcripción a Braille.

El texto analizado se corresponde a una *doble* adaptación. En primer lugar, el texto regular corresponde a una adaptación de textos japoneses al currículo y contexto chileno y que fueron realizados dentro del marco del Programa SUMO Primero en Terreno impulsado por el Ministerio de Educación entre los años 2021 y 2023 (ver tabla 5). En segundo lugar, este texto fue adaptado por Monserrat Batle G. junto a la Biblioteca Central para Ciegos y Centro de Cartografía táctil de la Universidad Tecnológica Metropolitana (UTEM) con el objetivo de garantizar su accesibilidad para estudiantes con discapacidad visual (ver Tabla 6).

Tabla 5
Libro de texto analizado en la investigación académica

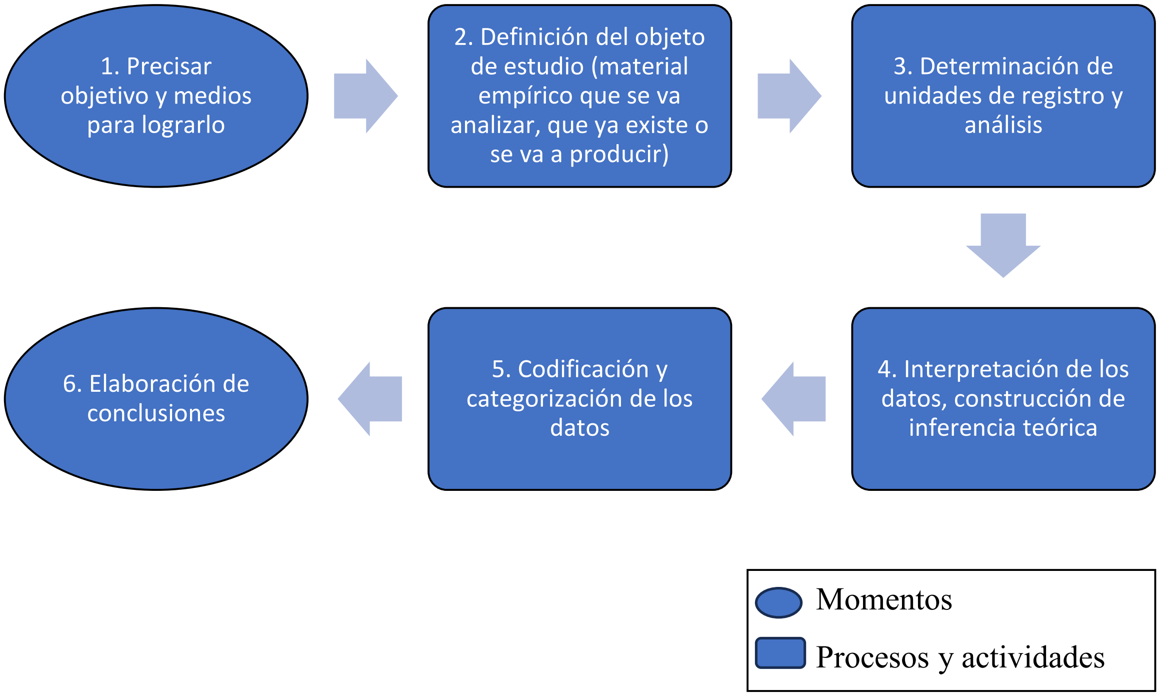
Formato	Tinta	Braille
Titulo	Sumo primero 5° Básico. Texto del Estudiante	Sumo primero 5° Básico. Tomo 2a y 2c
Autor	Masami Isoda y Soledad Estrella	Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación
Año	2021	2022
Editorial / Adaptador	Editorial Gakko Tosho Co, LTD.	Montserrat Batlle G. (Adaptador). Biblioteca Central para Ciegos (Adaptación, diagramación e impresión Braille).
	Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación (Traducción y Adaptación al español).	Centro de Cartografía Táctil y UTEM (Adaptación, diseño e impresión de láminas táctiles).
Lecciones analizadas	Lección 13. Patrones Lección 16. Ecuaciones e inecuaciones	

Tratamiento de los datos

El procedimiento de la investigación se desarrolló mediante la técnica de análisis de contenido y puede observarse su desarrollo en la Figura 2. Dicho procedimiento metodológico se centra en caracterizar las tareas algebraicas adaptadas al sistema Braille, considerando tanto las prácticas algebraicas (generalizar, representar, razonar y justificar) como los enfoques algebraicos (aritmética generalizada, equivalencias y pensamiento funcional) presentes en dichas tareas. Adicionalmente, incluye el análisis de las adaptaciones pedagógicas realizadas al convertir los textos escolares del formato en tinta al Braille, explorando cómo estas transformaciones afectan la representación del contenido algebraico.

Figura 2.

Procedimiento metodológico de la técnica de análisis de contenido



Nota. Adaptado de Estrategias de investigación social cualitativa: El giro en la mirada (Galeano, 2012, p. 130).

Este trabajo utiliza el análisis de contenido como técnica metodológica principal, una herramienta que, según Bardin (2002), permite analizar sistemáticamente la presencia y ausencia de características específicas en los textos. De esta manera, el análisis se enfocó en identificar patrones, tendencias y omisiones significativas relacionadas con las prácticas y enfoques algebraicos, así como con los procesos de adaptación pedagógica. Esto no solo permitió evaluar qué elementos algebraicos se mantienen o modifican en el proceso de transcripción, sino también qué implicancias tienen estas decisiones en el aprendizaje del álgebra temprana por parte de los estudiantes con discapacidad visual.

En este contexto, el análisis busca descubrir de manera sistemática cómo el álgebra temprana, tal como se propone en los textos escolares del MINEDUC para estudiantes de educación básica (5° básico), se refleja, transforma o se omite en el formato adaptado al Braille. Este enfoque responde al objetivo de comprender tanto lo que está presente como lo que está ausente en los textos analizados, proporcionando un panorama integral sobre el desarrollo del pensamiento algebraico, y las adaptaciones en este nivel educativo.

Identificación y delimitación del objeto de estudio

El objeto de estudio de esta investigación se definió como el texto escolar correspondiente a 5° básico de la colección "Sumo Primero", adaptados al sistema Braille y distribuidos por el Ministerio de Educación de Chile. Estos textos fueron seleccionados por su relevancia en la enseñanza del álgebra temprana a estudiantes con discapacidad visual en educación básica. La investigación se enfocó específicamente en el segundo tomo para quinto básico, que incluye las siguientes unidades y capítulos clave:

Unidad 3, Capítulo 13: Patrones.

Unidad 4, Capítulo 16: Ecuaciones e Inecuaciones.

La selección del material analizado se fundamentó en las reglas metodológicas propuestas por Bardin (1986), asegurando rigor y validez en el análisis. El orden en que se aplicaron estas reglas refleja el proceso seguido en esta investigación, comenzando por definir el propósito y los criterios de relevancia, seleccionando los textos más representativos, garantizando la uniformidad del material y, finalmente, asegurando la inclusión de todos los elementos necesarios para un análisis exhaustivo.

> **Regla de pertinencia:** La pertinencia asegura que el material seleccionado esté directamente alineado con los objetivos de la investigación. En este caso, el análisis se centró en textos que abordaran prácticas algebraicas específicas (generalizar, razonar, justificar y representar) y enfoques algebraicos (aritmética generalizada, equivalencias, expresiones, ecuaciones e inecuaciones y pensamiento funcional), elementos esenciales para estudiar cómo el álgebra temprana se adapta en materiales diseñados para estudiantes con discapacidad visual. Esta definición inicial orientó todo el proceso de selección del material.
>
> **Regla de representatividad**: Esta regla establece que el material debe reflejar fielmente las características del fenómeno estudiado. Se eligieron textos oficiales del MINEDUC adaptados al Braille por instituciones especializadas, como la Biblioteca Central para Ciegos y la UTEM. Estos textos, dirigidos a estudiantes de quinto básico, son representativos tanto del currículo nacional como del estándar pedagógico vigente en el sistema educativo chileno. Al ser materiales utilizados en contextos educativos reales,

su selección garantiza la conexión directa con la práctica docente y el aprendizaje inclusivo.

Regla de homogeneidad: La homogeneidad exige que el material analizado sea uniforme en su naturaleza y criterios de selección. En este estudio, se limitaron los textos analizados a la colección "Sumo Primero", adaptados al Braille, y se centraron exclusivamente en las unidades relacionadas con patrones, ecuaciones e inecuaciones. Este enfoque garantiza que el análisis sea coherente y que todos los elementos seleccionados compartan las mismas características pedagógicas y de formato, evitando la incorporación de materiales que no sean comparables.

Regla de exhaustividad: La exhaustividad implica incluir todos los elementos necesarios para abordar el objeto de estudio sin omisiones. Para ello, se seleccionaron únicamente textos con la transcripción completa al Braille que incluyeran todas las actividades relevantes para el desarrollo del pensamiento algebraico temprano. Los textos incompletos o adaptaciones parciales fueron descartados, asegurando que el análisis no presentara lagunas que comprometieran la validez de los resultados.

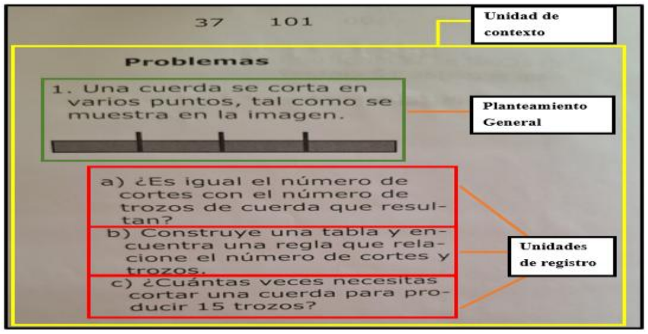
Determinación de unidades de registro y análisis

Las unidades de registro, según Bardin (1986), representan los fragmentos más pequeños del contenido que se seleccionan para ser codificados y categorizados. En esta investigación, las unidades de registro incluyen problemas matemáticos, actividades específicas, tickets de salida y secciones del cuaderno de actividades presentes en los textos adaptados al Braille.

Si bien en algunos casos los apartados de una tarea pueden tener objetivos específicos dentro de un planteamiento general, en otros simplemente representan diferentes maneras de presentar un mismo concepto o idea al estudiante. Por ejemplo, la Figura 3 muestra un ejemplo de problema de patrones que invita a descubrir la relación entre dos cantidades (cortes y trozos). En dicha figura se delinea en verde el planteamiento general, en rojo las unidades de registro y en amarillo la unidad de contexto que engloba todo el ejercicio.

Figura 3

Actividad del texto en la que se indican las unidades de registro y unidad de contexto



Nota. Ejercicio Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 37 de la edición original y página 101 en la adaptación al sistema Braille.

Cada uno de estos apartados constituye una unidad de registro, ya que representa una acción o planteamiento específica dentro de la tarea general. Los tres apartados comparten la misma situación inicial (la cuerda y sus cortes).

Si, por ejemplo, se presentara el apartado c) de forma aislada, el estudiante no contaría con la regla elaborada en b) ni con la comprobación inicial de a), en consecuencia, la pregunta perdería sentido. Por ello, la investigación considera la tarea en su totalidad, es decir, planteamiento general, imagen táctil y apartados a), b) y c) como una única unidad de contexto, mientras que cada apartado se trata como unidad de registro.

Siguiendo a Bardin (1986), las unidades de contexto son segmentos amplios que contienen a las unidades de registro y resultan indispensables para interpretar correctamente su significado. Bajo este criterio, se definen como unidades de contexto las tareas completas, con su enunciado inicial y sus apartados asociados. Aunque esos apartados pueden desglosarse en unidades de registro independientes, su análisis aislado suele carecer de sentido, pues dependen del marco general de la tarea para ser comprendidos en su totalidad.

Interpretación de los datos

La interpretación de los datos y la construcción de inferencias en esta investigación se basaron en los principios del análisis de contenido propuestos por Bardin (1986), siguiendo un enfoque sistemático que garantizó la validez y pertinencia de las conclusiones. Este procedimiento se diseñó para identificar patrones, tendencias y relaciones significativas entre las prácticas y enfoques algebraicos presentes o ausentes en los textos escolares adaptados al Braille. En primer lugar, se contextualizó el material analizado en función de las categorías predefinidas, las cuales se derivaron directamente de los objetivos de la investigación y de la literatura especializada. Esto permitió evaluar cómo las tareas matemáticas trabajaban conceptos como generalización, razonamiento, representación y justificación, y cómo estas prácticas se relacionaban con los enfoques algebraicos de aritmética generalizada, equivalencias y pensamiento funcional en su versión en Braille (Véase tabla 6)

Tabla 6

Categorías de análisis para prácticas y enfoques algebraicos utilizada

Práctica / Enfoque Algebraico	Aritmética Generalizada	Equivalencia, Expresiones, Ecuaciones e Inecuaciones	Pensamiento Funcional
Generalizar	1.1 Identifica propiedades comunes en operaciones para aplicarlas a casos generales.	2.1 Reconoce relaciones algebraicas en igualdad para extenderlas a expresiones generales	3.1 Identifica fórmulas funcionales que representan relaciones generales entre variables
	1.2 Distingue patrones numéricos que se mantienen al cambiar cantidades o contextos.	2.2 Relaciona expresiones algebraicas con patrones numéricos y geométricos	3.2 Establece reglas generales sobre el comportamiento de una variable dependiente respecto a otra a partir de múltiples representaciones
Representar	1.3 Representa relaciones generales usando lenguaje escrito, numérico, notaciones algebraicas, materiales concretos, tablas, dibujos o diagramas	2.3 Emplea ecuaciones y expresiones algebraicas para describir relaciones cuantitativas	3.3 Representa funciones o relaciones cuantitativas mediante tablas o gráficos
	1.4 Muestra patrones o regularidades con representaciones concretas, pictóricas, tabular gráficas	2.4 Representa inecuaciones en la recta numérica u otras formas gráficas	3.4 Modela relaciones funcionales complejas con múltiples variables utilizando diferentes representaciones
Razonar	1.5 Aplica operaciones aritméticas para deducir conclusiones	2.5 Usa lógica y propiedades de igualdad para resolver ecuaciones e inecuaciones	3.5 Analiza la relación entre variables dependientes e independientes en un contexto funcional

Tabla 6

Categorías de análisis para prácticas y enfoques algebraicos utilizada

Práctica / Enfoque Algebraico	Aritmética Generalizada	Equivalencia, Expresiones, Ecuaciones e Inecuaciones	Pensamiento Funcional
	1.6 Compara soluciones de distintos métodos aritméticos para evaluar su coherencia	2.6 Determina si expresiones aparentemente diferentes son equivalentes al simplificarlas	3.6 Formula conclusiones sobre el comportamiento de una función a partir de un patrón observado
Justificar	1.7 Explica propiedades aritméticas usadas para resolver problemas	2.7 Proporciona justificación lógica en la resolución de ecuaciones o inecuaciones, considerando equivalencias	3.7 Justifica cómo los cambios en las variables afectan los resultados en una relación funcional
	1.8 Verifica soluciones de problemas mediante propiedades inversas de las operaciones	2.8 Explica el impacto de cada paso en una transformación de ecuación y por qué es válido	3.8 Evalúa cómo una variación en los parámetros iniciales de una función altera los resultados

Para el análisis de la adaptación se utilizaron las categorías planteadas por el Manual para la edición de libros de texto en sistema Braille y en macrotipo (DGMIE, 2013) y Organización Nacional de Ciegos Españoles (ONCE) (2023). Concretamente, esto se tradujo en las categorías referidas a los aspectos de estilo pues entendemos que las categorías previas se hacen cargo de los aspectos didácticos. Para mayor detalle de estas categorías, estas se pueden observar en la tabla 7. De esta manera, se aborda el objetivo específico 3.

Tabla 7

Categorías de análisis para transcripción en braille, DGMIE, 2013

Categorías
Gramática y Estilo
Cornisas y Bloques
Títulos y Subtítulos
Sangría y Párrafos
Respuesta de los Alumnos

Tabla 7

Categorías de análisis para transcripción en braille, DGMIE, 2013

Categorías
Formato Numérico
Referencias Cruzadas
Índice y Anexos
División en Volúmenes

Análisis de los datos

La codificación y categorización de los datos constituyeron procesos fundamentales en el análisis de contenido, ya que permitieron segmentar y organizar de manera estructurada el material analizado para su posterior interpretación. En primer lugar, las unidades de registro fueron codificadas en función de las prácticas algebraicas definidas teóricamente (generalizar, razonar, justificar y representar), identificando cómo cada unidad abordaba estas dimensiones en las actividades propuestas en los textos adaptados al Braille. Paralelamente, las unidades de contexto se codificaron considerando los enfoques algebraicos trabajados (aritmética generalizada, equivalencias y pensamiento funcional), lo que facilitó analizar las relaciones entre las tareas completas y su intención pedagógica. Asimismo, se siguió un proceso similar con las categorías relativas a la adaptación a Braille. Este análisis completo es presentado en el capítulo de resultados. Cabe destacar que las categorías no son excluyentes pues en una misma tarea pueden coexistir diferentes prácticas y/o enfoques.

Marco Ético

Esta investigación se desarrolló cumpliendo rigurosamente con la normativa legal establecida en la Ley N.º 20.435 sobre Propiedad Intelectual de Chile. Los textos analizados pertenecen a la colección "Sumo Primero" del Ministerio de Educación de Chile, los cuales son propiedad intelectual de sus autores y editores. Según el artículo 71 B de la citada ley, el uso de obras protegidas está permitido cuando se realiza con fines educativos o de investigación sin fines de lucro, siempre y cuando se otorgue el debido reconocimiento a los titulares de los derechos (Ministerio de Educación, 2010).

En esta investigación, se respetaron plenamente dichas disposiciones legales. Los textos fueron utilizados exclusivamente con fines académicos, sin realizar alteraciones en su contenido ni efectuar distribuciones que pudieran infringir los derechos de autor. Además, se otorgó el reconocimiento explícito al Ministerio de Educación de Chile y a los adaptadores responsables del formato Braille, asegurando la transparencia y el uso ético de estos materiales.

Criterios de rigor

En el proceso de análisis se atendieron a los criterios de credibilidad, transferibilidad, confirmabilidad y dependencia, como plantea Bardin (2002). La credibilidad establece que, una vez definido el campo del corpus, deben considerarse todos los elementos sin omitir ninguno arbitrariamente, ya que ello comprometería la rigurosidad del análisis. Este principio corresponde al valor de verdad descrito como "credibilidad" en los criterios cualitativos, asegurando que el corpus refleje de manera íntegra los elementos relevantes para el estudio. Asimismo, los resultados se garantizaron mediante un proceso de codificación basado en los aspectos didácticos y de diseño del texto. Las dificultades en la clasificación de ciertas categorías fueron revisadas y resueltas en conjunto con el profesor guía, asegurando la validez y consistencia del análisis. Según Galeano Marín (2012), la confiabilidad en interpretaciones cualitativas descansa en la capacidad argumentativa del investigador para presentar una interpretación fundamentada, coherente y clara.

La transferibilidad se relaciona con la aplicabilidad al garantizar que los hallazgos del análisis sean extrapolables a contextos similares. En este estudio, las tareas seleccionadas representan un nivel escolar completo, lo que permite una adecuada caracterización de las prácticas algebraicas en textos adaptados a Braille, pudiendo extender los resultados a otros niveles o contextos educativos.

La confirmabilidad requiere que los elementos incluidos en el corpus sean adecuados para responder a los objetivos de la investigación. Este principio se relaciona con la neutralidad o fiabilidad, asegurando que el corpus seleccionado sea es reflejo del análisis propuesto. En este estudio, se seleccionaron los textos adecuados en tinta, en Braille, las lecciones y tareas centradas en conceptos algebraicos, garantizando que la información analizada se alineara con los objetivos generales y específicos del trabajo. Asimismo, se garantizó la exhaustividad al analizar todas las tareas algebraicas incluidas en las lecciones 13 y 16, sin excluir ejercicios o subejercicios, respetando así el diseño integral de los textos escolares adaptados al formato

Braille. Además, se detalla el proceso de análisis de manera minuciosa, lo que permite constatar la coherencia y consistencia en la interpretación de los datos.

La dependencia establece que los documentos seleccionados deben ser consistentes en su naturaleza y responder a criterios de elección claros y uniformes. Esto garantiza la comparabilidad del corpus y la replicabilidad del análisis. En esta investigación, se aseguró la homogeneidad al seleccionar exclusivamente tareas algebraicas, siguiendo criterios uniformes que permitieron mantener la coherencia en el proceso de análisis. Además, se explicó de manera detallada el proceso de selección del libro y de las unidades de análisis, lo que refuerza la consistencia y validez del estudio.

Capítulo 4: Análisis de Resultados

El presente capítulo expone los principales hallazgos de la investigación, derivados del análisis de contenido de los textos escolares adaptados al formato Braille. En consonancia con el enfoque cualitativo adoptado, se presentan los resultados obtenidos respecto a la presencia de las prácticas algebraicas en las tareas matemáticas, así como los enfoques algebraicos que subyacen en dichas actividades. Además del estudio de estas dimensiones relativas a las matemáticas escolares, se examinan aspectos vinculados a la estructura de los materiales y a los elementos didácticos empleados en la adaptación al Braille.

En total, se revisaron un total de 47 tareas matemáticas incluidas en el libro de texto adaptado, aplicando un sistema de categorización que permitió clasificar cada actividad en función de su asociación con: una práctica algebraica y un enfoque algebraico determinado. Este análisis permitió avanzar en la caracterización de las tareas algebraicas presentes los resultados evidencian (ver tabla 7) que las prácticas de Generalizar, Representar, Razonar y Justificar están presentes en las actividades, aunque con diferencias en su frecuencia de aparición. Destaca que Generalizar se encuentra en el 100 % de las tareas, mientras que Justificar es la menos trabajada (65.96 %). Este hallazgo sugiere una predominancia de estrategias enfocadas en la identificación y extensión de patrones algebraicos, con menor énfasis en la argumentación y justificación o validación de los procedimientos algebraicos.

Tabla 8

Distribución de prácticas algebraicas en las Tareas Analizadas (N=47)

Practicas algebraicas	Frecuencia	%
Generalizar	22	46.81%
Representar	27	57.45%
Razonar	46	97.87%
Justificar	31	65.96%

Respecto a los enfoques algebraicos, la tabla 9 muestra los enfoques que pudieron ser inferidos en cada una de las prácticas. Dicho análisis evidencia una predominancia de la Aritmética Generalizada, presente en la mayoría de las tareas analizadas, mientras que el Pensamiento Funcional es el enfoque menos trabajado, lo que sugiere una oportunidad de mejora en la inclusión de actividades que fomenten la comprensión de las relaciones funcionales dentro del álgebra.

Tabla 9

Distribución de enfoques algebraicos según prácticas algebraicas en tareas analizadas (N=47)

Enfoques algebraicos	Generalizar	Representar	Razonar	Justificar
Aritmética Generalizada	15 (31.91%)	38 (80.85%)	55 (117.02%)	4 (8.51%)
Equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones	18 (38.3%)	24 (51.06%)	34 (72.34%)	22 (46.81%)
Pensamiento Funcional	22 (46.81%)	12 (25.53%)	26 (55.32%)	7 (14.89%)

Estos resultados evidencian que, aunque las tareas adaptadas incluyen algunos elementos clave del pensamiento algebraico, existe un margen de mejora importante. Esta situación sugiere que los estudiantes con discapacidad visual pueden tener menos oportunidades de desarrollar una comprensión estructurada y progresiva de las ideas algebraicas si solo tienen acceso a las tareas analizadas. Dado este panorama, en lo que sigue organizamos el capítulo en tres secciones principales, en correspondencia con los objetivos específicos de la investigación prácticas algebraicas, enfoques algebraicos y adaptación pedagógica al Braille.

Prácticas y enfoques algebraicos

En apartado se organiza en torno a las cuatro prácticas que describen el pensamiento algebraico: generalizar, representar, razonar y justificar; y los enfoques algebraicos en que fueron identificadas.

Generalizar

La Tabla 10 presenta la frecuencia de la práctica de generalizar según cada enfoque algebraico en las 47 tareas analizadas de las unidades Álgebra y Patrones. Este análisis permite observar cómo se distribuye esta práctica en el texto escolar y con qué intensidad se abordan los distintos enfoques, entregando evidencia sobre las prioridades didácticas que guían el tratamiento de la generalización algebraica.

El enfoque más frecuente es Pensamiento Funcional, con un 46,81 %. Esta cifra indica una clara orientación del texto hacia la comprensión de relaciones entre variables y la formulación de reglas generales a partir de diversas representaciones. Le sigue el enfoque de Equivalencia, Expresiones, Ecuaciones e Inecuaciones, con un 38,3 %, lo que revela un interés por promover la generalización desde expresiones algebraicas y patrones numéricos o geométricos. En menor medida, se encuentra el enfoque de Aritmética Generalizada, con un 31,91 %, que se enfoca en identificar propiedades comunes en operaciones y patrones numéricos estables.

Tabla 10

Presencia de la práctica generalizar según enfoque algebraico(N=47)

Categorías	Subcategorías	Frecuencia	%	Total
Aritmética Generalizada	1.1 Identifica propiedades comunes en operaciones para aplicarlas a casos generales.	3	6.38%	15 (31.91%)
	1.2 Distingue patrones numéricos que se mantienen al cambiar cantidades o contextos.	12	25.53%	
Equivalencia, Expresiones, Ecuaciones e Inecuaciones	2.1 Reconoce relaciones algebraicas en igualdad para extenderlas a expresiones generales	9	19.15%	18 (38.3%)
	2.2 Relaciona expresiones algebraicas con patrones numéricos y geométricos	9	19.15%	
Pensamiento Funcional	3.1 Identifica fórmulas funcionales que representan relaciones generales entre variables	13	27.66%	22 (46.81%)
	3.2 Establece reglas generales sobre el comportamiento de una variable dependiente respecto a otra a partir de múltiples representaciones	9	19.15%	

A continuación, se presentan ejemplos en los que se pudo observar la práctica de generalizar en cada uno de los enfoques algebraicos.

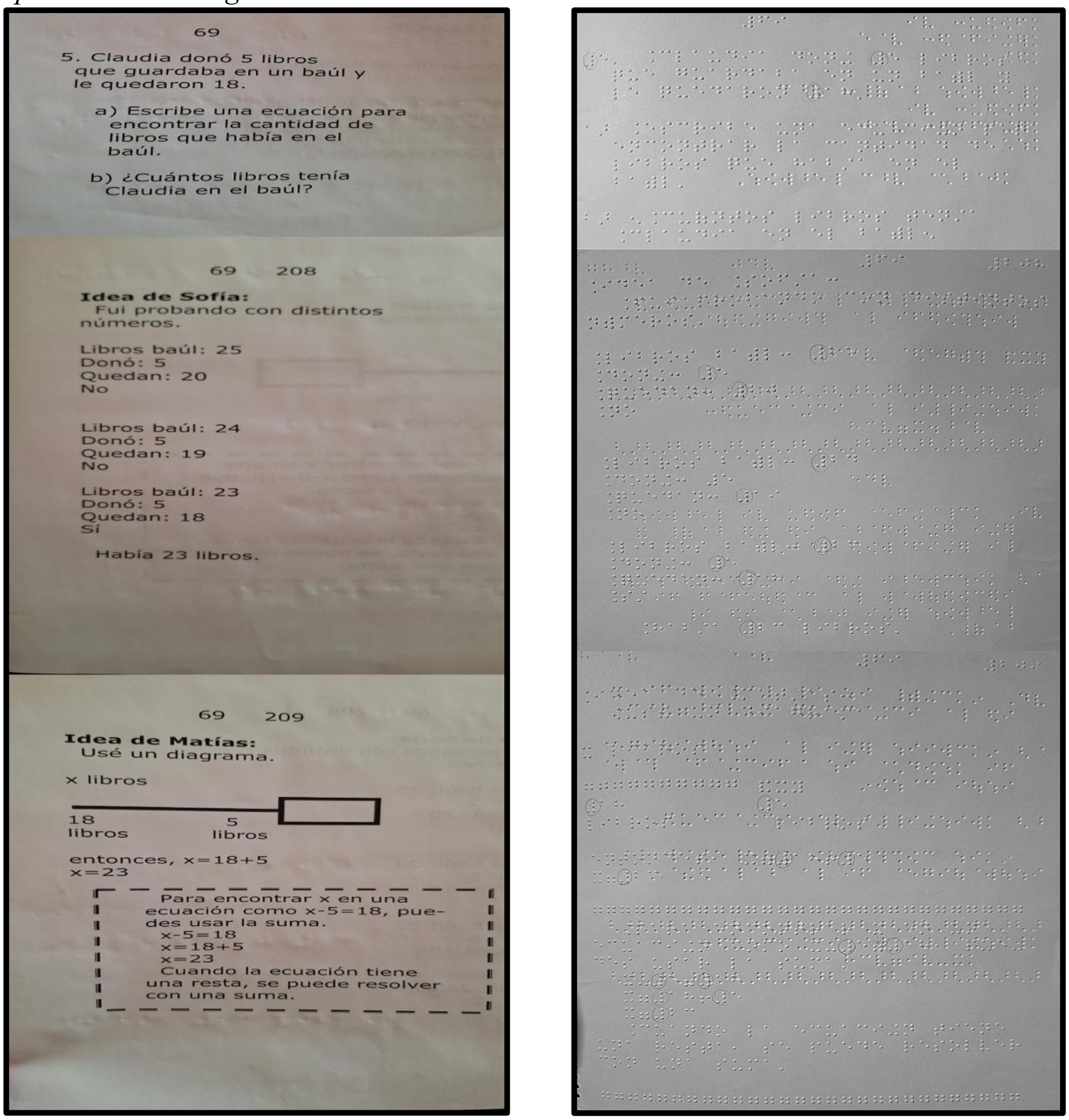
Generalización en la aritmética generalizada

1.1 Identifica Propiedades Comunes en Operaciones Para Aplicarlas a Casos Generales.

Esta subcategoría se encuentra en 3 actividades (6.38 % subcategoría de la práctica y 31.91 % del total de practica en relación las 47 actividades). En la figura 4 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. En esta actividad, se solicita al estudiante que represente una situación cotidiana que involucra un cambio desconocido mediante una ecuación matemática. La resolución de la tarea requiere que el estudiante identifique una regla general que puede aplicar en otros contextos similares. La actividad es un indicativo de generalización pues propone llevar al estudiante a identificar una propiedad matemática común (en este caso, la reversibilidad entre la resta y la suma) a partir de un ejemplo específico.

Figura 4

Actividad del texto en la que se identifican propiedades comunes en operaciones para aplicarlas a casos generales



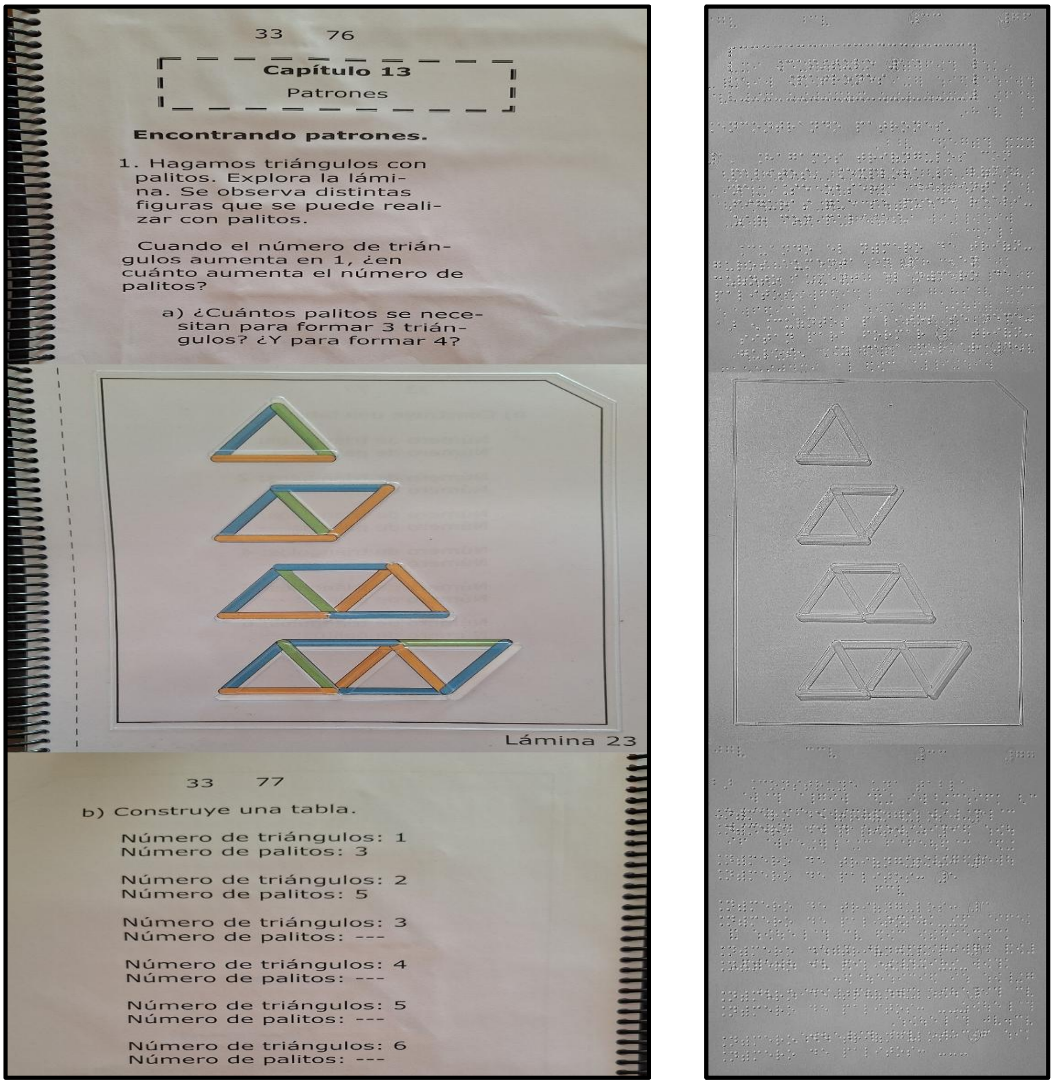
Nota. Extraída del texto escolar Sumo primero 5to básico, Tomo 2, página 69 original, 208 a 209 adaptación al Braille.

1.2 Distingue patrones numéricos que se mantienen al cambiar cantidades o contextos.

Esta subcategoría se encuentra en 12 actividades (25.53% del total de actividades). En la figura 5 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. Concretamente, en la actividad se propone identificar una regularidad en la cantidad de palitos necesarios según un número dado de triángulos. Para resolverla, el estudiante debe reconocer un patrón de crecimiento constante. Esta actividad se vincula directamente con la práctica de generalizar, dentro del enfoque de Aritmética Generalizada, ya que busca que el estudiante distinga un patrón numérico (+2) que se mantiene al cambiar la cantidad de triángulos.

Figura 5

Actividad del texto en la que se distinguen patrones numéricos que se mantienen al cambiar cantidades o contextos



Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 33 de la edición original y página 76 a 81 en la adaptación al sistema Braille.

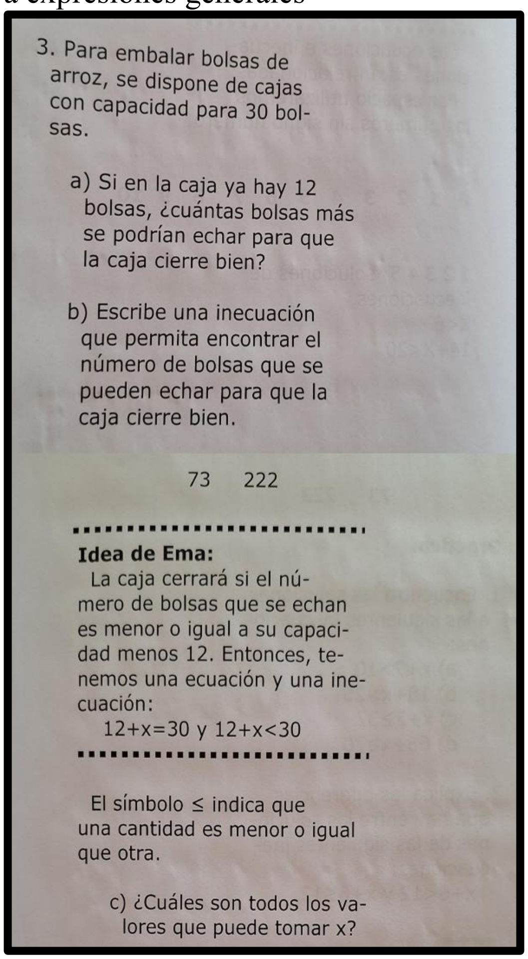
Generalización en Equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones

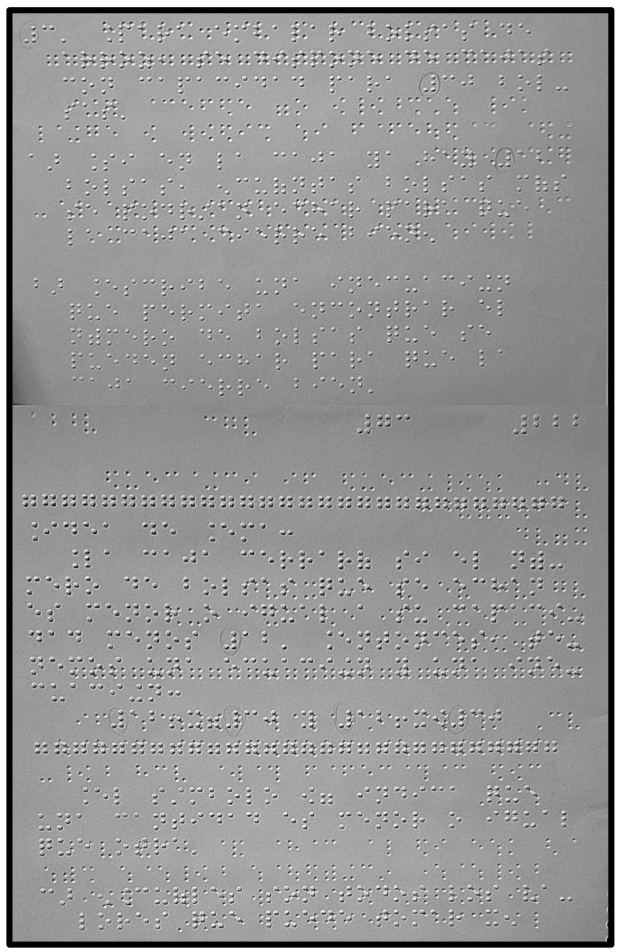
2.1 Reconoce relaciones algebraicas en igualdad para extenderlas a expresiones generales

Esta subcategoría se encuentra en 9 actividades (19.15% del total de actividades). En la figura 6 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. La actividad propone al estudiante determinar una cantidad indeterminada que puede agregarse para cumplir con la condición del problema. Para resolverla, el estudiante debe traducir la condición verbal “cerrar bien” en una relación algebraica, es decir, reconocer una estructura matemática implícita la relación de orden representada por ‘menor o igual que’ y extender conceptos previamente trabajados (igualdad y desigualdad estricta) para formular una expresión algebraica más general.

Figura 6

Actividad del texto en la que se reconocen relaciones algebraicas de igualdad y se extienden a expresiones generales





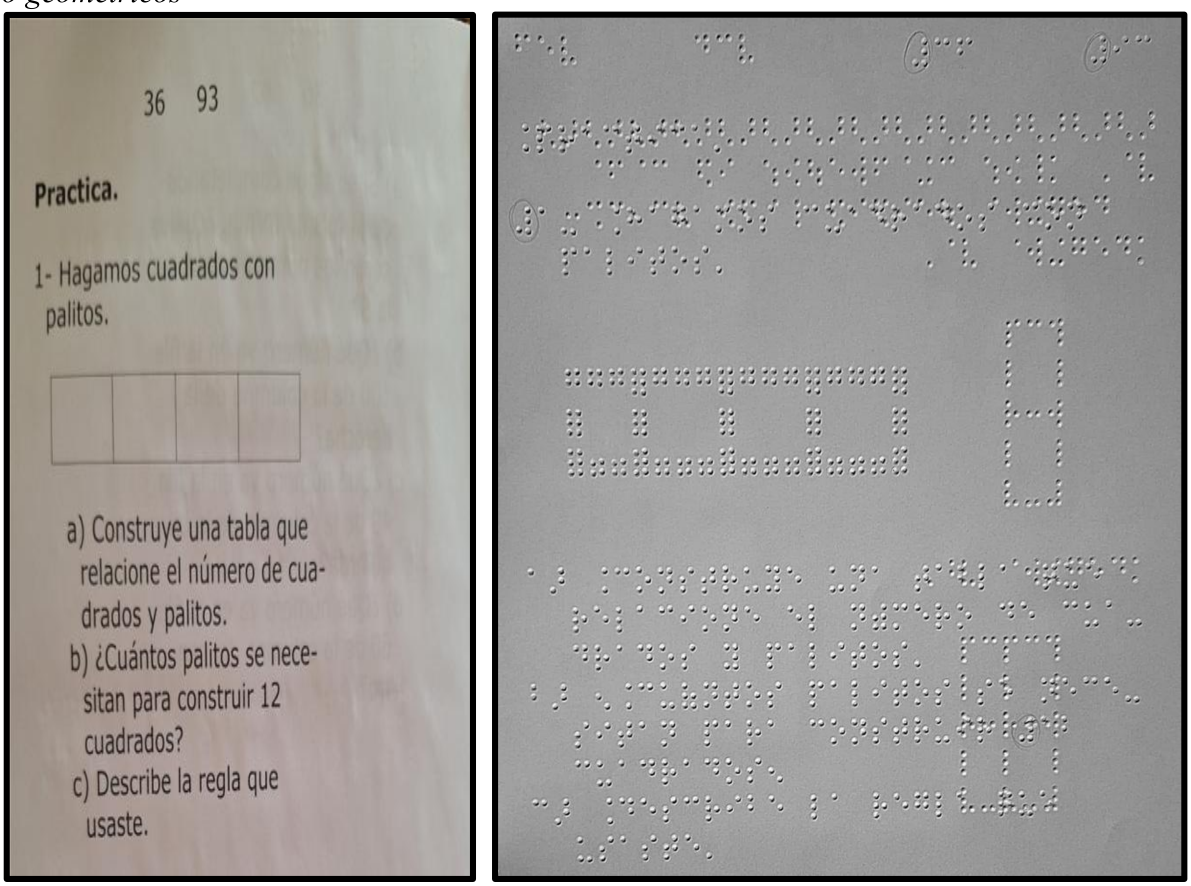
Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 73 de la edición original y página 221 a 222 en la adaptación al sistema Braille.

2.2 Relaciona expresiones algebraicas con patrones numéricos o geométricos.

Esta subcategoría se encuentra en 9 actividades (19.15% del total de actividades). En la figura 7 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. En esta actividad, se propone al estudiante observar una secuencia que sigue un patrón de crecimiento lineal e identificar el patrón. Luego, debe usar esta regularidad para predecir un valor no representado explícitamente en la secuencia. Para resolver esta actividad, el estudiante debe relacionar este patrón tanto desde su manifestación numérica como geométrica con una expresión algebraica que permita generalizar la regularidad observada. La actividad se vincula directamente con la práctica de Generalizar, ya que invita al estudiante a reconocer una regularidad presente en un patrón visual y numérico, y a expresar dicha regularidad mediante una regla general que utiliza el lenguaje algebraico.

Figura 7

Actividad del texto en la que se relacionan expresiones algebraicas con patrones numéricos o geométricos



Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 36 de la edición original y página 93 en la adaptación al sistema Braille.

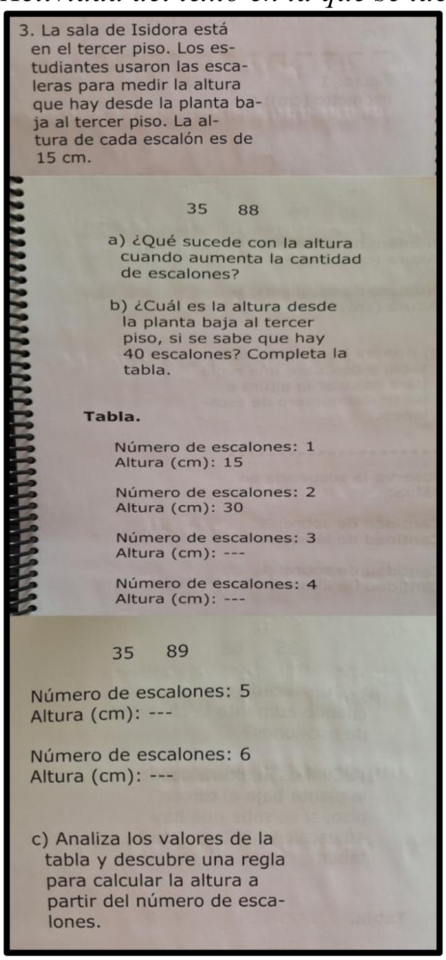
Generalización en Pensamiento Funcional

3.1 Identifica fórmulas funcionales entre variables.

Esta subcategoría se encuentra en 13 actividades (27.66% del total de actividades). En la figura 8 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. La actividad solicita al estudiante que describa cualitativamente cómo se relacionan el número de escalones subidos y la altura total alcanzada, es decir, descubrir y expresar una regla general que permita calcular la altura para cualquier cantidad de escalones. Para resolver correctamente esta tarea, el estudiante debe analizar cómo cambia la altura al aumentar el número de escalones. La tarea se enmarca dentro de la práctica matemática de Generalizar, ya que el estudiante debe abstraer una relación constante entre dos variables a partir del análisis de casos específicos o de la situación planteada.

Figura 8

Actividad del texto en la que se identifican fórmulas funcionales entre variables



3. La sala de Isidora está en el tercer piso. Los estudiantes usaron las escaleras para medir la altura que hay desde la planta baja al tercer piso. La altura de cada escalón es de 15 cm.

35 88

a) ¿Qué sucede con la altura cuando aumenta la cantidad de escalones?

b) ¿Cuál es la altura desde la planta baja al tercer piso, si se sabe que hay 40 escalones? Completa la tabla.

Tabla.

Número de escalones: 1
Altura (cm): 15

Número de escalones: 2
Altura (cm): 30

Número de escalones: 3
Altura (cm): ---

Número de escalones: 4
Altura (cm): ---

35 89

Número de escalones: 5
Altura (cm): ---

Número de escalones: 6
Altura (cm): ---

c) Analiza los valores de la tabla y descubre una regla para calcular la altura a partir del número de escalones.

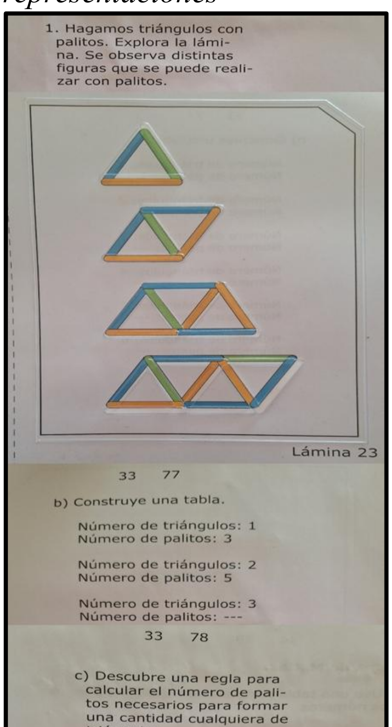
Nota. Extraída del texto escolar Sumo primero 5to básico, Tomo 2, página 35 original, página 87 a 89 adaptación al Braille.

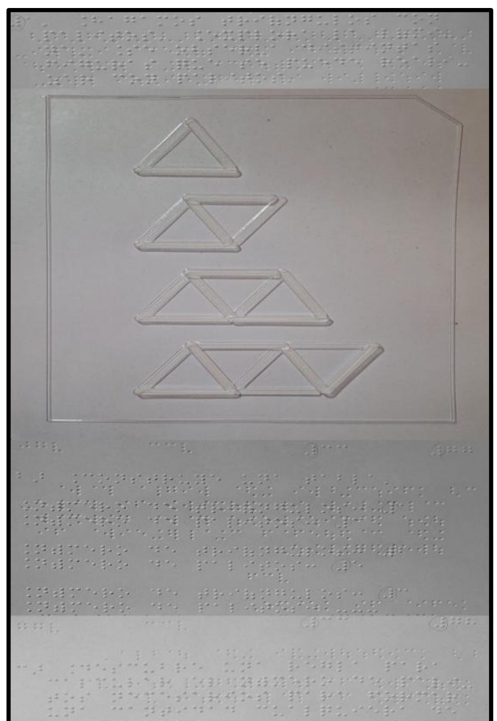
3.2 Establece reglas generales a partir de múltiples representaciones.

Esta subcategoría se encuentra en 9 actividades (19.15% del total de actividades). En la figura 9 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. Por ejemplo, la actividad invita al estudiante a explorar un patrón geométrico y debe organizar la información en una tabla que relacione el número de triángulos con la cantidad de lados. Para dar cumplimiento a esta tarea, se le solicita que descubra y exprese una regla general que le permita calcular la cantidad de palitos necesarios para construir cualquier cantidad de triángulos. Esta actividad se enmarca en la práctica de Generalizar, dado que el estudiante debe construir una regla general a partir de la observación u exploración táctil de casos particulares expresados en distintos formatos.

Figura 9

Actividad del texto en la que se establecen reglas generales a partir de múltiples representaciones





Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 33 a 34 de la edición original y página 77 a 81 en la adaptación al sistema Braille.

Representar

La Tabla 11 presenta la frecuencia de la práctica de representar según cada enfoque algebraico en las 47 tareas analizadas, distribuidas principalmente entre representaciones simbólicas, numéricas y pictóricas. Cabe precisar que, aunque el cuerpo de datos analizados son 47 tareas, el total de presencias de la práctica Representar asciende a 75. Ello se debe a que una misma tarea puede evidenciar más de una subcategoría, de modo que la unidad de conteo es la presencia en la tarea.

El enfoque más frecuente en esta práctica es Aritmética Generalizada, lo que refleja una fuerte orientación hacia la representación de relaciones generales mediante distintos lenguajes (numérico, pictórico y concreto), con énfasis en patrones visuales y estructuras simples. Le sigue el enfoque de Equivalencia, Expresiones, Ecuaciones e Inecuaciones, con un 51,06 %, centrado en el uso de ecuaciones y expresiones algebraicas para describir relaciones cuantitativas. Cabe destacar que el análisis dentro de este enfoque no se registraron actividades correspondientes a la subcategoría 2.4 Representa inecuaciones en la recta numérica u otras formas gráficas, lo que indica que el texto no introduce representaciones visuales tipo gráficas. Finalmente, el enfoque de Pensamiento Funcional alcanza un 25,53 %, destacándose el uso de tablas y gráficos para representar funciones, aunque con baja presencia de modelación de relaciones funcionales más complejas. Esta distribución refleja que el material didáctico prioriza el desarrollo de la Aritmética Generalizada como vía principal para trabajar la práctica de representar.

Tabla 11

Presencia de la práctica representar según enfoque algebraico (N=47)

Categorías	Subcategorías	Frecuencia	%	Total
Aritmética Generalizada	1.3 Representa relaciones generales usando diferentes lenguajes (numérico, visual, concreto).	25	53.19%	38 (80.85%)
	1.4 Muestra patrones o regularidades con representaciones pictóricas, tabulares o gráficas	13	27.66%	
Equivalencia, Expresiones, Ecuaciones e Inecuaciones	2.3 Usa ecuaciones y expresiones algebraicas para describir relaciones cuantitativas.	24	51.06%	24 (51.06%)
	2.4 Representa inecuaciones en la recta numérica u otras formas gráficas.	0	0%	

Tabla 11

Presencia de la práctica representar según enfoque algebraico (N=47)

Categorías	Subcategorías	Frecuencia	%	Total
Pensamiento Funcional	3.3 Representa funciones o relaciones con tablas o gráficos.	11	23.40%	12 (25.53%)
	3.4 Modela relaciones funcionales complejas con distintas representaciones.	1	2.13%	

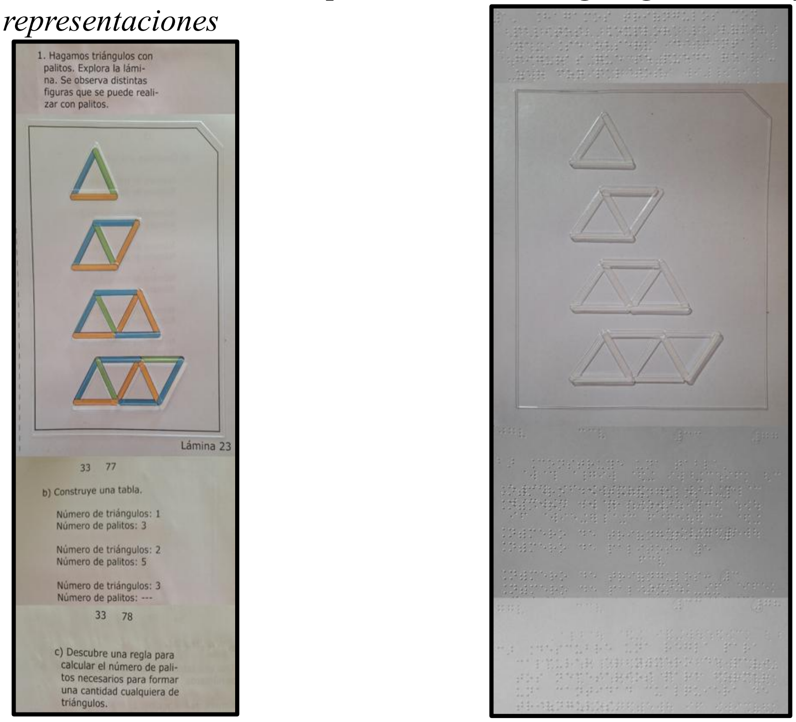
A continuación, se presentan ejemplos en los que se pudo observar la práctica de representar en cada uno de los enfoques algebraicos.

1.3 Representa Relaciones Generales Usando Lenguaje Escrito, Numérico o Notaciones Algebraicas

Esta subcategoría se encuentra en 25 actividades (53.19% del total de actividades). En la figura 10 se observa una de las actividades en las que se identifica esta subcategoría. La actividad solicita que se descubra y exprese una regla general que le permita calcular la cantidad de lados necesarios para construir N cantidad de triángulos. Para resolver esta tarea, el estudiante debe descubrir una relación general y ser capaz de expresarla utilizando alguno de los registros de representación que conoce. Esta actividad se vincula directamente con la práctica matemática de Representar, ya que demanda que el estudiante utilice y conecte múltiples formas de expresión para comunicar una misma relación matemática.

Figura 10

Actividad del texto en la que se establecen reglas generales a partir de múltiples representaciones



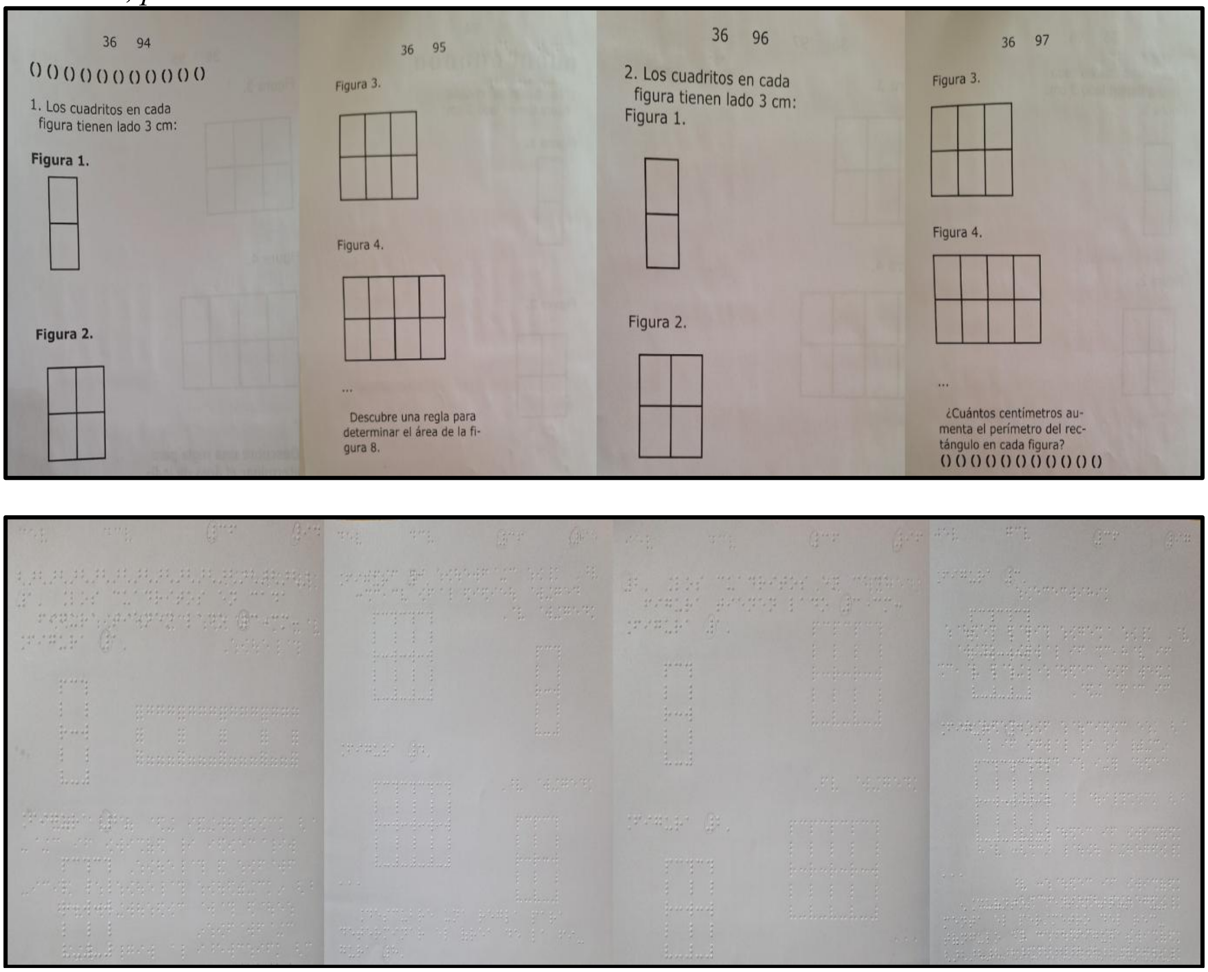
Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 33 a 34 de la edición original y página 77 a 81 en la adaptación al sistema Braille.

1.4 Muestra Patrones O Regularidades Con Representaciones Concretas, Pictóricas o Tabulares.

Esta subcategoría se encuentra en 13 actividades (27.66% del total de actividades). En la figura 11 se observa una de las actividades en las que se identifica esta subcategoría. Concretamente, se solicita al estudiante identificar regularidades en el crecimiento de figuras y utilizar dicha información para calcular el área de otra figura. Para resolver esta actividad, el estudiante debe interpretar la secuencia pictórica presentada, reconociendo que el número de filas permanece constante (2) mientras que el número de columnas aumenta de a uno en cada figura. Esta identificación de una progresión estructurada y su traducción a un lenguaje numérico o simbólico constituye la acción clave para evidenciar este patrón.

Figura 11

Actividad del texto en la que se muestran patrones o regularidades con representaciones concretas, pictóricas o tabulares



Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 36 de la edición original y página 93 a 97 en la adaptación al sistema Braille.

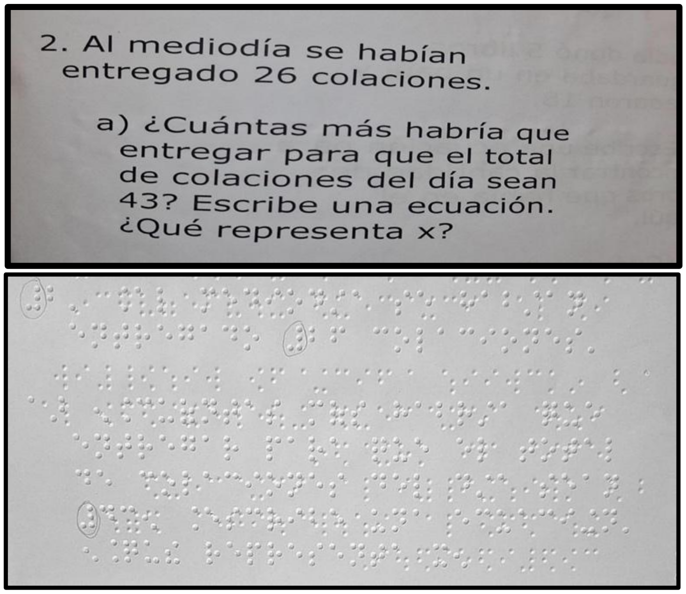
Representación en Equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones

2.3 Emplea ecuaciones y expresiones algebraicas para describir relaciones cuantitativas

Esta subcategoría se encuentra en 24 actividades (51.06% del total de actividades). En la figura 12 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. La actividad solicita al estudiante que formule una ecuación algebraica que represente la situación. Para resolver esta actividad, el estudiante debe traducir la relación cuantitativa expresada verbalmente en el problema a una representación algebraica formal. La actividad se vincula con la práctica de Representar, en tanto requiere que el estudiante utilice una expresión algebraica simbólica (una ecuación) para modelar una situación concreta del mundo real.

Figura 12

Actividad del texto en la que se emplean ecuaciones y expresiones algebraicas para describir relaciones cuantitativas



Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 68 de la edición original y página 206 en la adaptación al sistema Braille.

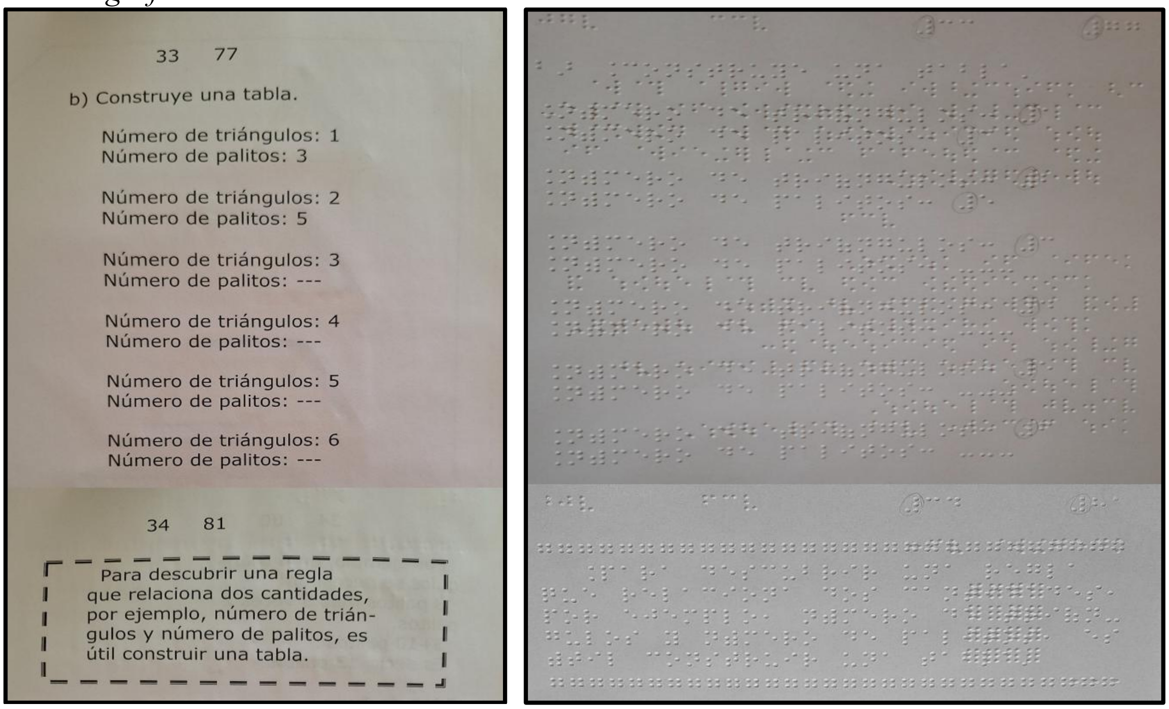
Representar en Pensamiento Funcional

3.3 Representa funciones o relaciones cuantitativas mediante tablas o gráficos

Esta subcategoría se encuentra en 11 actividades (23.40% del total de actividades). En la figura 13 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. La actividad solicita al estudiante analizar la relación entre el número de triángulos construidos (x) y la cantidad total de palitos utilizados (y). Para resolver esta actividad, el estudiante debe representar la relación funcional entre las dos variables el número de triángulos y el número de palitos mediante una tabla. La construcción y análisis de una tabla para representar la relación entre dos variables responde directamente a la subcategoría ya que permite al estudiante mostrar de manera estructurada y explícita una relación cuantitativa que puede luego ser generalizada.

Figura 13

Actividad del texto en la que se representan funciones o relaciones cuantitativas mediante tablas o gráficos



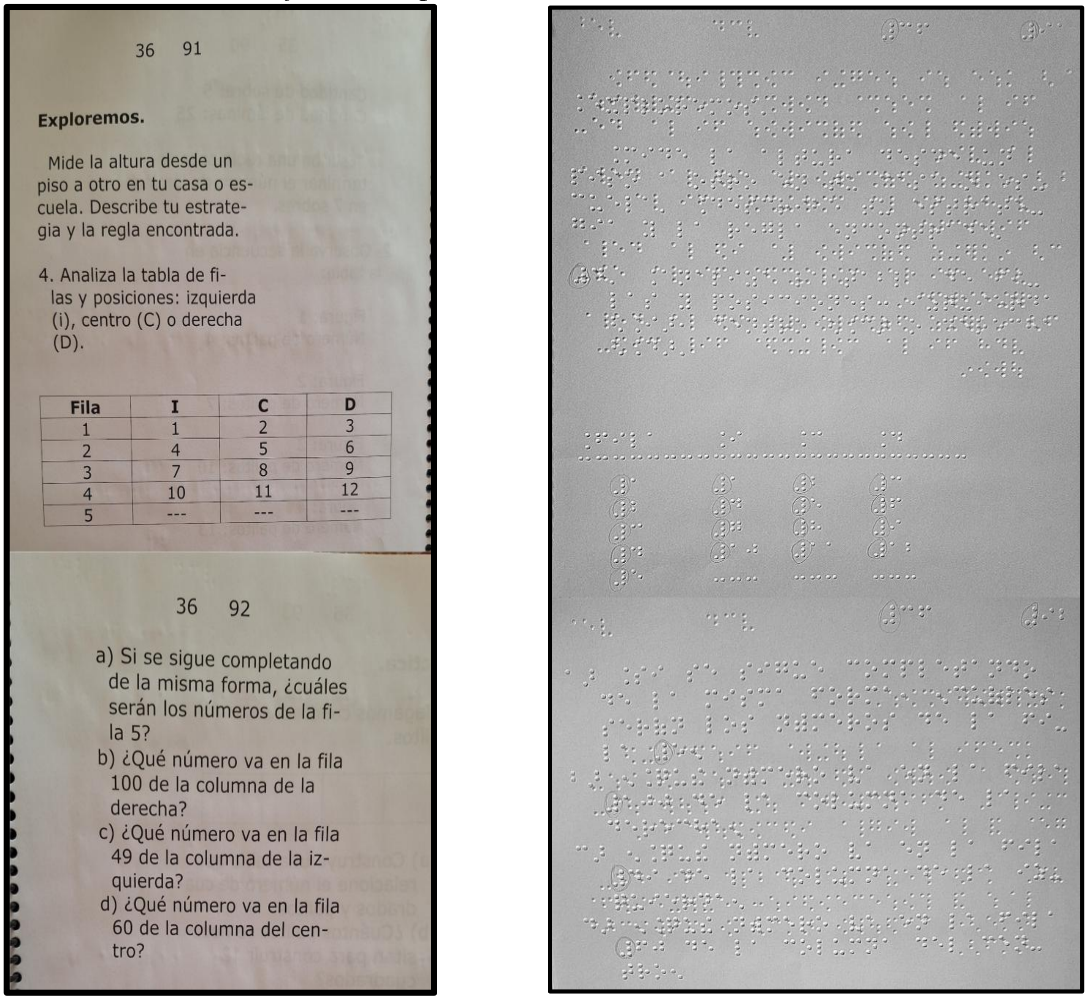
Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 33 de la edición original y página 76 a 81 en la adaptación al sistema Braille.

3.4 Modela relaciones funcionales complejas con múltiples variables utilizando diferentes representaciones

Esta subcategoría se encuentra en 1 actividad (2.13% del total de actividades). En la figura 14 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. La actividad solicita al estudiante analizar una estructura y, en una primera instancia, predecir los números correspondientes a una fila N. Para resolver esta tarea, el estudiante debe identificar que existe una relación funcional entre el número de fila (x) y los valores de las columnas izquierda, centro y derecha. La actividad se vincula con la práctica de Representar, ya que el estudiante debe utilizar distintos modelos, una tabla estructurada y reglas algebraicas para describir y analizar relaciones funcionales.

Figura 14

Actividad del texto en la que se modelan relaciones funcionales complejas con múltiples variables utilizando diferentes representaciones



Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 36 de la edición original y página 91 a 92 en la adaptación al sistema Braille.

Razonar

La Tabla 12 presenta la frecuencia de la práctica de razonar según cada enfoque algebraico en las 47 tareas analizadas del eje Patrones y álgebra. Cabe precisar que, si bien el número de tareas analizadas es 47, el total de presencias asciende a 88 debido a que una misma tarea puede abordar más de una subcategoría de razonamiento.

El enfoque más frecuente en esta práctica es Aritmética Generalizada, lo que refleja una fuerte orientación hacia el uso de operaciones aritméticas para deducir conclusiones, junto con una limitada comparación de métodos para evaluar coherencia. Le sigue el enfoque de Equivalencia, Expresiones, Ecuaciones e Inecuaciones, con un 72,34 %, centrado en el uso de lógica y propiedades para resolver ecuaciones e inecuaciones. Cabe destacar que el análisis dentro de este enfoque no reveló evidencias de la subcategoría 2.6 Determinación de equivalencia entre expresiones algebraicas mediante procesos de simplificación, lo que indica que el texto no promueve esta forma de razonamiento. Finalmente, el enfoque de Pensamiento Funcional alcanza un 55,32 %, destacándose el análisis de relaciones entre variables y la formulación de conclusiones a partir de patrones, aunque con menor presencia que los enfoques anteriores.

Tabla 12

Presencia de la práctica razonar según enfoque algebraico (N=47)

Categorías	Subcategorías	Frecuencia	%	Total
Aritmética Generalizada	1.5 Aplica operaciones aritméticas para deducir conclusiones.	46	97.87%	55 (117.02%)
	1.6 Compara soluciones de distintos métodos aritméticos para evaluar su coherencia.	9	19.15%	
Equivalencia, Expresiones, Ecuaciones e Inecuaciones	2.5 Usa lógica y propiedades para resolver ecuaciones e inecuaciones.	34	72.34%	34 (72.34%)
	2.6 Determina si expresiones aparentemente distintas son equivalentes al simplificarlas.	0	0%	
Pensamiento Funcional	3.5 Analiza relación entre variables dependientes e independientes.	14	29.79%	26 (55.32%)
	3.6 Formula conclusiones sobre el comportamiento de una función a partir de patrones.	12	25.53%	

A continuación, se presentan ejemplos en los que se pudo observar la práctica de razonar en cada uno de los enfoques algebraicos.

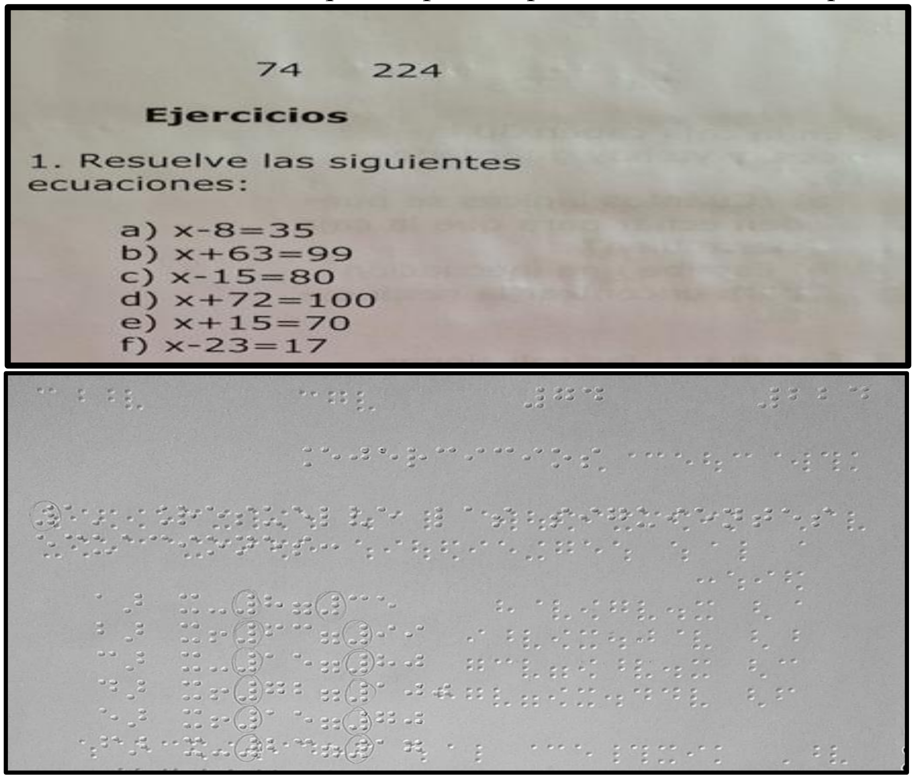
Razonar en la aritmética generalizada

1.5 Aplica operaciones aritméticas para deducir conclusiones.

Se encuentra en 46 actividades (97.87% del total de actividades). En la figura 15 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. La actividad solicita al estudiante que determine el valor de x que satisface cada igualdad. Para resolver correctamente cada una de las ecuaciones, el estudiante debe identificar y aplicar la operación aritmética inversa que permite despejar la incógnita. La tarea se enmarca en la práctica de Razonar, al implicar la aplicación de procedimientos aritméticos para llegar a una conclusión matemática.

Figura 15

Actividad del texto en la que se aplican operaciones aritméticas para deducir conclusiones


74 224

Ejercicios

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) x-8=35
b) x+63=99
c) x-15=80
d) x+72=100
e) x+15=70
f) x-23=17

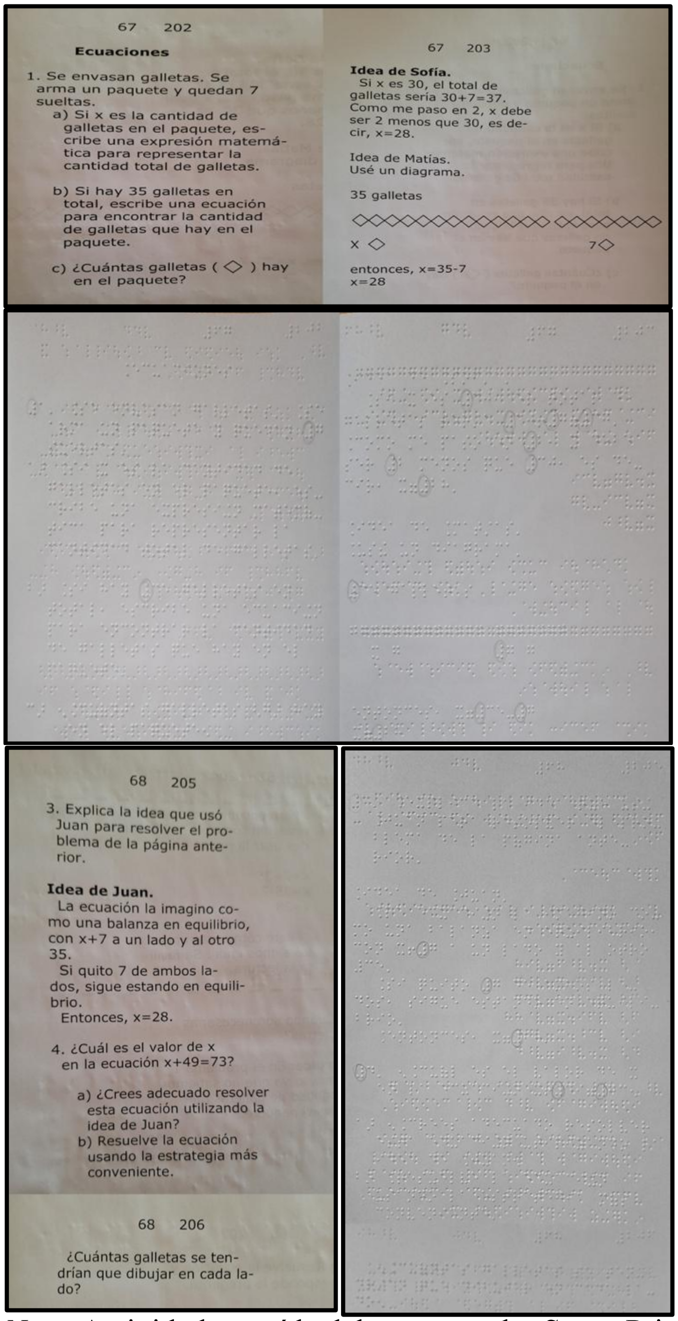
Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 74 de la edición original y página 224 en la adaptación al sistema Braille.

1.6 Compara soluciones de distintos métodos aritméticos para evaluar su coherencia.

Esta subcategoría se encontró en 9 actividades (19.15% del total de actividades). La figura 16 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. La actividad solicita al estudiante que explique detalladamente una estrategia y que evalúe si este método es adecuado para resolver otra ecuación. La tarea exige que el estudiante explique una estrategia, pero además que reflexione sobre su aplicabilidad en otro caso, lo cual implica realizar una comparación implícita entre los distintos métodos. La actividad se enmarca en la práctica de Razonar, en tanto promueve el análisis comparativo de diferentes procedimientos matemáticos para resolver un mismo tipo de problema.

Figura 16

Actividad del texto en la que se comparan soluciones de distintos métodos aritméticos para evaluar su coherencia



67 202

Ecuaciones

1. Se envasan galletas. Se arma un paquete y quedan 7 sueltas.
   a) Si x es la cantidad de galletas en el paquete, escribe una expresión matemática para representar la cantidad total de galletas.
   b) Si hay 35 galletas en total, escribe una ecuación para encontrar la cantidad de galletas que hay en el paquete.
   c) ¿Cuántas galletas (◇) hay en el paquete?

67 203

Idea de Sofía.
Si x es 30, el total de galletas sería 30+7=37. Como me paso en 2, x debe ser 2 menos que 30, es decir, x=28.

Idea de Matías.
Usé un diagrama.

35 galletas

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇

x ◇ 7◇

entonces, x=35-7
x=28

68 205

3. Explica la idea que usó Juan para resolver el problema de la página anterior.

Idea de Juan.
La ecuación la imagino como una balanza en equilibrio, con x+7 a un lado y al otro 35.
Si quito 7 de ambos lados, sigue estando en equilibrio.
Entonces, x=28.

4. ¿Cuál es el valor de x en la ecuación x+49=73?
   a) ¿Crees adecuado resolver esta ecuación utilizando la idea de Juan?
   b) Resuelve la ecuación usando la estrategia más conveniente.

68 206

¿Cuántas galletas se tendrían que dibujar en cada lado?

Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 67 a 68 de la edición original y página 202 a 206 en la adaptación al sistema Braille.

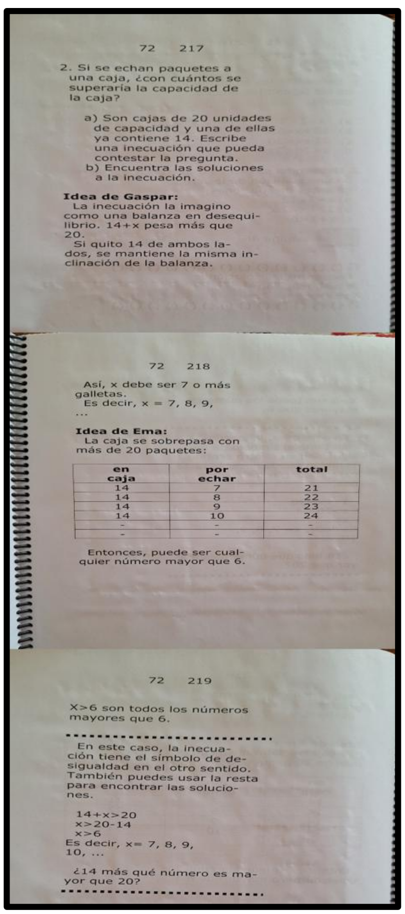
Razonar en Equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones

2.5 Usa lógica y propiedades para resolver ecuaciones e inecuaciones.

Esta subcategoría se encontró en 34 actividades (72.34% del total de actividades). En la figura 17 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. La actividad plantea modelar una situación con una inecuación y determinar el conjunto de soluciones posibles. Para resolver la inecuación, el estudiante debe aplicar razonamiento lógico apoyado en propiedades estructurales de las desigualdades. La tarea se enmarca en la práctica de Razonar, ya que demanda el uso consciente de propiedades estructurales de las desigualdades como la transitividad, el efecto de sumar o restar un mismo valor en ambos lados para resolver una situación simbólica.

Figura 17

Actividad del texto en la que se usa lógica y propiedades para resolver ecuaciones e inecuaciones



72 217

2. Si se echan paquetes a una caja, ¿con cuántos se superaría la capacidad de la caja?

a) Son cajas de 20 unidades de capacidad y una de ellas ya contiene 14. Escribe una inecuación que pueda contestar la pregunta.
b) Encuentra las soluciones a la inecuación.

Idea de Gaspar:
La inecuación la imagino como una balanza en desequilibrio. 14+x pesa más que 20.
Si quito 14 de ambos lados, se mantiene la misma inclinación de la balanza.

72 218

Así, x debe ser 7 o más galletas.
Es decir, x = 7, 8, 9, ...

Idea de Ema:
La caja se sobrepasa con más de 20 paquetes:

en caja	por echar	total
14	7	21
14	8	22
14	9	23
14	10	24
-	-	-
-	-	-

Entonces, puede ser cualquier número mayor que 6.

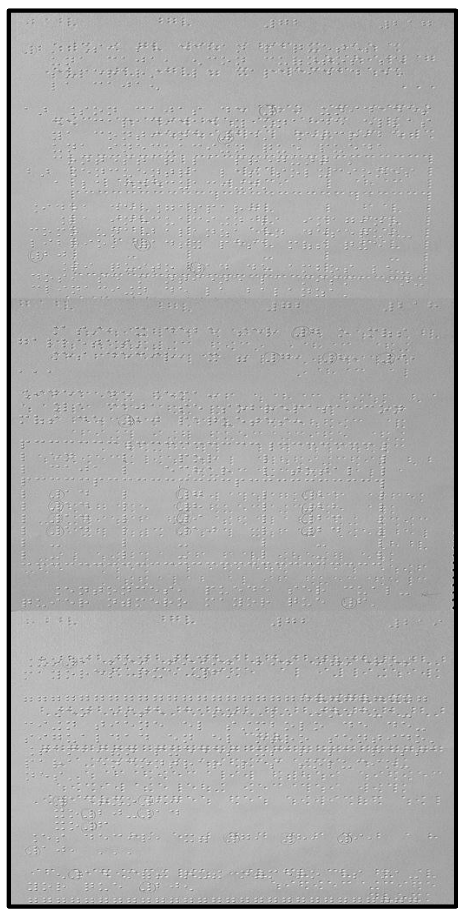
72 219

X>6 son todos los números mayores que 6.

En este caso, la inecuación tiene el símbolo de desigualdad en el otro sentido. También puedes usar la resta para encontrar las soluciones.

14+x>20
x>20-14
x>6
Es decir, x= 7, 8, 9, 10, ...

¿14 más qué número es mayor que 20?



Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 72 a 73 de la edición original y página 217 a 221 en la adaptación al sistema Braille.

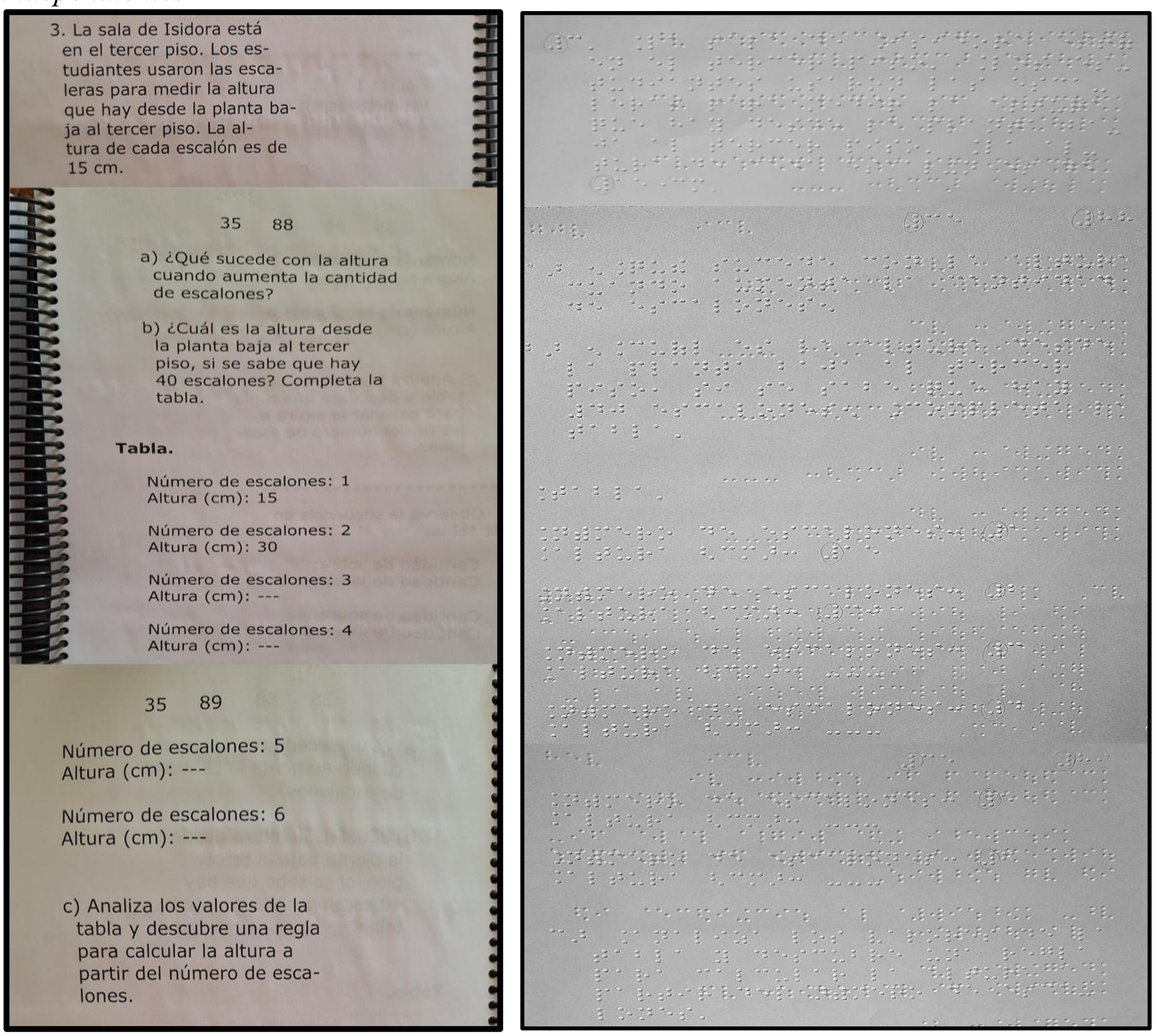
Razonar en Pensamiento Funcional

3.5 Analiza relación entre variables dependientes e independientes.

Esta subcategoría se encuentra en 14 actividades (29.79% del total de actividades). En la figura 18 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. La actividad solicita al estudiante que describa cualitativamente qué ocurre con dos variables relacionadas. Para responder adecuadamente, debe reconocer la relación funcional entre dos cantidades. Por tanto, esta tarea se inscribe en la práctica matemática de Razonar, y específicamente en el razonamiento funcional sobre la covariación entre variables.

Figura 18

Actividad del texto en la que se analiza la relación entre variables dependientes e independientes



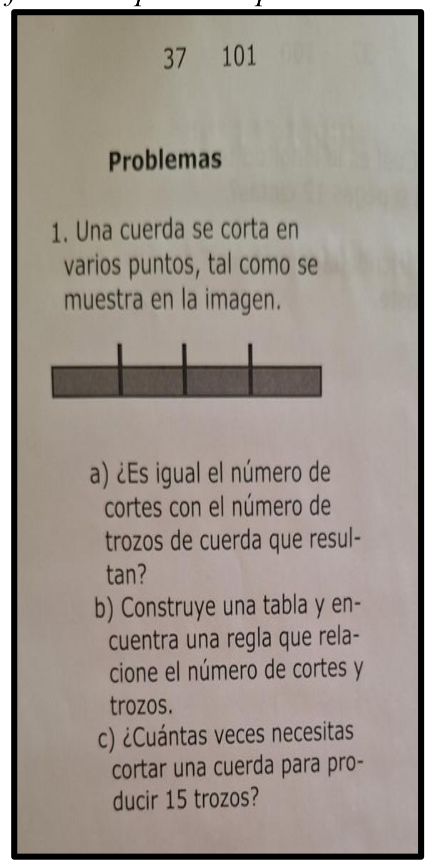
Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 35 de la edición original y página 87 a 89 en la adaptación al sistema Braille.

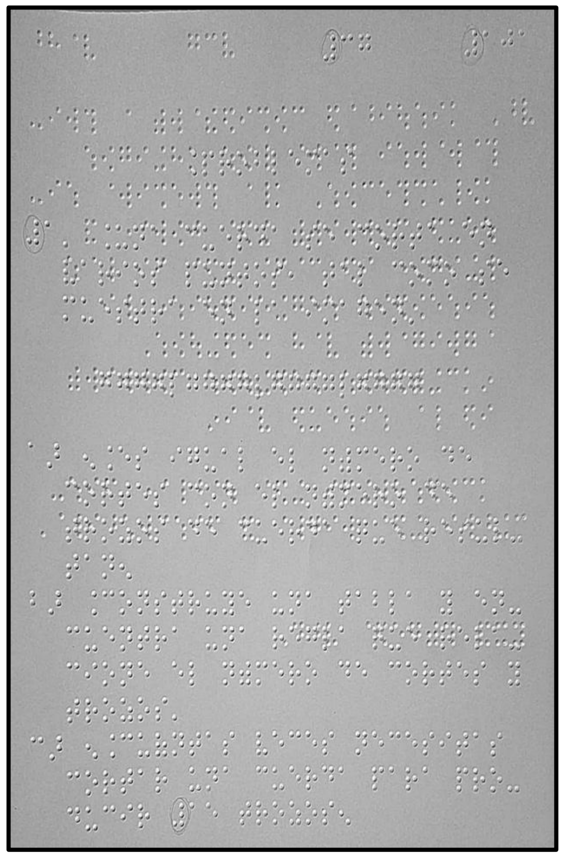
3.6 Formula conclusiones sobre el comportamiento de una función a partir de patrones.

Esta subcategoría se encuentra en 12 actividades (25.53% del total de actividades). En la figura 19 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. La actividad solicita al estudiante analizar si existe igualdad entre dos cantidades y, formular una regla general que explique dicha relación. Para abordar esta tarea, el estudiante debe observar el patrón que emerge entre las dos cantidades. Esta formulación de la regla general a partir de ejemplos concretos constituye un ejercicio claro de la práctica de Razonar, ya que implica interpretar una regularidad y traducirla en una expresión funcional.

Figura 19

Actividad del texto en la que se formulan conclusiones sobre el comportamiento de una función a partir de patrones





Nota. Actividad extraída del texto escolar Sumo Primero 5° básico, Tomo 2, página 37 de la edición original y página 101 en la adaptación al sistema Braille.

Justificar

La Tabla 13 presenta la frecuencia de la práctica de justificar según cada enfoque algebraico en las 47 tareas analizadas. Este análisis permite identificar qué tipos de justificación se promueven en el texto escolar, entregando evidencia sobre cómo se fomenta el uso de propiedades, equivalencias y relaciones funcionales para respaldar procedimientos matemáticos. En total, se registran 33 presencias de esta práctica, lo que la convierte en la menos frecuente entre las prácticas analizadas.

El enfoque más representado en esta práctica es Equivalencia, Expresiones, Ecuaciones e Inecuaciones, con un 46,81 % del total de presencias. Este resultado evidencia un interés por justificar la resolución de ecuaciones e inecuaciones a partir de equivalencias y por explicar el impacto de cada transformación en una ecuación. Le sigue el enfoque de Pensamiento Funcional, con un 14,89 %, donde se observa una presencia limitada en la justificación del efecto de cambios en las variables. Cabe destacar que el análisis dentro de este enfoque no se registraron actividades correspondientes a la subcategoría 3.8 Evaluación del efecto de la variación de parámetros iniciales sobre los resultados de una función, lo que indica que el texto no promueve esta forma de justificación en contextos funcionales. Finalmente, el enfoque de Aritmética Generalizada representa solo el 8,51 % de las presencias, centrado en la explicación puntual de propiedades aritméticas y la verificación de soluciones mediante propiedades inversas.

Tabla 13

Presencia de la práctica justificar según enfoque algebraico (N=47)

Categorías	Subcategorías	Frecuencia	%	Total
Aritmética Generalizada	1.7 Explica propiedades aritméticas usadas para resolver problemas.	3	6.38%	4 (8.51%)
	1.8 Verifica soluciones usando propiedades inversas de operaciones.	1	2.13%	
Equivalencia, Expresiones, Ecuaciones e Inecuaciones	2.7 Justifica resolución de ecuaciones/inecuaciones considerando equivalencias.	17	36.17%	22 (46.81%)
	2.8 Explica impacto de cada paso en una transformación de ecuación.	5	10.64%	
Pensamiento Funcional	3.7 Justifica cómo los cambios en las variables afectan los resultados.	7	14.89%	7 (14.89%)
	3.8 Evalúa cómo una variación en los parámetros iniciales de una función altera los resultados.	0	0%	

A continuación, se presentan ejemplos en los que se pudo observar la práctica de justificar en cada uno de los enfoques algebraicos.

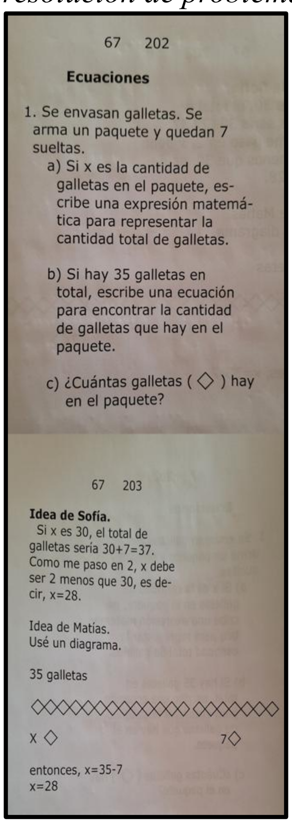
Justificar en la aritmética generalizada

1.7 Explica propiedades matemáticas utilizadas en la resolución de problemas

Esta subcategoría se encontró en 3 actividades (6.38% del total de actividades). En la figura 20 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. La actividad solicita al estudiante que represente una cantidad a partir una expresión algebraica, escriba una ecuación y analice diversas estrategias utilizadas por personajes ficticios, pidiendo específicamente al estudiante explicar las estrategias. Para resolverla, el estudiante debe reconocer explícitamente qué propiedad está usando y por qué funciona, fortaleciendo así el tránsito entre lo operativo y lo estructural. La solicitud de justificar el procedimiento mediante la idea de Juan y su posible aplicación a otro caso promueve la práctica, al centrar la atención en el por qué detrás de los pasos realizados.

Figura 20

Actividad del texto en la que se explican propiedades matemáticas utilizadas en la resolución de problemas



67 202

Ecuaciones

1. Se envasan galletas. Se arma un paquete y quedan 7 sueltas.
   a) Si x es la cantidad de galletas en el paquete, escribe una expresión matemática para representar la cantidad total de galletas.
   b) Si hay 35 galletas en total, escribe una ecuación para encontrar la cantidad de galletas que hay en el paquete.
   c) ¿Cuántas galletas (◇) hay en el paquete?

67 203

Idea de Sofía.
Si x es 30, el total de galletas sería 30+7=37. Como me paso en 2, x debe ser 2 menos que 30, es decir, x=28.

Idea de Matías.
Usé un diagrama.

35 galletas

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇

x ◇ 7◇

entonces, x=35-7
x=28

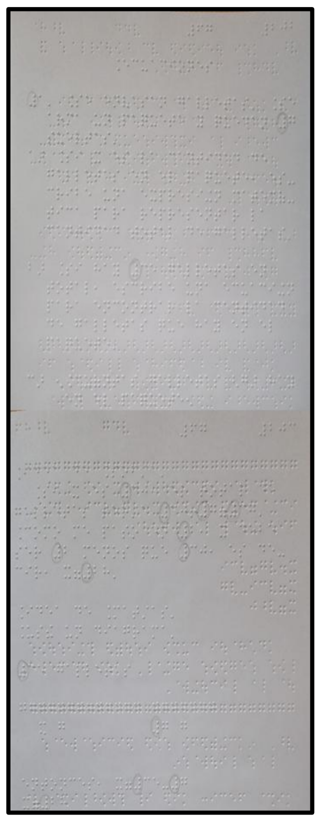
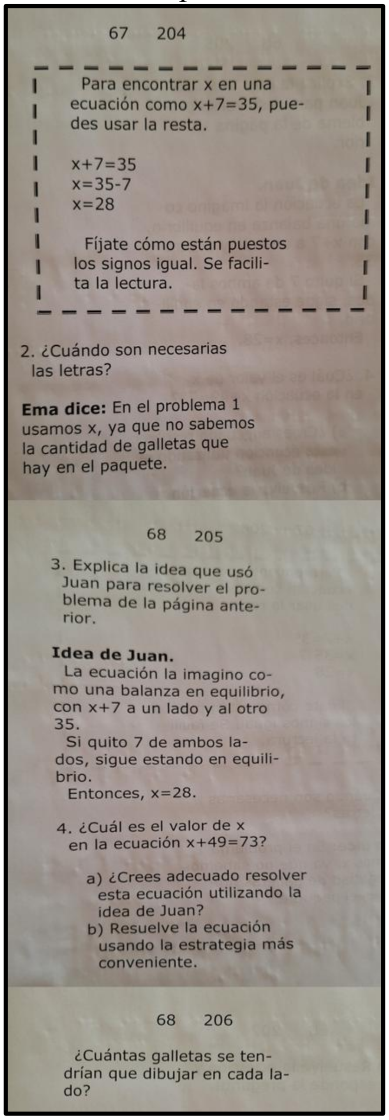


Figura 20

Actividad del texto en la que se explican propiedades matemáticas utilizadas en la resolución de problemas



67 204

Para encontrar x en una ecuación como x+7=35, puedes usar la resta.

x+7=35
x=35-7
x=28

Fíjate cómo están puestos los signos igual. Se facilita la lectura.

2. ¿Cuándo son necesarias las letras?

Ema dice: En el problema 1 usamos x, ya que no sabemos la cantidad de galletas que hay en el paquete.

68 205

3. Explica la idea que usó Juan para resolver el problema de la página anterior.

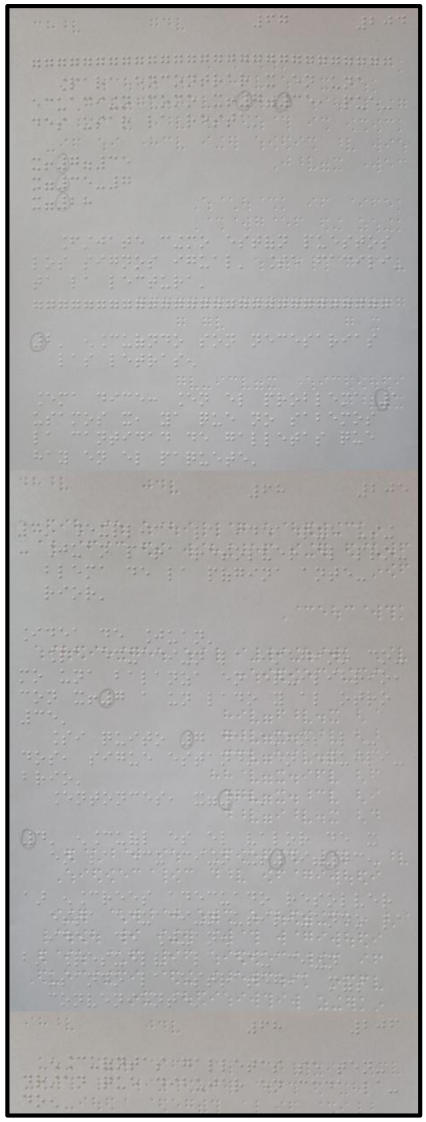
Idea de Juan.
La ecuación la imagino como una balanza en equilibrio, con x+7 a un lado y al otro 35.
Si quito 7 de ambos lados, sigue estando en equilibrio.
Entonces, x=28.

4. ¿Cuál es el valor de x en la ecuación x+49=73?

a) ¿Crees adecuado resolver esta ecuación utilizando la idea de Juan?
b) Resuelve la ecuación usando la estrategia más conveniente.

68 206

¿Cuántas galletas se tendrían que dibujar en cada lado?



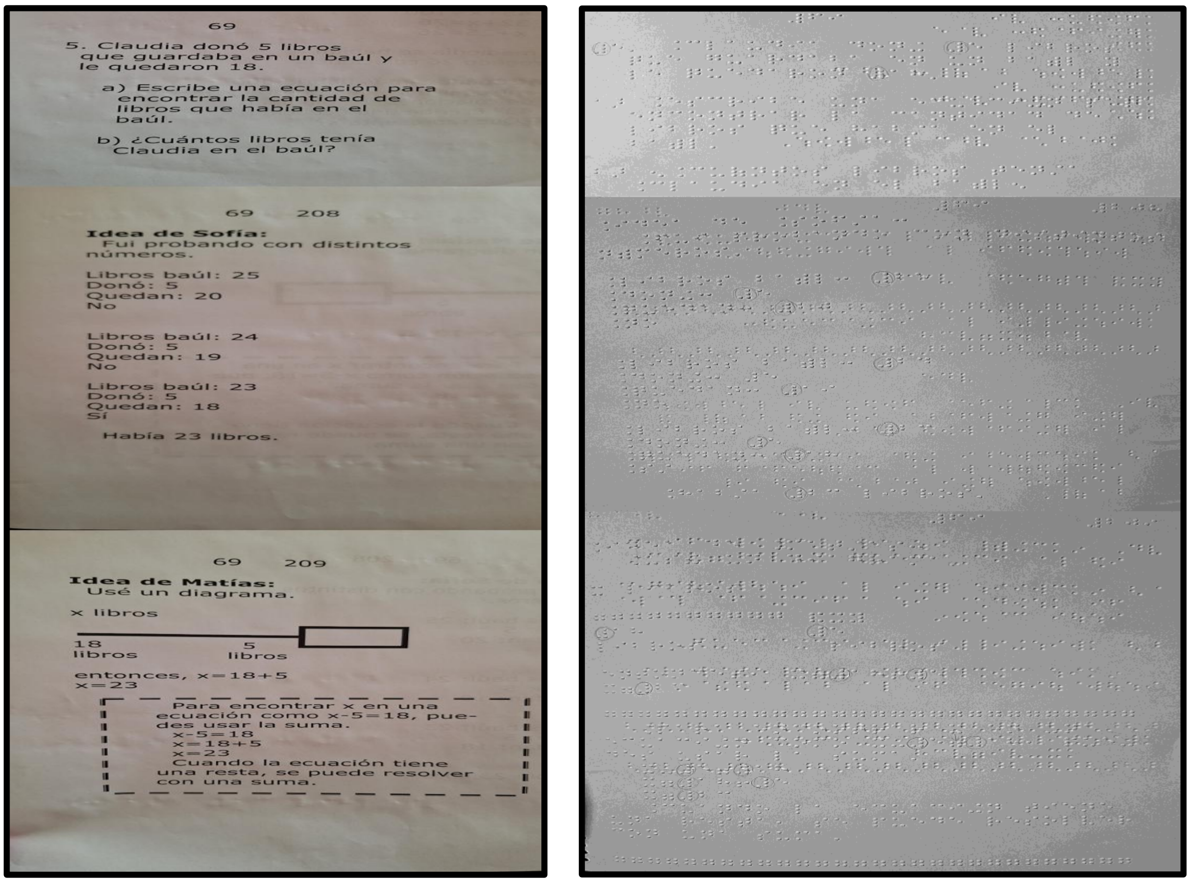
Nota. Extraída del texto escolar Sumo primero 5to básico, Tomo 2, página 67 a 68 original, página 202 a 206 adaptación al Braille.

1.8 Verifica soluciones usando propiedades inversas de operaciones.

Esta subcategoría se encuentra en 1 actividad (2.13% del total de actividades). En la figura 21 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. Concretamente, en este ejemplo se solicita al estudiante que modele un problema con una ecuación, y que la resuelva, reconociendo la propiedad necesaria para resolverla. Aunque no se exige una verificación posterior explícita, este procedimiento funciona implícitamente como una verificación, ya que busca el número que, al restarle 5, da 18. Esta actividad se alinea directamente con la subcategoría ya que el procedimiento utilizado por el estudiante para resolver la ecuación se basa explícitamente en el uso de una propiedad inversa de las operaciones aritméticas (la suma como inversa de la resta). La resolución actúa como una forma de verificación estructural, en tanto que permite deducir qué valor de x mantiene la igualdad.

Figura 21

Actividad del texto en la que se verifican soluciones usando propiedades inversas de operaciones



Nota. Extraída del texto escolar Sumo primero 5to básico, Tomo 2, página 69 original, página 208 a 209 adaptación al Braille.

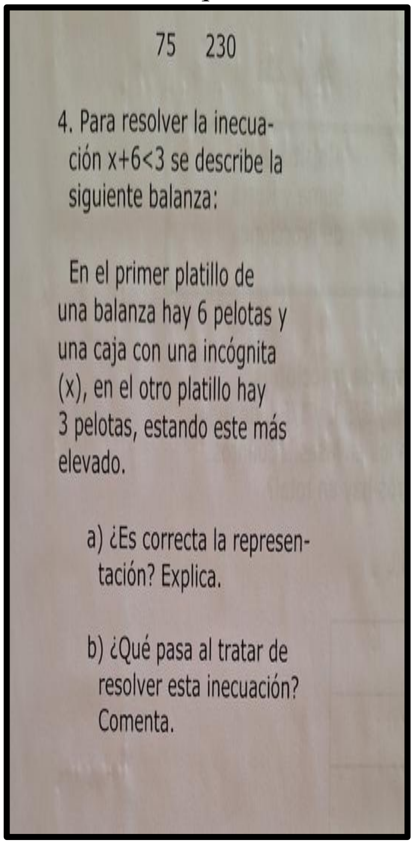
Justificar en Equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones

2.7 Justifica resolución de ecuaciones/inecuaciones considerando equivalencias.

Esta subcategoría se encontró en 17 actividades (36.17% del total de actividades). En la figura 22 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. Concretamente, en este ejemplo se solicita evaluar si la representación es adecuada para la inecuación planteada y justificar la respuesta. Para responder, el estudiante debe proporcionar una justificación lógica que evidencie esta falta de equivalencia entre la representación verbal y la inecuación dada. Esta actividad se alinea directamente con la subcategoría ya que exige que el estudiante justifique sus procedimientos y conclusiones tanto al evaluar la adecuación de una representación como al interpretar el resultado de una inecuación.

Figura 22

Actividad del texto en la que se justifica la resolución de ecuaciones o inecuaciones considerando equivalencias



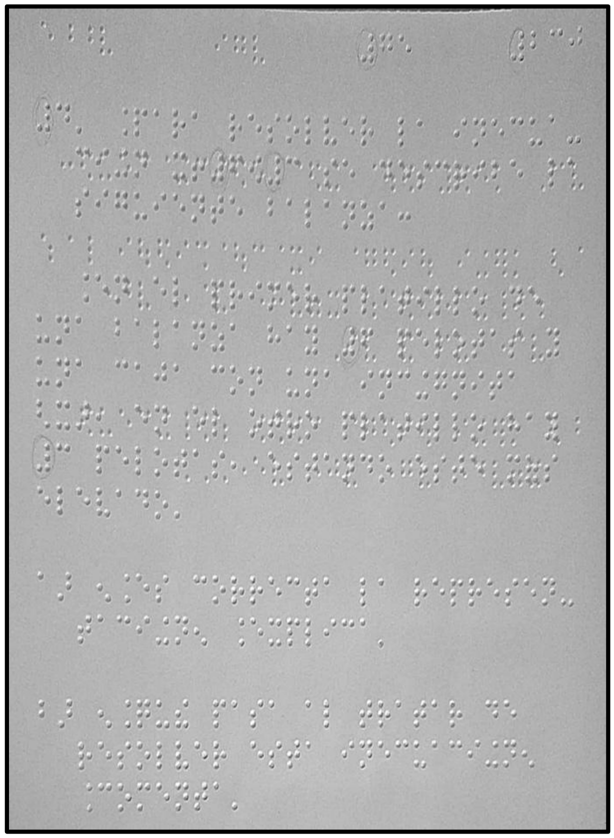
75 230

4. Para resolver la inecuación $x+6<3$ se describe la siguiente balanza:

En el primer platillo de una balanza hay 6 pelotas y una caja con una incógnita (x), en el otro platillo hay 3 pelotas, estando este más elevado.

a) ¿Es correcta la representación? Explica.

b) ¿Qué pasa al tratar de resolver esta inecuación? Comenta.



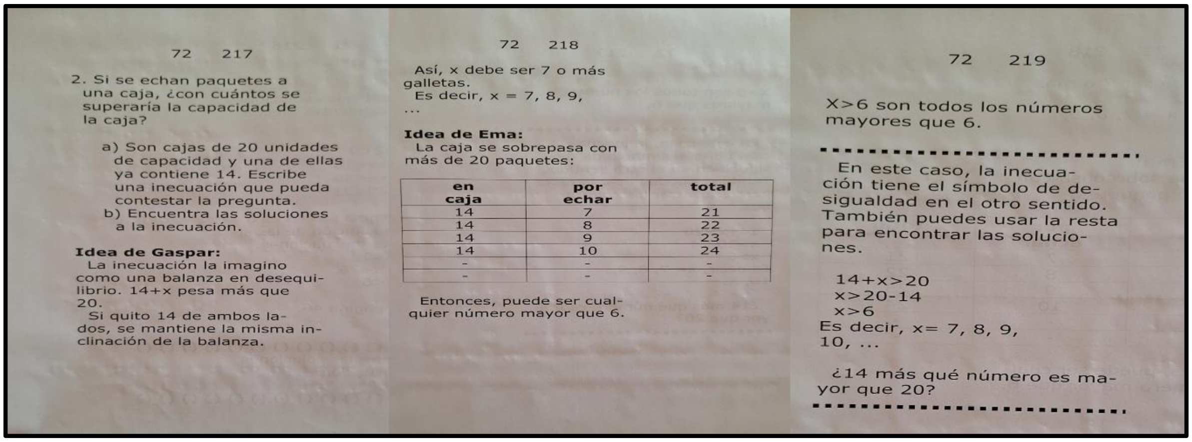
Nota. Extraída del texto escolar Sumo primero 5to básico, Tomo 2, página 75 original, página 230 adaptación al Braille.

2.8 Explica impacto de cada paso en una transformación de ecuación.

Esta subcategoría se encontró en 5 actividades (10.64% del total de actividades). En la figura 23 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. Concretamente, en este ejemplo se solicita al estudiante que modele la situación con una inecuación y que determine su conjunto solución. La acción clave para esta subcategoría consiste en que el estudiante comprenda y explique el efecto de un paso específico en el proceso de transformación de la inecuación. Esta misma estrategia, al incorporar una representación concreta (la balanza) y conectar la transformación con una propiedad estructural del sistema de desigualdades, refuerza aún más su alineación con esta subcategoría. No se trata solo de aplicar una regla, sino de justificar por qué ese paso es matemáticamente válido, lo que se enmarca en la práctica de Justificar.

Figura 23

Actividad del texto en la que se usa lógica y propiedades para resolver ecuaciones e inecuaciones



72 217

2. Si se echan paquetes a una caja, ¿con cuántos se superaría la capacidad de la caja?

a) Son cajas de 20 unidades de capacidad y una de ellas ya contiene 14. Escribe una inecuación que pueda contestar la pregunta.
b) Encuentra las soluciones a la inecuación.

Idea de Gaspar:
La inecuación la imagino como una balanza en desequilibrio. 14+x pesa más que 20.
Si quito 14 de ambos lados, se mantiene la misma inclinación de la balanza.

72 218

Así, x debe ser 7 o más galletas.
Es decir, x = 7, 8, 9, ...

Idea de Ema:
La caja se sobrepasa con más de 20 paquetes:

en caja	por echar	total
14	7	21
14	8	22
14	9	23
14	10	24
-	-	-
-	-	-

Entonces, puede ser cualquier número mayor que 6.

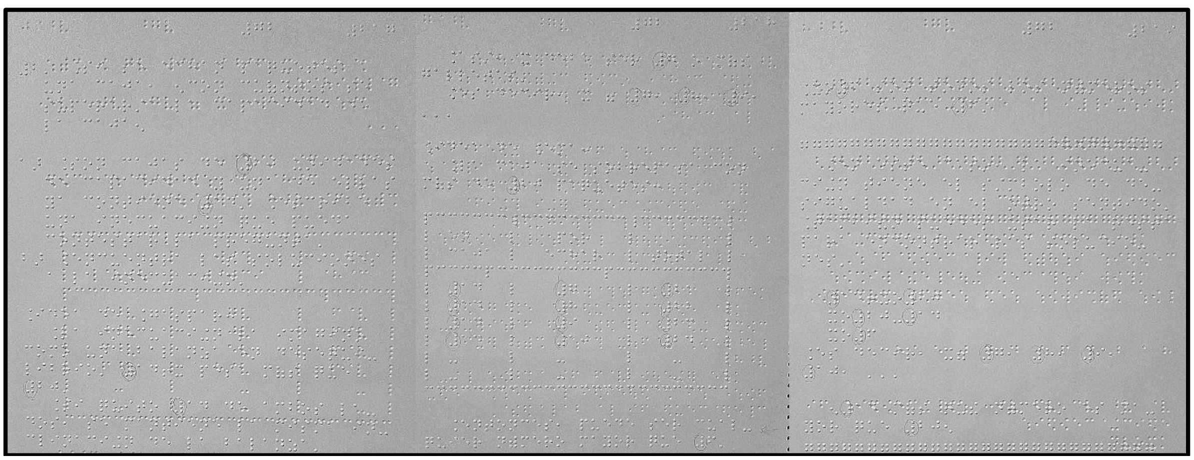
72 219

X>6 son todos los números mayores que 6.

En este caso, la inecuación tiene el símbolo de desigualdad en el otro sentido. También puedes usar la resta para encontrar las soluciones.

14+x>20
x>20-14
x>6
Es decir, x= 7, 8, 9, 10, ...

¿14 más qué número es mayor que 20?



Nota. Extraída del texto escolar Sumo primero 5to básico, Tomo 2, página 72 original, página 217 a 219 adaptación al Braille.

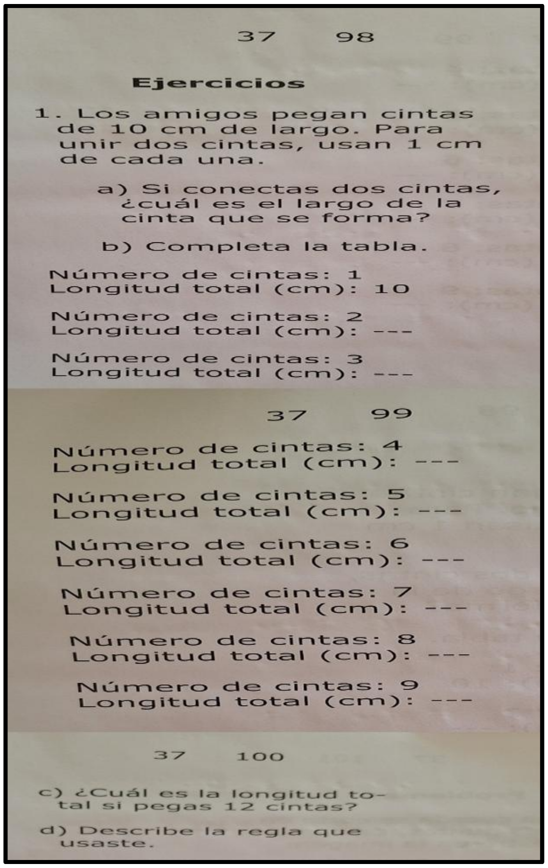
Justificar en Pensamiento Funcional

3.7 Justifica cómo los cambios en las variables afectan los resultados.

Esta subcategoría se encontró en 7 actividades (14.89% del total de actividades). En la figura 24 se observa una de las actividades en la que identificamos esta subcategoría. Concretamente, en este ejemplo solicita al estudiante determinar la longitud total obtenida al conectar distintas cantidades de cintas, observar el patrón, y encontrar una regla general que permita calcular el largo para cualquier cantidad, es decir, análisis funcional entre dos variables. Para resolver esta tarea, el estudiante debe analizar y explicar cómo los cambios en la variable independiente (número de cintas) afectan a la variable dependiente (longitud total de la cinta unida). Esta explicación se enmarca en la práctica de Justificar, porque no basta con aplicar un procedimiento: se debe argumentar cómo opera la relación entre las variables y cómo una condición intermedia (el traslape) modifica el patrón de crecimiento.

Figura 24

Actividad del texto en la que se justifica cómo los cambios en las variables afectan los resultados



37 98

Ejercicios

1. Los amigos pegan cintas de 10 cm de largo. Para unir dos cintas, usan 1 cm de cada una.

a) Si conectas dos cintas, ¿cuál es el largo de la cinta que se forma?

b) Completa la tabla.

Número de cintas: 1
Longitud total (cm): 10

Número de cintas: 2
Longitud total (cm): ---

Número de cintas: 3
Longitud total (cm): ---

37 99

Número de cintas: 4
Longitud total (cm): ---

Número de cintas: 5
Longitud total (cm): ---

Número de cintas: 6
Longitud total (cm): ---

Número de cintas: 7
Longitud total (cm): ---

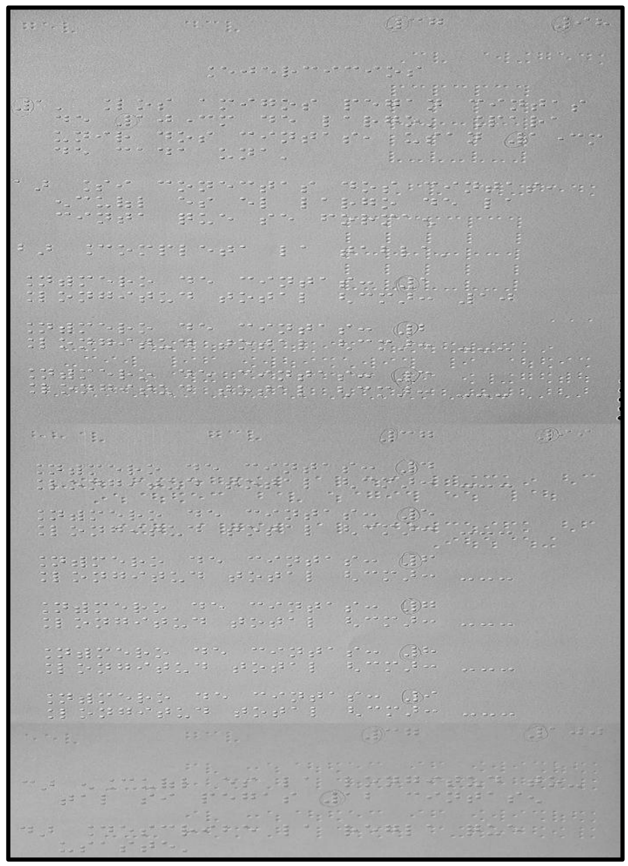
Número de cintas: 8
Longitud total (cm): ---

Número de cintas: 9
Longitud total (cm): ---

37 100

c) ¿Cuál es la longitud total si pegas 12 cintas?

d) Describe la regla que usaste.



Nota. Extraída del texto escolar Sumo primero 5to básico, Tomo 2, página 37 original, página 98 a 100 adaptación al Braille.

Adaptación pedagógica al Braille

La Tabla 7 sintetiza la frecuencia y el porcentaje de presencia de siete categorías de transcripción. Destaca, en primer lugar, el Formato Numérico, presente en la totalidad de las tareas (100%). La notación matemática se respeta rigurosamente, evidenciando que cada cifra se introduce con el signo numérico, y se mantiene una separación adecuada entre símbolos. Este resultado confirma una prioridad institucional por salvaguardar la exactitud de los símbolos, coherente con las directrices de la DGMIE y la ONCE, que advierten que la mínima ambigüedad en la notación puede comprometer la comprensión de operaciones y cantidades en lectura táctil.

Tabla 7
Análisis de la transcripción en braille en texto escolar adaptado (N=47)

Categorías	Presencia	Porcentaje
Gramática y Estilo	38	80%
Cornisas y Bloques	46	97%
Títulos y Subtítulos	26	55%
Sangría y Párrafos	26	55%
Respuesta de los Alumnos	0	0%
Formato Numérico	47	100%
Referencias Cruzadas	12	25%

Nota. El texto escolar Sumo Primero de 5.º básico analizado se compone de dos volúmenes. Cada uno incluye, al final, un índice que detalla capítulo, título y número de página, dicho índice se presenta exclusivamente en formato Braille.

En segundo lugar, destaca Cornisas y Bloques (97%), referida a la correcta reproducción de encabezados, separadores y marcas de sección que estructuran el flujo del texto. La casi total presencia de estos elementos asegura que los estudiantes puedan localizar con rapidez las actividades y transitar de forma autónoma entre ellas, reforzando la jerarquía táctil que prescribe la normativa de accesibilidad.

Con una presencia intermedia se encuentran Títulos y Subtítulos y Sangría y Párrafos (55% cada una). Ello indica que poco más de la mitad de las tareas respeta la jerarquía de encabezados, centrado de títulos, alineación de subtítulos y la separación de bloques mediante sangrías y líneas en blanco.

Posteriormente, la categoría Referencias Cruzadas solo se documenta en 12 tareas (25 %) destacando la incorporación en el propio volumen en Braille el ejercicio al que se remite. Con ello se mantiene la correspondencia entre la paginación en tinta y la paginación Braille, a la vez que se evita que el estudiante deba recurrir a materiales externos, asegurando la continuidad didáctica y la accesibilidad plena del contenido.

Por otra parte, la categoría Respuesta de los Alumnos presenta una ausencia total (0%). La falta de líneas guía o espacios destinados a la escritura táctil sugiere que la adaptación privilegia la exposición de contenidos por sobre la interacción escrita, probablemente porque el programa curricular dispone de cuadernos de trabajo separados. No obstante, esta decisión restringe la incorporación de instancias de evaluación formativa dentro del mismo volumen.

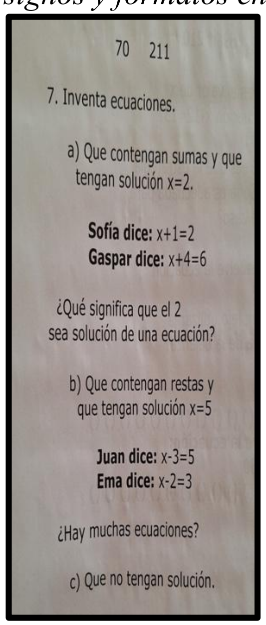
En lo que sigue describimos uno a uno ejemplificando la presencia de cada categoría en los aspectos de diseño.

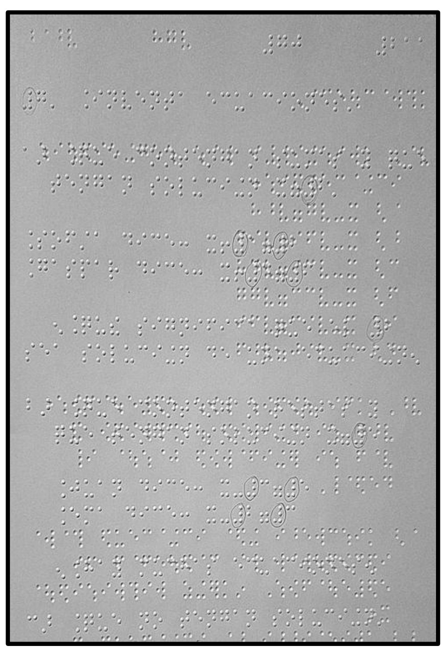
Gramática y Estilo.

En esta categoría, identificamos 40 instancias presentes. En concreto, se pudo inferir a partir de la verificación del respeto a las normas gramaticales del texto original y la correcta aplicación de la signografía Braille para signos de puntuación, interrogación, exclamación y formatos de énfasis como cursivas o negritas. La figura 25 muestra un ejemplo de tarea en que se observa que se considera la gramática y estilo debido a que utiliza correctamente los signos de interrogación en las preguntas "¿Qué significa...?" y "¿Hay muchas ecuaciones?", así como la puntuación en las ideas de los personajes (ej. "Sofía dice: $x + 1 = 2$").

Figura 25

Actividad del texto en la que se respeta la gramática y el estilo mediante el uso adecuado de signos y formatos en Braille



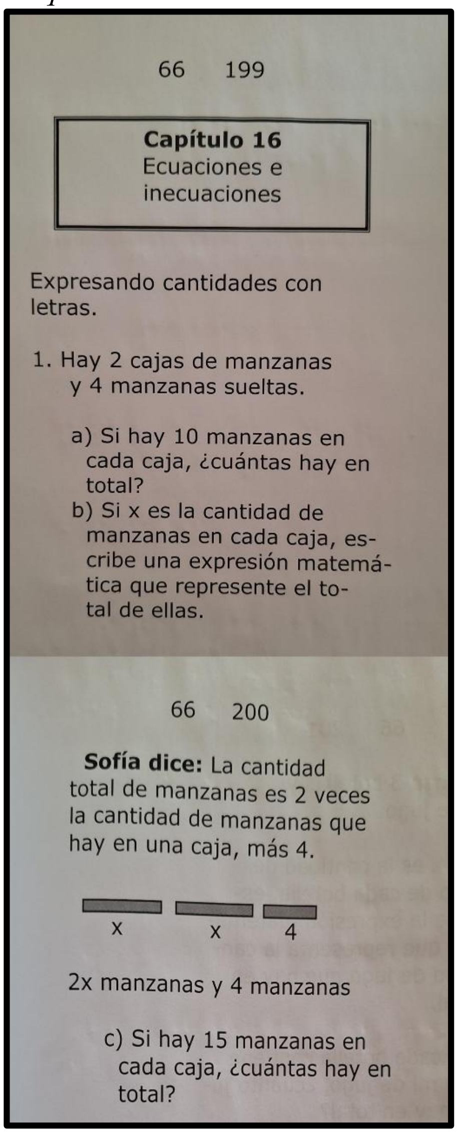


Cornisas y Bloques.

En esta categoría, identificamos 88 instancias presentes. En concreto, se pudo inferir a partir de la verificación de la ausencia de cornisas (titulillos), el inicio de bloques/capítulos en página impar y la correcta gestión de líneas viudas/huérfanas (según Tabla 4). La figura 26 muestra un ejemplo de tarea en que se observa que se considera la categoría Cornisas y Bloques debido a que el inicio del "Capítulo 16" ocurre en la página Braille 199 (impar) y la página carece de encabezados o pies de página repetitivos (cornisas).

Figura 26

Actividad del texto en la que se evidencian criterios de formato relacionados con cornisas y bloques



66 199

Capítulo 16
Ecuaciones e inecuaciones

Expresando cantidades con letras.

1. Hay 2 cajas de manzanas y 4 manzanas sueltas.

a) Si hay 10 manzanas en cada caja, ¿cuántas hay en total?
b) Si x es la cantidad de manzanas en cada caja, escribe una expresión matemática que represente el total de ellas.

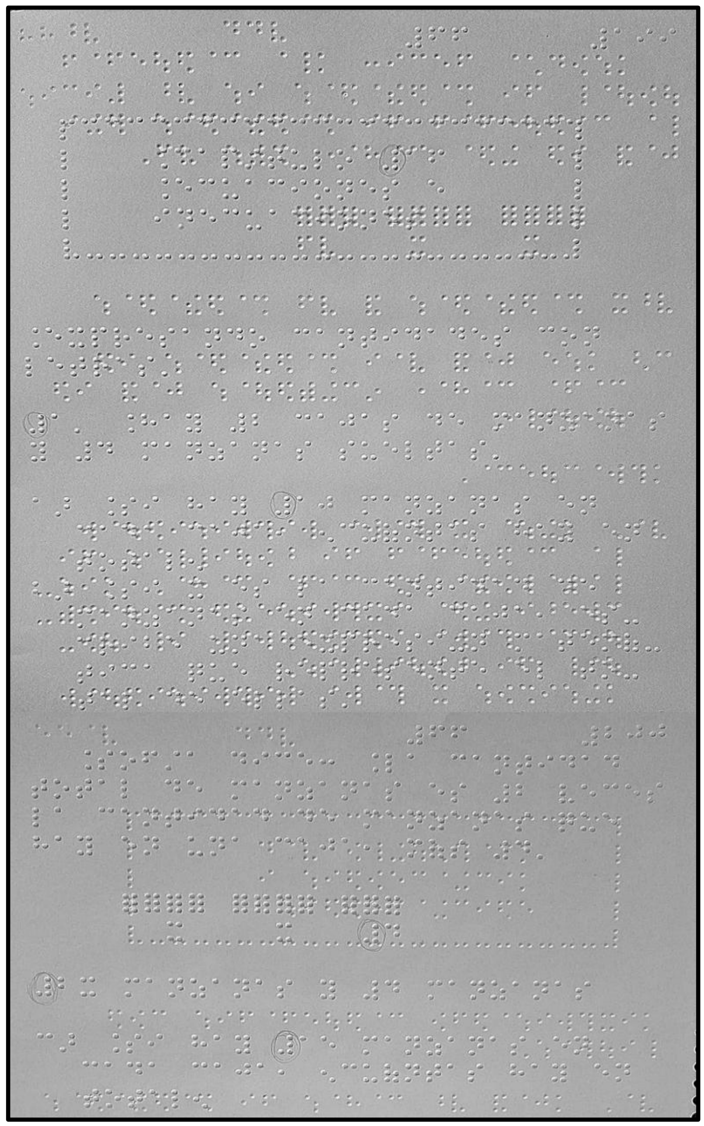
66 200

Sofía dice: La cantidad total de manzanas es 2 veces la cantidad de manzanas que hay en una caja, más 4.

x x 4

2x manzanas y 4 manzanas

c) Si hay 15 manzanas en cada caja, ¿cuántas hay en total?

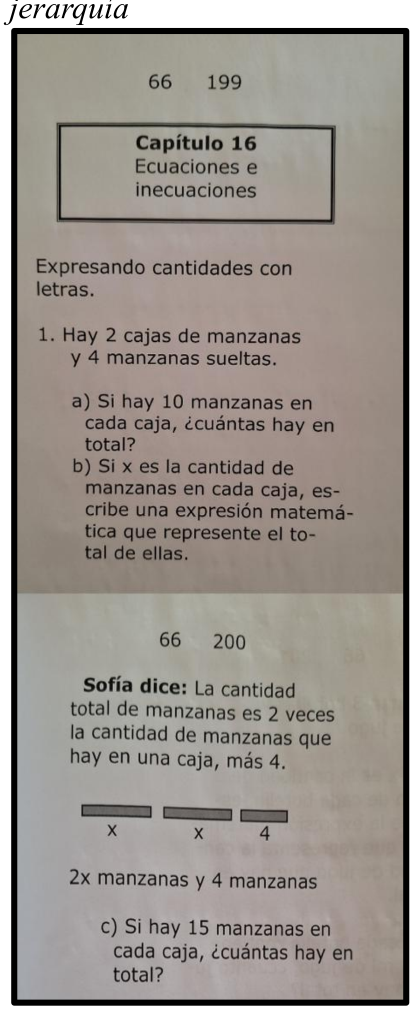


Títulos y Subtítulos.

En esta categoría, identificamos 29 instancias presentes. En concreto, se pudo inferir a partir de la correcta aplicación de las normas de formato Braille para títulos (centrados, con línea en blanco antes y después) y subtítulos (alineados a la izquierda, sin sangría ni línea en blanco separadora), conforme a la jerarquía del texto (según Tabla 4). La figura 27 muestra un ejemplo de tarea en que se observa que se considera la categoría Títulos y Subtítulos debido a que el título "Capítulo 16 Ecuaciones e inecuaciones" y el subtítulo "Expresando cantidades con letras." están presentados con el formato Braille adecuado a su nivel jerárquico.

Figura 27

Actividad del texto en la que se aplican los formatos Braille para títulos y subtítulos según su jerarquía



66 199

Capítulo 16
Ecuaciones e inecuaciones

Expresando cantidades con letras.

1. Hay 2 cajas de manzanas y 4 manzanas sueltas.

   a) Si hay 10 manzanas en cada caja, ¿cuántas hay en total?
   b) Si x es la cantidad de manzanas en cada caja, escribe una expresión matemática que represente el total de ellas.

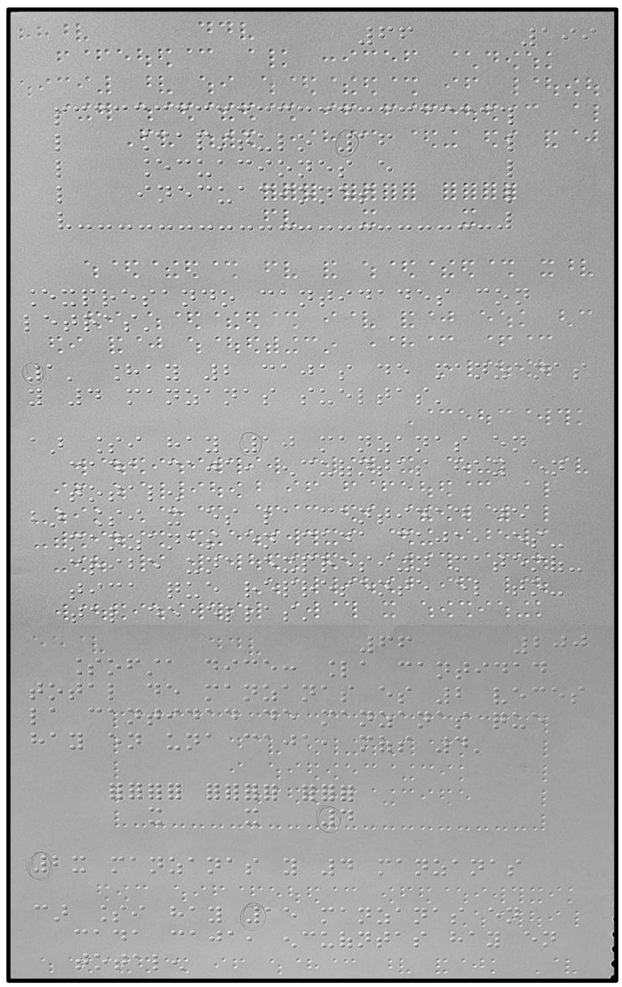
66 200

Sofía dice: La cantidad total de manzanas es 2 veces la cantidad de manzanas que hay en una caja, más 4.

x x 4

2x manzanas y 4 manzanas

c) Si hay 15 manzanas en cada caja, ¿cuántas hay en total?

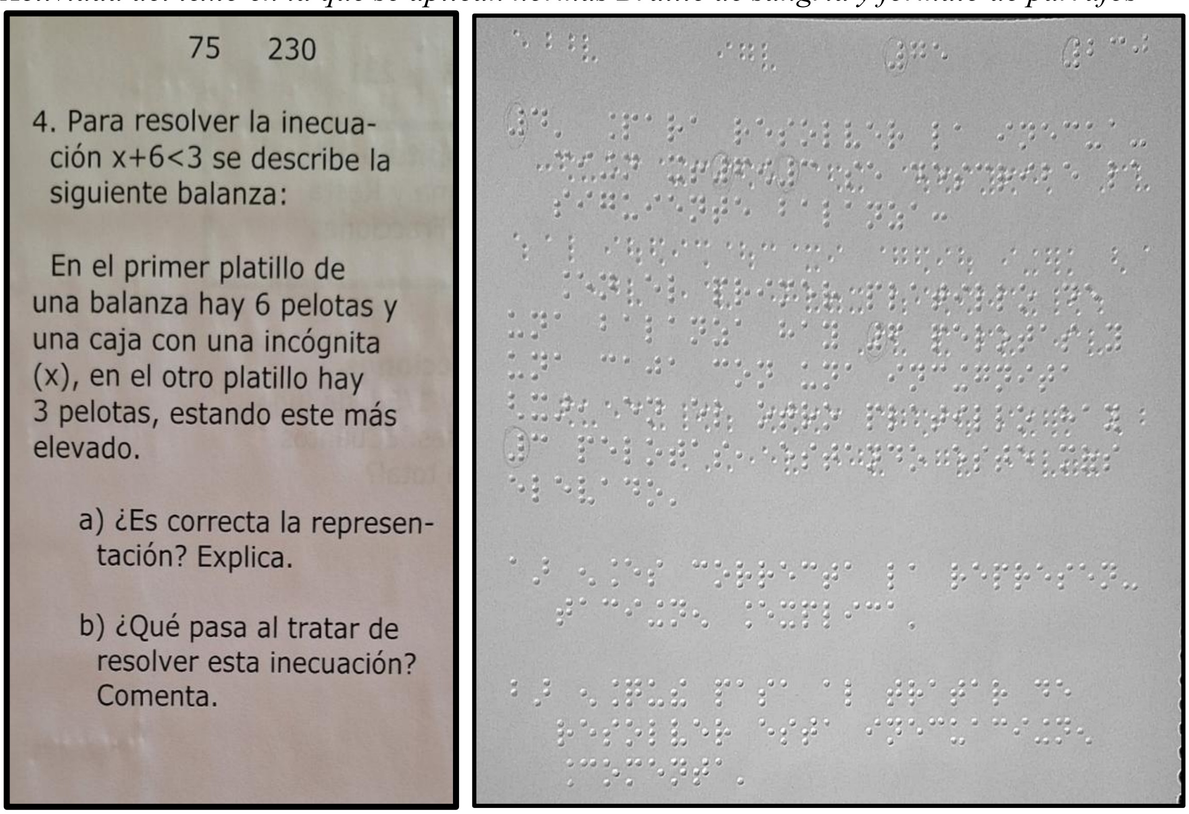


Sangría y Párrafos.

En esta categoría, identificamos 26 instancias presentes. En concreto, se pudo inferir a partir de la aplicación consistente de la sangría estándar Braille (generalmente 2 espacios) al inicio de cada párrafo de texto corrido, incluyendo el primero después de un título o subtítulo (según Tabla 4). La figura 28 muestra un ejemplo de tarea en que se observa que se considera la categoría Sangría y Párrafos debido a que el párrafo descriptivo que comienza con "En el primer platillo..." presenta la sangría inicial requerida, distinguiéndolo del texto de la pregunta anterior.

Figura 28

Actividad del texto en la que se aplican normas Braille de sangría y formato de párrafos



Respuesta de los alumnos.

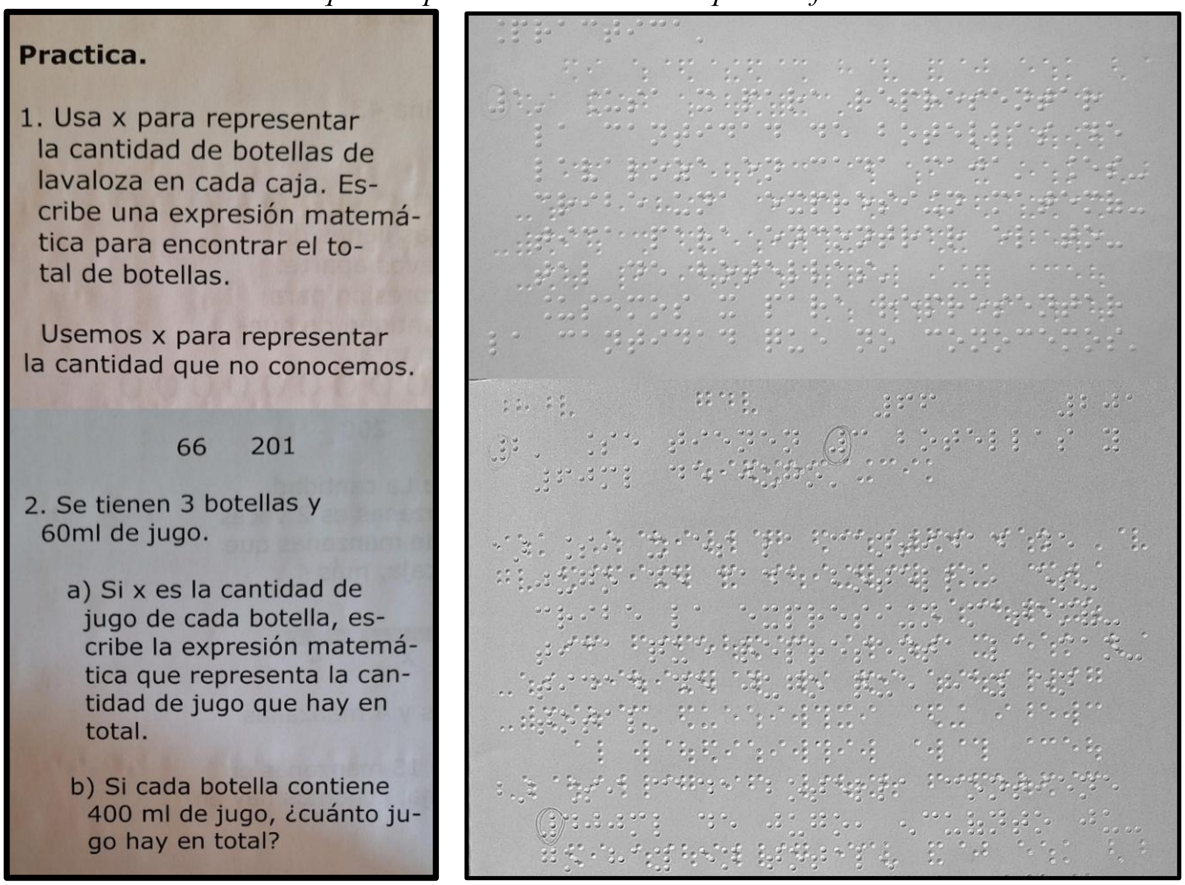
En esta categoría, identificamos 0 instancias presentes. En concreto, a partir de la búsqueda de la convención Braille de tres guiones bajos u otro formato estandarizado similar al final de las preguntas o consignas que requerían una respuesta escrita del estudiante (según Tabla 4), no se encontraron ejemplos que aplicaran esta convención en las 47 tareas analizadas.

Formato Numérico.

En esta categoría, identificamos 47 instancias presentes. En concreto, se pudo inferir a partir de la correcta utilización del signo de número Braille (punto 3,4,5,6) precediendo a las cifras, y la adecuada representación de números enteros, decimales o monetarios según la normativa (según Tabla 4). La figura 29 muestra un ejemplo de tarea en que se observa que se considera la categoría Formato Numérico debido a que en la cantidad “3 botellas” “60ml” y "400 ml" así como el símbolo en la Práctica “1.” y “2.” se representa correctamente con el signo de número Braille.

Figura 29

Actividad del texto en la que se aplican normas Braille para el formato numérico



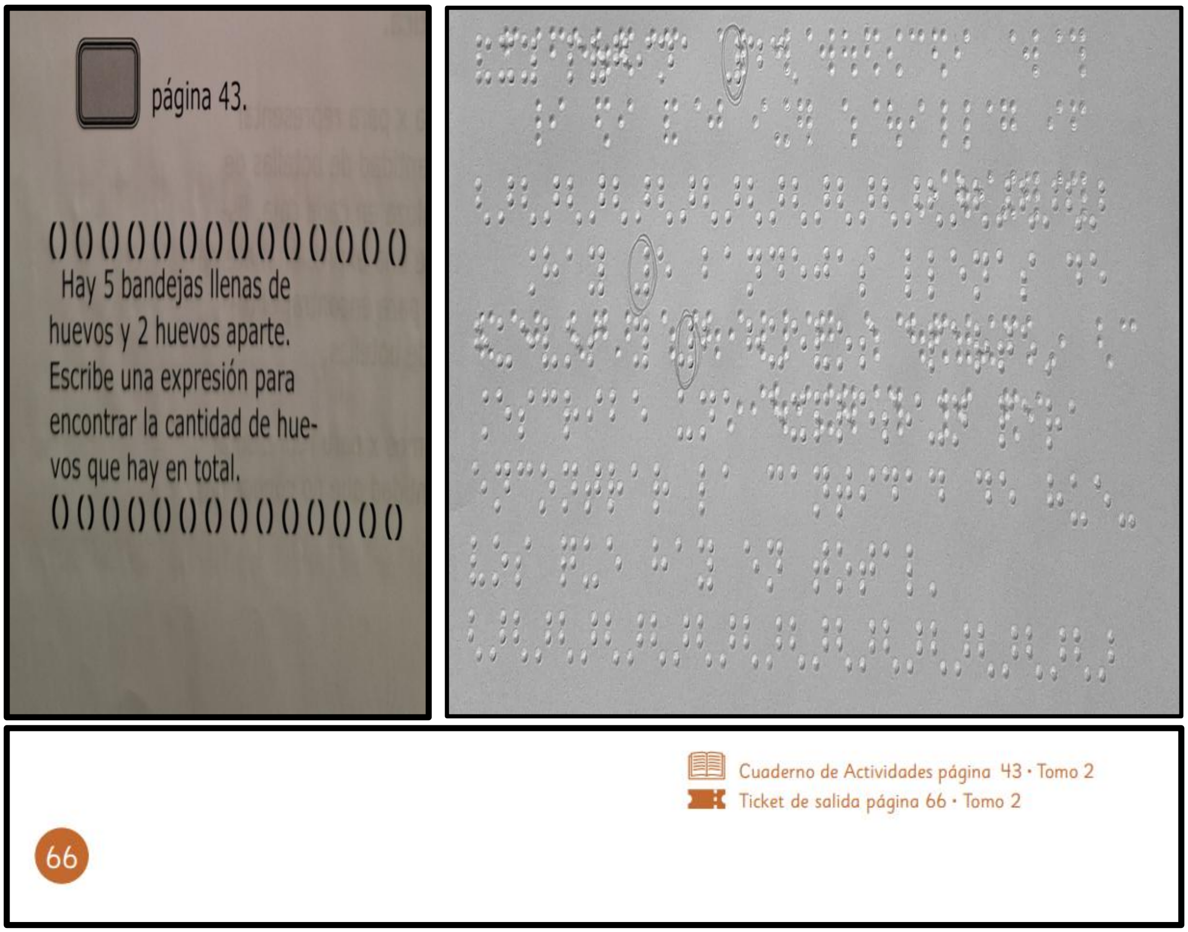
Referencias Cruzadas.

En esta categoría, identificamos 17 instancias presentes. En concreto, se pudo inferir a partir de la inclusión y verificación de indicaciones textuales que remiten a otras partes del libro (ej. "página 43", "Tomo 2"), asegurando su claridad y correcta correspondencia con la paginación

Braille o del original (según Tabla 4). La figura 30 muestra un ejemplo de tarea en que se observa que se considera la categoría Referencias Cruzadas debido a que el texto indica "página 43." La cual corresponde al Cuaderno de Actividades, otro texto, que para la transcripción se realizó en el mismo, estableciendo una referencia explícita a otra sección del material educativo de la colección Sumo Primero.

Figura 30

Actividad del texto en la que se utilizan referencias cruzadas entre secciones del material educativo



Nota. En la página 66 del texto original se incluye una referencia cruzada al Cuaderno de Actividades, donde se encuentra el ejercicio correspondiente. En la transcripción al formato Braille, dicho ejercicio no se presenta en un volumen aparte, sino que ha sido incorporado directamente en el mismo texto adaptado.

Capítulo 5: Discusión y Conclusiones

La presente investigación tuvo como objetivo general caracterizar las tareas algebraicas presentes en textos escolares adaptados al sistema Braille. Para ello, se analizó un texto escolar adaptado. En lo que sigue, discutimos el significado de los resultados en relación con los antecedentes teóricos y empíricos, para luego formular las conclusiones generales, señalar las limitaciones del estudio y proponer futuras líneas de investigación.

Discusión

Nuestros resultados muestran que las cuatro prácticas algebraicas, a saber, *generalizar, representar, razonar y justificar,* tienen presencia en el texto, aunque se evidencian diferencias significativas en su distribución. Particularmente, se mostró un claro predominio de las actividades relacionadas con *razonar*, nueve de cada diez tareas exigen al estudiante resolver o comparar ecuaciones de un paso y aplicar la operación inversa para verificar resultados. Sin embargo, el énfasis se coloca en la manipulación numérica, como por ejemplo, transformar la igualdades, de modo que el razonamiento continúa siendo esencialmente aritmético. Como consecuencia, se reproduce el modelo tradicional que separa la aritmética del álgebra, lo que dificulta el desarrollo temprano del razonamiento estructural. Esto podría provocar una pobre comprensión de las relaciones y estructuras matemáticas, así como una desconexión entre los conocimientos aritméticos y algebraicos de los estudiantes recurriendo a procesos intuitivos o informales sin desarrollar el reconocimiento estructural necesario para el aprendizaje del álgebra (Molina, 2015).

Representar y *generalizar* ocupan un segundo plano. Poco más de la mitad de las actividades solicitan construir tablas, completar diagramas sencillos o describir secuencias lineales. Sin embargo, estas representaciones se limitan a patrones aditivos: apenas se ofrecen rectas numéricas, gráficas o coordinadas táctiles que permitan al alumnado ciego explorar situaciones más complejas. De esta forma, representar queda reducido a mostrar datos y generalizar se reduce a encontrar la regla y continuar la secuencia. Esto resulta especialmente preocupante, ya que, como advierte Callejo (2015), las representaciones pictóricas, gráficas, manipulativas o verbales son clave para que los niños expresen y justifiquen sus ideas matemáticas, y según Brizuela y Blanton (2014), las representaciones algebraicas son parte esencial del pensamiento algebraico y evolucionan junto con él. No trabajar sistemáticamente con estas representaciones compromete el desarrollo del pensamiento funcional, dificultando significativamente la expresión y comprensión de relaciones entre cantidades variables en diferentes lenguajes, natural, simbólico, tabular o gráfico. Esto, su vez limita la capacidad de razonar con fluidez para interpretar y predecir el comportamiento de funciones (Blanton et al., 2011).

La práctica *justificar*, que implica explicar por qué un procedimiento es válido o por qué dos expresiones son equivalentes (Blanton et al., 2011; Cañada y Molina, 2016), resulta la menos presente de las prácticas. Aunque en algunas tareas se solicita comprobar la solución sustituyendo el valor hallado de x, casi nunca se invita a argumentar estructuralmente ni a comparar formalmente distintos métodos de resolución. Esta escasez de demandas explícitas de justificación limita el desarrollo del razonamiento crítico y refuerza una cultura centrada en obtener la respuesta correcta, más que en comprender y argumentar los procesos matemáticos de manera crítica (Banerjee, 2011). En definitiva, para las prácticas algebraicas, la mayoría de las tareas solicitan calcular, encontrar patrones o verificar resultados, mientras que muy pocas requieren que el alumnado explique por qué los procedimientos funcionan. Esta desigualdad evidencia que, incluso en un material inclusivo, la argumentación matemática en los contenidos algebraicos está prácticamente ausente, lo que implica el riesgo de que los estudiantes con discapacidad visual perciban el álgebra como una habilidad mecánica, en lugar de entenderla como un lenguaje para justificar ideas y construir significados (Kaput, 2008).

En segundo lugar, con respecto a los enfoques o ejes de contenido algebraicos, la *aritmética generalizada* se destaca como el enfoque algebraico con mayor presencia en las tareas analizadas. Este enfoque se fundamenta en extender y generalizar las propiedades básicas de las operaciones aritméticas como la conmutatividad, asociatividad y el uso de inversas hacia formas más abstractas del razonamiento algebraico (Pinto et al., 2023). Su predominancia en los textos adaptados al sistema Braille sugiere una fuerte orientación hacia actividades centradas en el cálculo numérico y el reconocimiento de patrones operacionales básicos. En particular, dentro de este eje de contenido, los criterios más frecuentes se vincularon a la práctica de razonar, específicamente la aplicación de operaciones aritméticas para deducir conclusiones. Asimismo, se identificaron 25 tareas que representan relaciones generales mediante lenguajes numéricos o simbólicos, evidenciando una tendencia a priorizar la representación simbólica para generalizar regularidades.

Por otra parte, esta fortaleza contrasta con debilidades significativas en la profundización conceptual. Por ejemplo, las subcategorías relativas a justificación de propiedades y verificación mediante propiedades inversas registran frecuencias muy bajas (3 y 1 ocurrencias, respectivamente). Esto podría indicar que, si bien se fomenta el uso funcional de las operaciones, el material exige escasamente que los estudiantes argumenten o reflexionen sobre el porqué de dichas propiedades, limitando potencialmente el desarrollo de un pensamiento algebraico más estructurado. Es decir que aunque la aritmética generalizada cumple un rol introductorio relevante, alineándose con propuestas como las de Kaput (2008) y Molina (2009) que usan la aritmética como base para el álgebra escolar, su marcada predominancia podría indicar un sesgo hacia una visión operativa. Este enfoque, más cercano al cálculo que a la abstracción, requiere ser equilibrado con prácticas que incentiven la representación múltiple y la justificación formal para un desarrollo algebraico integral.

Respecto al eje de contenido de *equivalencias, expresiones, ecuaciones e inecuaciones*, este aborda el reconocimiento, formulación y transformación de igualdades y desigualdades algebraicas, así como la representación simbólica de relaciones cuantitativas, constituyendo una dimensión fundamental para la comprensión estructural del álgebra y la idea de ecuación como herramienta de modelación (Cañada y Pinto, 2021). Al respecto, nuestros resultados destacan la subcategoría sobre uso de lógica y propiedades para resolver ecuaciones e inecuaciones y la subcategoría sobre el uso de expresiones algebraicas para describir relaciones, reflejando una presencia sólida del razonamiento estructural. Estas frecuencias sugieren que el texto promueve, en cierta medida, la comprensión simbólica del álgebra. No obstante, la implementación de este eje de contenido presenta limitaciones importantes. Por ejemplo, resulta significativa la ausencia total de representación de inecuaciones en la recta numérica o equivalencia de expresiones algebraicas, omitiendo herramientas visuales y estructurales clave para la comprensión conceptual. Además, el bajo desarrollo de la justificación paso a paso de transformaciones algebraicas evidencia que el proceso de resolución rara vez se acompaña de explicaciones formales.

Finalmente, el eje de contenido con menor representación en las tareas analizadas es el del *pensamiento funcional*. Este resultado es preocupante pues este aspecto es reconocido como crucial para comprender conceptos como función, dependencia y covariación (Brizuela y Blanton, 2014), pues promueve el análisis de relaciones entre variables, su representación mediante tablas y gráficas, y la construcción de fórmulas generales. Asimismo, esta limitación de diversidad representacional y profundidad funcional debilita el desarrollo de una comprensión compleja de las funciones (Cañada y Molina 2016; Pinto y Cañada, 2017; Cai et al. 2011). Adicionalmente, la escasa presencia de representaciones tabulares o gráficas táctiles podría vincularse a limitaciones del formato Braille, planteando un desafío para el diseño de tareas inclusivas. En síntesis, a pesar de su alta relevancia para el álgebra escolar temprana, el pensamiento funcional es el eje menos desarrollado en el texto analizado. Su baja presencia señala una clara oportunidad de mejora para incorporar tareas que aborden explícitamente la noción de relación funcional, utilizando una mayor variedad de representaciones y promoviendo una reflexión profunda sobre la covariación entre variables.

Estos resultados sobre prácticas y ejes de contenido algebraicos son relevantes si consideramos la preparación docente en el área del álgebra temprana y la educación inclusiva. La predominancia de tareas asociadas a los enfoques algebraico aritmética generalizada y equivalencias, expresiones, ecuaciones e inecuaciones; frente a una limitada presencia del pensamiento funcional reflejan prácticas pedagógicas tradicionales que pueden atribuirse, en parte, a la insuficiente formación docente. Esto es congruente con el Informe Nacional del Estudio Internacional TEDS-M (Ávalos y Matus, 2010), que enfatiza la necesidad urgente de fortalecer la formación inicial y continua de los docentes en la enseñanza del álgebra temprana y la didáctica inclusiva.

Complementando el análisis de las prácticas algebraicas y los ejes de contenido, resulta crucial discutir los hallazgos relativos a las características de la adaptación de los textos escolares al sistema Braille. Este aspecto es fundamental para comprender el potencial de estos materiales como recursos inclusivos y para identificar áreas de mejora en su diseño y producción (DGMIE, 2013; ONCE, 2023). En particular, esta investigación analizó la adaptación evaluando los aspectos de diseño, evaluando la presencia de criterios específicos en las 47 tareas matemáticas. Particularmente, los datos muestran un patrón que sugiere que una parte considerable de los criterios de adaptación definidos en las normativas generales (DGMIE, 2013, ONCE, 2023) no se materializan en el texto de matemáticas analizado, lo que puede deberse tanto a la naturaleza específica del contenido matemático como a omisiones en el proceso de adaptación.

Los aspectos de diseño son cruciales para la legibilidad y navegabilidad de los textos en Braille, impactando directamente la autonomía del estudiante en el acceso a la información (ONCE, 2023). Al respecto, sobre la *gramática y estilo,* los datos sugieren un esfuerzo por mantener la fidelidad gramatical y aplicar las normas de formato Braille para puntuación y énfasis. Esto es importante pues el cuidado en estos detalles es fundamental para la correcta interpretación del texto por parte del lector Braille (DGMIE, 2013). En segundo lugar, sobre las *cornisas y bloques*, los resultados indican una aplicación consistente de las normas sobre la estructura de página, el inicio de bloques/lecciones y el manejo de "viudas", facilitando la orientación dentro del volumen Braille. Considerar estos elementos es fundamental porque permiten estructurar el contenido de forma accesible, asegurando que el lector de Braille pueda interpretarlo y navegarlo con autonomía (DGMIE, 2013; ONCE, 2023). Con respecto a los *títulos y subtítulos*, los datos muestran una ausencia cuando estos elementos aplicaban, es decir, no fueron adaptados. Una adaptación correcta de la jerarquía de títulos es vital para que el estudiante Braille comprenda la organización del contenido (ONCE, 2023). Sobre la *sangría y párrafos*, nuestros análisis muestran una aplicación generalmente adecuada de la sangría estándar Braille, lo cual es fundamental para diferenciar párrafos y mejorar la fluidez de la lectura. Esto es relevante porque las sangrías no solo permiten visualizar y diferenciar el inicio de cada párrafo, sino que también garantizan una jerarquización clara de los contenidos y mantienen la coherencia estructural del texto, lo cual resulta fundamental para una lectura fluida y comprensible en Braille (ONCE, 2023). Con respecto a la categoría *respuesta de los alumnos*, que evalúa la señalización de espacios para la respuesta escrita del estudiante, estuvo ausente en las 47 tareas. Esta ausencia total es un hallazgo significativo que limita la interactividad del material para el estudiante con máquina Perkins u otro medio de escritura Braille. En sexto lugar, sobre el *formato numérico*, los datos presentan una alta presencia lo que es considerad muy positivo, ya que logra la correcta anticipación de una notación numérica al insertar código (3456), lo cual es indispensable en un texto de matemáticas, sobre todo en unidades como el algebra, con la presencia de letras al operar con cantidades desconocidas. Finalmente, con respecto a las *referencias cruzadas*, nuestros resultados muestran que la adaptación de referencias a otras partes del texto o materiales relacionados se aplicó en una proporción menor. La baja proporción de referencias cruzadas podría deberse no a una omisión en la adaptación, sino al propio diseño del material original, que no contemplaba un uso amplio de estos recursos. Además, en los casos en que las actividades remitían a otros textos, como el Cuaderno de Actividades y Ticket de Salida, estas fueron incorporadas directamente en la transcripción Braille, evitando así que el lector tuviera que acceder a otro texto de referencia.

En conjunto, los aspectos de diseño relacionados con la estructura y el formato textual básico muestran una aplicación relativamente alta en la adaptación revisada. Sin embargo, la ausencia total en la adaptación de elementos interactivos como la señalización para "respuesta de los alumnos" representa una limitación en el diseño instruccional accesible.

Conclusiones

La pregunta que orientó este estudio fue: ¿Cuál es la presencia de las prácticas y los enfoques algebraicos en los libros de texto de matemáticas públicos adaptados al Braille? Para responderla, se propuso como objetivo general caracterizar las tareas algebraicas de textos escolares adaptados al sistema Braille, a partir de tres dimensiones: las prácticas algebraicas, los ejes de contenido y aspectos propios de la adaptación al Braille.

Los resultados muestran que la presencia de dichas prácticas y ejes existe, pero es notoriamente desbalanceada y limitada. Las tareas analizadas ofrecen múltiples oportunidades para operar con números, reconocer patrones aditivos y resolver ecuaciones simples, lo cual favorece la práctica de Razonar y, en menor medida, la de Generalizar. Sin embargo, la práctica de Justificar está escasamente promovida, y Representar se reduce casi exclusivamente a formas simbólicas o tablas simples, sin diversidad de registros ni inclusión significativa de representaciones táctiles complejas.

Desde el punto de vista de los ejes de contenido algebraicos, el análisis revela una fuerte predominancia de la Aritmética Generalizada, que se manifiesta en actividades centradas en el uso instrumental del número y la resolución operativa de ecuaciones. Le sigue, en una posición secundaria, el eje de Equivalencias, Expresiones, Ecuaciones e Inecuaciones, cuyo desarrollo es desigual y carece de elementos estructurales clave como la comparación de expresiones o la representación en la recta numérica. Finalmente, el eje de Pensamiento Funcional, esencial para el desarrollo temprano de nociones de variable, dependencia y covariación, es el menos representado y aparece fragmentado, sin continuidad ni progresión conceptual.

En cuanto a la adaptación al formato Braille, se constata una estrategia de transcripción literal (DGMIE, 2013), que garantiza una alta fidelidad formal al diseño del texto original. Se emplean adecuadamente las normas de estructura Braille, como la sangría, la marcación de párrafos y la jerarquía de títulos. No obstante, esta adaptación logra una accesibilidad fundamentalmente física, sin desarrollar una accesibilidad epistémica que promueva una comprensión profunda de los conceptos algebraicos por parte del alumnado con discapacidad visual. La adaptación, en vez de compensar las limitaciones del texto fuente, las reproduce e incluso las intensifica, al omitir oportunidades didácticas para representar, justificar y explorar relaciones funcionales mediante medios táctiles o manipulativos.

En síntesis, los hallazgos de este estudio indican que los textos escolares adaptados al Braille analizados podrían caracterizarse dentro de un enfoque de pre-álgebra tradicional, centrado en el cálculo y la manipulación de expresiones numéricas, más que en el desarrollo progresivo del pensamiento algebraico. El enfoque de álgebra temprana, propuesto como marco de esta investigación, está apenas insinuado, pero no sistemáticamente integrado. La adaptación al Braille conserva la fidelidad al currículo del MINEDUC, pero perpetúa un modelo que subestima las capacidades algebraicas de los estudiantes desde etapas iniciales, limitando tanto el potencial del material como el derecho de acceso equitativo al conocimiento matemático.

Frente a este panorama, se vuelve necesario repensar el diseño y la adaptación de textos escolares futuros para dar respuesta a corrientes pedagógicas actualizadas paralelamente que se incorporen las adecuaciones pertinentes para una educación inclusiva tanto a nivel de diseño y didáctico. Para el profesorado, ello implica no solo contar con materiales técnicamente accesibles, sino con recursos que promuevan prácticas de enseñanza centradas en la exploración, la argumentación y el modelamiento. Para los estudiantes con discapacidad visual, significa garantizar experiencias de aprendizaje matemático más ricas, significativas y sostenidas, que les permitan no solo operar, sino también comprender, representar, justificar y generalizar relaciones algebraicas desde los primeros años de escolaridad.

Implicaciones

A partir de los hallazgos de esta investigación, se proponen las siguientes sugerencias con el fin de fortalecer tanto la producción de materiales adaptados como las prácticas pedagógicas asociadas a la enseñanza del álgebra temprana para estudiantes con discapacidad visual:

a) Revisión curricular de los textos escolares adaptados. Se recomienda revisar y enriquecer los textos adaptados al Braille para que no solo reproduzcan los contenidos del texto fuente, sino que incorporen representaciones, actividades y enfoques pedagógicos actualizados que respondan a la evidencia del álgebra temprana y a las necesidades del estudiantado con y sin discapacidad visual (e.g. Kaput, 2008; Kieran, 2011).

b) Superar la transcripción literal como única estrategia. La transcripción fiel al formato Braille debe ir acompañada de una adaptación didáctica intencionada que considere la diversidad de representaciones táctiles no tan solo omitir, permitiendo así que se enriquezcan la comprensión del estudiante con discapacidad (e.g., Riaño, 2022)

c) Articulación entre docentes de aula y profesionales de apoyo. Es fundamental fomentar espacios de colaboración entre docentes de matemáticas, profesores diferenciales y profesionales especializados en tiflotecnología, con el objetivo de co-diseñar y evaluar materiales accesibles desde una perspectiva inclusiva y personalizada a la realidad en sala. (e.g., López y Galarraga, 2024; Leiva et al., 2024)

d) Fortalecimiento de la formación docente. Se sugiere integrar con mayor fuerza la enseñanza del álgebra temprana y la educación inclusiva en la formación inicial y continua de los docentes, brindando herramientas prácticas y reflexivas que permitan abordar la enseñanza a estudiantes con discapacidad visual de manera efectiva y crítica (e.g Kieran, 2016; NCTM y CEC, 2024).

e) Producción de recursos complementarios. Dado que los textos escolares adaptados presentan limitaciones estructurales y didácticas, se sugiere generar recursos pedagógicos complementarios como el uso de tableros táctiles u otros materiales concretos, el uso de tiflotecnologías de manera estratégica que promuevan la exploración activa y el razonamiento algebraico (e.g Riaño, 2022; Escalante, 2020).

f) Consideración del enfoque inclusivo en políticas públicas. Finalmente, se sugiere que las políticas públicas vinculadas a la producción de textos escolares y la elaboración de programas curriculares incorporen la inclusión desde su diseño inicial. No se trata de hacer adaptaciones una vez que los materiales están terminados, más bien se debiese planificar desde el principio pensando y respetando la diversidad de los estudiantes. (e.g., Haddad, 2022; Sánchez y Díez, 2013)

Limitaciones y proyecciones

Esta investigación se propuso caracterizar las tareas algebraicas presentes en textos escolares de matemáticas adaptados al sistema Braille, a partir del análisis de prácticas, enfoques de contenido y estrategias de adaptación. No obstante, presenta ciertas limitaciones que es importante reconocer y podría guiar futuras investigaciones al respecto.

a) Ampliación del corpus. El análisis se centró en un solo texto escolar de quinto básico. Explorar otros niveles de enseñanza básica y media, así como materiales de distintas editoriales o ediciones posteriores, permitiría identificar continuidades, variaciones y progresiones en el tratamiento del álgebra y en su adaptación al Braille.

b) Incluir otros ejes del curriculum de matemáticas. Este trabajo se focalizó exclusivamente en el eje de Patrones y Álgebra. Sería relevante examinar cómo se abordan otros contenidos del currículo como Números y operaciones, Geometría, Medición, Datos y probabilidades, en los textos adaptados al Braille, para evaluar si enfrentan desafíos similares o distintos en términos de representación y accesibilidad epistémica.

c) Considerar el uso en el aula. La investigación se basa en el análisis de tareas escritas, sin observar su implementación y efectividad en contextos reales de aula. Futuras investigaciones podrían integrar estudios de caso o etnografías escolares que analicen cómo los docentes utilizan estos materiales y cómo los estudiantes interactúan con ellos en situaciones auténticas de enseñanza-aprendizaje.

d) Profundizar en la calidad de la adaptación. Aunque se analizaron criterios de diseño y didácticos, no se evaluó de manera directa la experiencia de los estudiantes usuarios del sistema de lectoescritura Braille al realizar las tareas propuestas por los textos. Sería valioso incorporar la perspectiva y retroalimentación de los propios usuarios del sistema de lectoescritura Braille, mediante entrevistas o técnicas de observación, para comprender mejor y optimizar la adecuación de los materiales.

e) Vincular con la formación docente. Aunque se aludió al rol del profesorado, este no fue un foco del estudio. Sería enriquecedor indagar cómo se forma a los docentes de matemáticas en didáctica inclusiva y cómo esto influye en su capacidad para aprovechar o enriquecer los textos adaptados o por otra parte, como los educadores diferenciales especialistas en discapacidad visual se les prepara para realizar las adaptaciones al Braille de contenido matemático.

Estas limitaciones abren líneas de investigación que podrían contribuir al profundizar la comprensión del material propuesto para la enseñanza y el aprendizaje del álgebra temprana de estudiantes con discapacidad visual y a mejorar la calidad de los materiales educativos adaptados disponibles.

REFERENCIAS

Agencia de Calidad de la Educación. (2024). *Informe de resultados nacionales: Estudiantes en situación de discapacidad sensorial, 4° básico y II medio, 2023*. Ministerio de Educación.

Agencia de la Calidad de la Educación. (2017). *Informe nacional de resultados TIMSS 2015*.

Aké, L. P. y Godino, J. D. (2018). Análisis de tareas de un libro de texto de primaria desde la perspectiva de los niveles de algebrización. *Revista Educación Matemática*, *30*(2), 171–201.

Alsina, A. y Pincheira, N. (2021) El álgebra temprana en los libros de texto de Educación Primaria: implicaciones para la formación docente. *Bolema. Boletim de Educação Matemática 35*(71), 1316-1337.

Amato, S., Hong, S., y Rosenblum, L. P. (2013). The abacus: Instruction by teachers of students with visual impairments. *Journal of Visual Impairment & Blindness, 107*(4), 262–272.

Arcavi A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52,* 215-241.

Ausubel, D. (1978). *Psicología Educativa: Un Punto de Vista Cognoscitivo*. Editorial Trillas

Ausubel, D. P., Novak, J. D., y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* (2a. ed.). Trillas.

Ávalos, B., y Matus, C. (2010). *La formación inicial docente en Chile desde una óptica internacional: Informe nacional del estudio internacional IEA TEDS-M*. Ministerio de Educación.

Ravenscroft, J., Davis, J., Belgin, M., y Wazni, K. (2019). Factors that influence elementary school teachers' attitudes towards inclusion of visually impaired children in Turkey. *Disability & Society, 34*(4), 629–656.

Ayala-Altamirano, C., Torres, M. D., y Ramírez, R. (2022). Promover el sentido algebraico en educación primaria: Tareas con patrones. *Épsilon. Revista de Educación Matemática*, *111*, 51–65.

Banerjee, R. (2011). Is arithmetic useful for the teaching and learning of algebra? *Contemporary education dialogue, 8*(2), 137–159.

Bardin, L. (1986). *El análisis de contenido* (C. Suárez, Trad.). Akal.

Bardin, L. (2002). El análisis de contenido. Madrid: Ediciones Akal.

Blanton, M. L., y Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 5–26). Springer.

Blanton, M., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. (2011). Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in Grades 3–5. NCTM.

Blanton, M., y Kaput, J. (2004). Design principles for instructional contexts that support students' transition from arithmetic to algebraic reasoning: Elements of task and culture. En R. Nemirovsky, B. Warren, A. Rosebery, y J. Solomon (Eds.), *Everyday matters in science and mathematics* (pp. 211-234). Lawrence Erlbaum Associates.

Blömeke, S., Jentsch, A., Ross, N., Kaiser, G., & König, J. (2022). Opening up the black box: Teacher competence, instructional quality, and students' learning progress. *Learning and Instruction, 79, 1–11*.

Boggan, M., Harper, S., y Whitmire, A. (2010). Using manipulatives to teach elementary mathematics. *Journal of Instructional Pedagogies, 3*, 1–6.

Braille Authority of North America y Canadian Braille Authority (2011). *Guidelines and standards for tactile graphics*. Braille Authority of North America.

Brawand A. y Johnson N. (2016) Effective Methods for Delivering Mathematics Instruction to Students with Visual Impairments. *Journal of Blindness Innovation and Research, 6*(1).

Brizuela, B. M., y Blanton, M. (2014). El desarrollo del pensamiento algebraico en niños de escolaridad primaria. *Revista de Psicología (UNLP*), *14*, 37–57.

Bruno, A. y Noda, A. (2010). Necesidades educativas especiales en matemáticas. El caso de personas con síndrome de down. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 141–162). SEIEM.

Cai, J. y Knuth, E. (Eds.). (2011). *Early algebrización: A global dialogue from multiple perspectives*. Springer.

Cai, J; Lew, H., Morris, A..Moyer, J., Ng, S., Schmittau, J. (2005) The development of students' algebraic thinkinh in early grades: A Cross-Cultural Comparative Perspective. *ZDM: the international journal on mathematics education 37(1), 5*–15.

Callejo, M. L. (2015). Generalización y pensamiento algebraico. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *68*, 5–8.

Cañadas, M. C. (2016). Álgebra escolar: un enfoque funcional. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 73*, 7–13.

Cañadas, M. C., y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209–218). Granada, España: Comares.

Cañadas, M. C., y Pinto, E. (2021). Prácticas en el aula de educación primaria relacionadas con el pensamiento algebraico. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *94*, 19–27.

Carpenter, T., Franke, M. y Levi, L. (2003) *Thinking mathematically : integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Heinemann.

Carraher, D. W. y Schliemann, A. L. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 669–705). NCTM.

Castillo Céspedes, M. J., Burgos, M., & Godino, J. D. (2022). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. *Educação e Pesquisa*, *48*, 1–19.

Castro, E., Cañada, M. C. y Molina M. (2017) Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 6*(2), 1–13.

Consejo Iberoamericano del Braille (CIB). (2024). *Código matemático unificado para Iberoamérica (2ª ed.).* ONCE.

Díaz Herrera, C. (2018). Investigación cualitativa y análisis de contenido temático: Orientación intelectual de revista *Universum*. *Revista General de Información y Documentación, 28*(1), 119–142.

Escalante, E., Carrillo, C. y López, J. (2020) *Material didáctico para el proceso enseñanza-aprendizaje de operaciones con polinomios para personas con discapacidad visual.* (Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Zacatecas). Repositorio Institucional - Universidad Autónoma de Zacatecas.

Fernández del Campo, J. E. (1996). *La enseñanza de la matemática a los ciegos* (2ª ed., ampliada, revisada y corregida). Organización Nacional de Ciegos Españoles (ONCE).

Galeano Marín, M. E. (2012). *Estrategias de investigación social cualitativa: El giro en la mirada*. La Carreta Editores.

Giesen, J. M., Cavenaugh, B. S., & McDonnall, M. C. (2012). Academic supports, cognitive disability and mathematics achievement for visually impaired youth: A multilevel modeling approach. *International Journal of Special Education, 27*(1), 17–26.

Guernica Consultores S.A. (2016). *Estudio de Uso y Valoración de Textos Escolares: Informe Final*. Encargado por Ministerio de Educación de Chile y Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (UNESCO), Santiago, Chile: María Pía Olivera Vidal.

Haddad Escuti, B. J. (2022). Análisis de la legislación chilena sobre políticas públicas para la educación inclusiva en Chile. *Revista Enfoques Educacionales, 19*(2), 55–78.

Hahn, M.E., Mueller, C.M., y Gorlewicz, J.L. (2020). La comprensión de gráficos CTIM por parte de estudiantes con discapacidad visual mediante la utilización de un dispositivo de tableta electrónica multisensorial. *RED Visual: Revista Especializada en Discapacidad Visual, 76*, 216–242.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. P. (2014*). Metodología de la investigación (6.ª ed.).* McGraw-Hill / Interamericana Editores.

Hill, H. C., Rowan, B. y Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal, 42*(2), 371–406.

Isoda, M., y Estrella, S. (2021). *Sumo primero 5° básico: Texto del estudiante* (2.ª ed.; Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación, Traducción y adaptación). Gakko Tosho Co., LTD.

Kapperman, G., Heinze, T., & Sticken, J. (2000). Mathematics. En A.J. Koenig y M.C. Holbrook (Eds.), *Foundations of education: Instructional strategies for teaching children and youths with visual impairments* 2, (pp. 370–399). American Foundation for the Blind.

Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema y T. Romberg (Eds.), Mathematics classrooms that promote understanding (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). Routledge.

Kieran, C. (1989). The early learning of algebra: A structural perspective. En S. Wanger y C. Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra, 4*, 33–59. Reston, VA: Lawrence Erlbaum Associates y NCTM.

Kieran, C. (2011). Overall commentary on early algebraization: Perspectives for research and teaching. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 579-593). New York: Springer.

Kieran, C., Pang, J., Schifter, D. y Ng, S. (2016). *Early Algebra: Research into its Nature, its Learning, its Teaching*. Springer.

Klingenberg, O. G., Holkesvik, A. H., y Augestad, L. B. (2019). Research evidence for mathematics education for students with visual impairment: A systematic review. *Cogent Education, 6*(1), 1626322.

Leiva Guerrero, M. V., Vásquez-Herrera, C., Encalada Godoy, N., Huerta Escobar, J., y Pereira Arroyo, L. (2024). Liderar y trabajar colaborativamente para la inclusión educativa: Facilitadores y barreras de la codocencia. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva, 18*(1), 65–87.

Ley 20435 de 2010. Modifica La Ley N° 17.336 Sobre Propiedad Intelectual. 23 de abril de 2010. D.O. N° 04.05.2010.

López F. (2002) El análisis de contenido como método de investigación. *XXI, Revista de Educación, 4,* 167–179.

López-Vélez, A. L. y Galarraga, H. (2024). Análisis del impacto de la codocencia en la inclusión y el aprendizaje de todo el alumnado. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva, 18*(1), 89–104.

Mac Gregor, Mollie. (2004). Goals and Content of an Algebra Curriculum for the Compulsory Years of Schooling. En Kaye Stacey, Helen Chick y Margaret Kendal (Eds.). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Mani, M. N. G., Plernchaivanich, A., Ramesh, G., y Campbell, L. (2005). *Mathematics made easy for children with visual impairment*. International Council for Education of People with Visual Impairment (ICEVI).

Manual para la edición de libros de texto en sistema Braille y en Macrotipo. (2013). Dirección Editorial DGMIE-SEB.

McDonnall, M., Cavenaugh, B., y Giesen, M. (2012). The relationship between parental involvement and mathematics achievement for students with visual impairments. *Journal of Special Education, 45*(4), 204–215.

Mesa, P. (2014). Actitudes del profesorado hacia la integración escolar de estudiantes con discapacidad. *Revista de Psicología – Universidad Viña del Mar, 4*(8), 61–71.

Miller, S., y Hudson, P (2007). Using evidence-based practices to build mathematics competence related to conceptual, procedural, and declarative knowledge. *Learning Disabilities Research and Practice*, *22*(1)*,* 47–57.

Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación. (2022). *Sumo primero 5° básico: Tomo 2a y 2c* (Montserrat Batlle G., Adapt.; Biblioteca Central para Ciegos; Centro de Cartografía Táctil y UTEM, Adaptación, diseño e impresión en Braille y láminas táctiles).

Ministerio de Educación de Chile. (2021). *Sumo Primero: Texto del estudiante. Tomo 2. 5° básico* (2.ª ed.). Unidad de Currículum y Evaluación, Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad de Chile.

Molina M. (2009) Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA 3*(3). 135–156.

Molina, M. (2012). Proyecto investigador. Plaza de Profesor Titular de Universidad. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Molina, M. (2015). *Concepciones del álgebra escolar*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Morash, V., y McKerracher, A. (2014) The Relationship between Tactile Graphics and Mathematics for Students with Visual Impairments. *Journal Terra Haptica, 4,* 13–22.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) y Council for Exceptional Children (CEC). (2024). *Access and equity for all learners: A joint position statement of the National Council of Teachers of Mathematics and the Council for Exceptional Children*.

Olivera, M. P., et al. (2016). *Estudio de uso y valoración de textos escolares: Informe final.* Ministerio de Educación de Chile.

Organización Nacional de Ciegos Españoles (ONCE) (2023). *Normas para la transcripción y adaptación de textos en sistema Braille* (versión 3). Madrid: Servicio Bibliográfico de la ONCE.

Pinto, E. y Cañadas, M.C. (2017). Estructuras y generalización de estudiantes de tercero y quinto de primaria: un estudio comparativo. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 407-416). Zaragoza: SEIEM.

Pinto, E., Ayala-Altamirano, C., Molina, M., y Cañadas, M. C. (2023). Desarrollo del pensamiento algebraico a través de la justificación en educación primaria. *Enseñanza de las Ciencias*, *41*(1), 149–173.

Pinto, E., y Ayala-Altamirano, C. (2021). Álgebra más allá de letras y números: Oportunidades para desarrollar el pensamiento algebraico en la Educación Primaria. *Tangram - Revista de Educação Matemática*, *4*(4), 35–38.

Pinto, E., y Cañadas, M. C. (2017). *Functional thinking and generalisation in third year of primary school*. *Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 10 (CERME10)* (pp. 472–479). Dublin, Ireland.

Pinto, E., y Cañadas, M. C. (2021). Generalizations of third and fifth graders within a functional approach to early algebra. *Mathematics Education Research Journal, 33*, 113–134.

Remillard, J. T. (2000) Can curriculum materials support teachers' learning? Two fourth-grade teachers' use of a new mathematics text. *The Elementary School Journal, Chicago*, *100*(4), 331–350.

Riaño Ruiz, A. S. (2022). *Más allá de lo visual: Implementando recursos didácticos para una matemática inclusiva* (Informe de pasantía, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Facultad de Ciencias y Educación). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Roa J. (2021) Importancia del aprendizaje significativo en la construcción de conocimientos. Revista Científica de FAREM-Estelí, *10*(Edición especial: artículos de revisión documental), 63–75.

Sánchez, S., y Díez, E. (2013). La educación inclusiva desde el currículum: El Diseño Universal para el Aprendizaje. En *Transformando la escuela: Educación inclusiva, equidad y derecho a la diferencia*. Wolters Kluwer.

Sandín Esteban, M. P. (2000). Criterios de validez en la investigación cualitativa: de la objetividad a la solidaridad. *Revista de Investigación Educativa*, *18*(1), 223–242.

Serres, Y. (2011). Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza. *SAPIENS, 12*(1), 122–142.

Shield, M. y Dole, S. (2013) Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics, 82*(2) 183–199.

Socas, M., Camacho, M., Palarea, M. y Hernández J. (1996) Iniciación al algebra. Editorial Síntesis.

Soler-Contreras, M. G., Cárdenas, F. y Hernández-Pina, F. (2018) Enfoques de enseñanza y enfoques de aprendizaje: perspectivas teóricas promisorias para el desarrollo de investigaciones en educación en ciencias. *En Ciência & Educação (Bauru), 24*(4), 993–1012.

Stephens, A. C., Ellis, A. B., Blanton, M. L. y Brizuela, B. M. (2017). Algebraic thinking in the elementary and middle grades. En J. Cai (ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 386–420). NCTM.

Sun, S., Sun, D., y Xu, T. (2023). The Developmental Progression of Early Algebraic Thinking of Elementary School Students. *Journal of Intelligence*, *11*(12), 1–19.

Torres, M. D., Cañadas, M. C. y Moreno, A. (2022). Pensamiento funcional de estudiantes de 2º de primaria: estructuras y representaciones. *PNA, 16*(3), 215–236.

UNESCO. (2022, 28 de junio). *Un punto de inflexión: Por qué debemos transformar la educación ahora*. UNESCO. https://www.unesco.org/es/articles/un-punto-de-inflexion-por-que-debemos-transformar-la-educacion-ahora.

ANEXOS

Anexo 1: Niveles de desempeño TIMMS 2015 (Agencia de calidad, 2015)

Nivel	Umbral de puntaje	Descripción
Avanzado	Sobre 625 puntos	Los estudiantes pueden razonar en una variedad de problemas, resolver ecuaciones lineales y hacer generalizaciones. Son capaces de resolver diversos problemas involucrando fracciones, proporciones y porcentajes, justificando sus conclusiones. Pueden usar sus conocimientos de figuras geométricas para resolver diferentes problemas sobre área. Demuestran conocimiento sobre el significado del promedio y pueden resolver problemas que involucren valor esperado.
Alto	Sobre 550 puntos	Los estudiantes pueden aplicar su conocimiento y comprensión en una variedad de situaciones complejas. Pueden usar información para resolver problemas que involucren diferentes tipos de números y operaciones. Relacionan fracciones, decimales y porcentajes entre sí. Demuestran conocimiento procedimental básico sobre expresiones algebraicas. Pueden resolver una variedad de problemas con ángulos, incluyendo aquellos que involucren triángulos, líneas paralelas, rectángulos y figuras similares. Son capaces de interpretar datos de diversos gráficos y resolver problemas simples sobre resultados y probabilidades.
Intermedio	Sobre 475 puntos	Los estudiantes son capaces de aplicar conocimiento matemático básico en variadas situaciones. Pueden resolver problemas que involucren números negativos, decimales, porcentajes y proporciones. Demuestran poseer algún conocimiento sobre expresiones lineales y figuras de dos y tres dimensiones. Pueden leer e interpretar datos en gráficos y tablas. Muestran algún conocimiento básico sobre azar.
Bajo	Sobre 400 puntos	Los estudiantes demuestran poseer algunos conocimientos básicos sobre números enteros y gráficos de barras. Son capaces de relacionar los datos provenientes de tablas, gráficos de barras y pictogramas.